



1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / 6 < 4x - 2 < 22\}$	$(2, 6)$	$E(4, 2)$	$ x - 4 < 2$	(1 pt.)



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \\ Q(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} P(x) = (x+1)(x-2)(x-5) \\ Q(x) = (x+1)^2(x+3) \end{array} \quad (2 \text{ pt.})$$

... y halla el **máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo** de ambos.

$$m.c.m. = (x+1)^2(x-2)(x-5)(x+3) \quad m.c.d. = (x+1)$$

3. Dado el polinomio $P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, calcula **a** y **b** para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x - 1$ sea 2 y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 3$ sea 58. (1 pt.)

$$a = -1 \quad b = 4 \quad P(x) = x^4 - x^2 + 4x - 2$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \log(x-2) + \log(2x-1) = \log(3x-4) \quad \begin{cases} x=3 & \text{Válida} \\ x=1 & \text{No válida} \end{cases} \quad (1 \text{ pt.})$$

$$\text{b) } 5^{2x+1} + 9 \cdot 5^x - 2 = 0 \quad x = -1 \quad \text{Válida + No válida} \quad (1 \text{ pt.})$$

$$\text{c) } \sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 6 \quad \begin{cases} x_1 = 221 & \text{No válida} \\ x_2 = 5 & \text{Es válida} \end{cases} \quad (1 \text{ pt.})$$



5. Descompón la fracción: $\frac{2x+3}{x^2+x-2} = \frac{5/3}{x-1} + \frac{1/3}{x+2}$ (1 pt.)



6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = -14 \\ 5x - y - 2z = -15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = -2 \quad y = 3 \quad z = 1 \end{array} \quad (2 \text{ pt.})$$



Complementario:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sistema compatible determinado}$$



1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales: (1 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} 15 \cdot 5^x - 6^{y+1} = 339 \\ 3 \cdot 5^{x+1} + 2 \cdot 6^{y+2} = 807 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array}$$



1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / 6 < 4x - 2 < 22\}$	$(2, 6)$	$E(4, 2)$	$ x - 4 < 2$	(1 pt.)

Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / 6 < 4x - 2 < 22\}$

$$\begin{array}{c|c|c}
 \begin{array}{l} 6 < 4x - 2 \\ 8 < 4x \\ 2 < x \\ x > 2 \end{array} & \begin{array}{l} 4x - 2 < 22 \\ 4x < 24 \\ x < 6 \end{array} & \begin{array}{l} 6 < 4x - 2 < 22 \quad (+2) \\ 6 + 2 < 4x - 2 + 2 < 22 + 2 \\ 8 < 4x < 24 \quad \div 4 \\ 2 < x < 6 \end{array}
 \end{array}
 \quad \text{Intervalo: } (2, 6)$$

Entorno de centro $c = \frac{2+6}{2} = 4$ y radio $r = \frac{|6-2|}{2} = 2 \Rightarrow E(4, 2)$

En valor absoluto $|x - 4| < 2$



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \\ Q(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3 \end{array} \right\} \text{Factorizamos por Ruffini.} \quad (2 \text{ pt.})$$

... y halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambos.

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$$

Divisores: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & -6 & 3 & 10 \\
 & & -1 & 7 & -10 \\
 \hline
 & 1 & -7 & 10 & 0
 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 3}{2} \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix}$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)(x-5)$$

$$Q(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3$$

Divisores: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & 5 & 7 & 3 \\
 & & -1 & -4 & -3 \\
 \hline
 & 1 & 4 & 3 & 0
 \end{array}$$

$$C(x) = x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 2}{2} \begin{matrix} -1 \\ -3 \end{matrix}$$

$$Q(x) = (x+1)(x+1)(x+3) = (x+1)^2(x+3)$$

Mínimo común múltiplo Factores comunes y no comunes elevados a la máxima potencia

$$m.c.m. = (x+1)^2(x-2)(x-5)(x+3)$$

Máximo común divisor Factores comunes elevados a la mínima potencia

$$m.c.d. = (x+1)$$

3. Dado el polinomio $P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, calcula **a** y **b** para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x - 1$ sea 2 y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 3$ sea 58. (1 pt.)

$P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, Aplicando el teorema del resto obtenemos las condiciones:

$$P(1) = 2 \Rightarrow 1^4 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 2 = 2$$

$$a + b = 3 \quad (1)$$

$$P(-3) = 58 \Rightarrow (-3)^4 + a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 2 = 58$$

$$81 + 9a - 3b - 2 = 58$$

$$9a - 3b = -21 \div 3$$

$$3a - b = -7 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 3 \\ 3a - b = -7 \end{array} \right\} +$$

$$\left. \begin{array}{l} 4a = -4 \Rightarrow a = -1 \\ b = 3 - a = 3 + 1 = 4 \Rightarrow b = 4 \end{array} \right\}$$

Solución: $P(x) = x^4 - x^2 + 4x - 2$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

 a) $\log(x-2) + \log(2x-1) = \log(3x-4)$

$$\log(x-2) \cdot (2x-1) = \log(3x-4)$$

$$(x-2) \cdot (2x-1) = 3x-4$$

$$2x^2 - x - 4x + 2 = 3x - 4$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0 \div 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

Válida
No válida
 $\neq \log(1-2)$

$$x = 3$$

 b) $5^{2x+1} + 9 \cdot 5^x - 2 = 0$ Aislamos 5^x

$$(5^x)^2 \cdot 5 + 9 \cdot 5^x - 2 = 0 \quad \text{Cambio de variable } y = 5^x$$

$$5y^2 + 9y - 2 = 0$$

$$y = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 \pm 11}{10} \begin{cases} \frac{1}{5} \\ -2 \end{cases}$$

Des hacemos el cambio de variable $\frac{1}{5} = 5^{-1} = 5^x \Rightarrow x = -1$ Válida

$-2 = 5^x$ No válida

c) $\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 6$ Aislamos una raíz

$\sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1} + 6$ Elevamos al cuