



1. Completa el siguiente cuadro: (Desarróllalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -5 \leq 3x - 2 \leq 13\}$	$[-1, 5]$	$E[2, 3]$	$ x - 2 \leq 3$	(1 pt.)



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{aligned} P(x) &= x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \\ Q(x) &= x^3 + 5x^2 + 7x + 3 \end{aligned} \right\}$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)(x-5)$$

$$Q(x) = (x+1)^2(x+3)$$

(2 pt.)

$$m.c.m. = (x+1)^2(x-2)(x-5)(x+3)$$

... y halla el **máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo** de ambos. $m.c.d. = (x+1)$

3. Dado el **polinomio** $P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, calcula **a** y **b** para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 2$ sea -4 y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 3$ sea 40 . (1 pt.)

$$a = -4 \quad b = 1 \quad P(x) = x^4 - 4x^2 + x - 2$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log(x-2) + \log(2x-1) = \log(3x-4)$ $\begin{cases} x=3 & \text{Válida} \\ x=1 & \text{No válida} \end{cases}$ (1 pt.)

b) $9^{x+1} + 3 = 28 \cdot 3^x$ $\begin{cases} x=1 & \text{Válida} \\ x=-2 & \text{Válida} \end{cases}$ (1 pt.)

c) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$ $x_1 = 5 \quad x_2 = 1$ válidas (1 pt.)



5. Descompón la fracción: $\frac{3x+1}{x^2-2x-15} = \frac{2}{x-5} + \frac{1}{x+3}$ (1 pt.)



6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{aligned} 2x - 4y + 3z &= 11 \\ 3x + 3y - z &= 2 \\ x - y + 2z &= 5 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &x=2 \quad y=-1 \quad z=1 \\ &\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sistema compatible determinado} \end{aligned}$$
 (2 pt.)



Complementario:



1. Resuelve el siguiente sistema de **ecuaciones no lineales**:

(1 pt.)

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y^3 &= 5 \\ \log\left(\frac{x^2}{y}\right) &= 3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &x = 10^2 \\ &y = 10 \end{aligned}$$



1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -5 \leq 3x - 2 \leq 13\}$	$[-1, 5]$	$E[2, 3]$	$ x - 2 \leq 3$	(1 pt.)

Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -5 \leq 3x - 2 \leq 13\}$

$$\begin{array}{l|l|l}
 -5 \leq 3x - 2 & 3x - 2 \leq 13 & -5 \leq 3x - 2 \leq 13 \quad (+2) \\
 -3 \leq 3x & 3x \leq 15 & -5 + 2 \leq 3x - 2 + 2 \leq 13 + 2 \\
 -1 \leq x & x \leq 5 & -3 \leq 3x \leq 15 \quad \div 3 \\
 x \geq -1 & & -1 \leq x \leq 5
 \end{array}$$

Intervalo: $[-1, 5]$

Entorno de centro $c = \frac{-1+5}{2} = 2$ y radio $r = \frac{|5-(-1)|}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow E[2, 3]$

En valor absoluto $|x - 2| \leq 3$



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \\ Q(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3 \end{array} \right\} \text{Factorizamos por Ruffini.} \quad (2 \text{ pt.})$$

... y halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambos.

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$$

Divisores: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & -6 & 3 & 10 \\
 & & -1 & 7 & -10 \\
 \hline
 & 1 & -7 & 10 & 0
 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 3}{2} \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix}$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)(x-5)$$

$$Q(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3$$

Divisores: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & 5 & 7 & 3 \\
 & & -1 & -4 & -3 \\
 \hline
 & 1 & 4 & 3 & 0
 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 2}{2} \begin{matrix} -1 \\ -3 \end{matrix}$$

$$Q(x) = (x+1)(x+1)(x+3) = (x+1)^2(x+3)$$

Mínimo común múltiplo Factores comunes y no comunes elevados a la máxima potencia

$$m.c.m. = (x+1)^2(x-2)(x-5)(x+3)$$

Máximo común divisor Factores comunes elevados a la mínima potencia

$$m.c.d. = (x+1)$$

3. Dado el polinomio $P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, calcula **a** y **b** para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 2$ sea -4 y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 3$ sea 40 . (1 pt.)

$P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, Aplicando el teorema del resto obtenemos las condiciones:

$$P(-2) = -4 \Rightarrow (-2)^4 + a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 2 = -4$$

$$16 + 4a - 2b - 2 = -4$$

$$4a - 2b = -18 \div 2$$

$$2a - b = -9 \quad (1)$$

$$P(-3) = 40 \Rightarrow (-3)^4 + a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 2 = 40$$

$$81 + 9a - 3b - 2 = 40$$

$$9a - 3b = -39 \div 3$$

$$3a - b = -13 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2a - b = -9 \\ 3a - b = -13 \end{array} \right\} -$$

$$-a = 4 \Rightarrow a = -4$$

$$b = 2a + 9 = 2(-4) + 9 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{Solución: } P(x) = x^4 - 4x^2 + x - 2$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

 a) $\log(x - 2) + \log(2x - 1) = \log(3x - 4)$

$$\log(x-2) \cdot (2x-1) = \log(3x-4)$$

$$(x-2) \cdot (2x-1) = 3x-4$$

$$2x^2 - x - 4x + 2 = 3x - 4$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0 \div 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x = 3$$

3 Válida

1, No válida
 $\neq \log(1-2)$

 b) $9^{x+1} + 3 = 28 \cdot 3^x$ Aislamos 3^x

$$9^x \cdot 9 + 3 = 28 \cdot 3^x, \quad 9 = 3^2 \text{ luego } 9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$$

$$(3^x)^2 \cdot 9 + 3 = 28 \cdot 3^x, \quad \text{Cambio de variable } y = 3^x$$

$$9y^2 + 3 = 28y$$

$$9y^2 - 28y + 3 = 0$$

$$y = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3}}{2 \cdot 9} = \frac{28 \pm 26}{18} < \begin{array}{l} 3 \\ \frac{1}{9} \end{array}$$

Des hacemos el cambio de variable $3 = 3^x \Rightarrow x = 1$ Válida

$$\frac{1}{9} = 9^{-1} = 3^x$$

$$(3^2)^{-1} = 3^{-2} = 3^x \Rightarrow x = -2 \text{ Válida}$$

c) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$ Aislamos una raíz

$\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-1} + 1$ Elevamos al cuadrado

$3x+1 = 2x-1 + 2\sqrt{2x-1} + 1$ Aislamos la otra raíz

$x+1 = 2\sqrt{2x-1}$ Elevamos al cuadrado

$x^2 + 2x + 1 = 4(2x-1)$

$x^2 + 2x + 1 - 8x + 4 = 0$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$ Comprobamos los valores

$\sqrt{3 \cdot 5 + 1} - \sqrt{2 \cdot 5 - 1} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \Rightarrow x_1 = 5$ Es válida

$\sqrt{3 \cdot 1 + 1} - \sqrt{2 \cdot 1 - 1} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \Rightarrow x_2 = 1$ Es válida



5. Descompón la fracción: $\frac{3x+1}{x^2-2x-15}$

Como el denominador es de 2º grado, tiene 2 raíces x_1 y x_2 : Descompongo en 2 fracciones:

$\frac{3x+1}{x^2-2x-15} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$

Raíces: $x^2 - 2x - 15 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 8}{2} \begin{matrix} 5 \\ -3 \end{matrix} \Rightarrow \frac{3x+1}{x^2-2x-15} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+3}$

$\frac{3x+1}{x^2-2x-15} = \frac{A(x+3) + B(x-5)}{(x+3)(x-5)}$

Como $x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5)$, simplifico:

$3x+1 = A(x+3) + B(x-5)$ Sustituimos las raíces

Si $x_1 = 5 \Rightarrow 3 \cdot 5 + 1 = A(5+3) + B(5-5)$

$\Rightarrow 16 = 8A \Rightarrow A = 2$

Si $x_1 = -3 \Rightarrow 3(-3) + 1 = A(-3+3) + B(-3-5)$

$\Rightarrow -8 = -8B \Rightarrow B = 1$

$\frac{3x+1}{x^2-2x-15} = \frac{2}{x-5} + \frac{1}{x+3}$



6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 4y + 3z = 11 \\ 3x + 3y - z = 2 \\ x - y + 2z = 5 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & | & 11 \\ 3 & 3 & -1 & | & 2 \\ 1 & -1 & 2 & | & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Reordeno}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & | & 5 \\ 2 & -4 & 3 & | & 11 \\ 3 & 3 & -1 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} F_2 \rightarrow F_2 - 2 \cdot F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 3 \cdot F_1 \end{array}}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & | & 5 \\ 0 & -2 & -1 & | & 1 \\ 0 & 6 & -7 & | & -13 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 + 3 \cdot F_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & | & 5 \\ 0 & -2 & -1 & | & 1 \\ 0 & 0 & -10 & | & -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} -10 \cdot z &= -10 \Rightarrow z = 1 \\ -2y - z &= 1 \Rightarrow -2y - 1 = 1 \\ y &= \frac{1+1}{-2} = -1 \\ x - y + 2z &= 5 \Rightarrow x = 5 + y - 2z \\ x &= 5 - 1 - 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \quad y = -1 \quad z = 1 \\ \text{Sistema compatible determinado} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Complementario:



1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

(1 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y^3 = 5 \\ \log \left(\frac{x^2}{y} \right) = 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y^3 = 5 \\ \log \left(\frac{x^2}{y} \right) = 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log x + 3 \cdot \log y = 5 \\ 2 \cdot \log x - \log y = 3 \end{array} \right\}$$

Cambio de variable:

$$u = \log x, \quad v = \log y$$

$$\left. \begin{array}{l} u + 3v = 5 \\ 2u - v = 3 \end{array} \right\} \cdot 3 \quad \left. \begin{array}{l} u + 3v = 5 \\ 6u - 3v = 9 \end{array} \right\} +$$

$$7u = 14 \Rightarrow u = 2$$

$$v = 2u - 3 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

Des hacemos el cambio de variable:

$$u = \log x, \quad 2 = \log x \Rightarrow x = 10^2$$

$$v = \log y, \quad 1 = \log y \Rightarrow y = 10$$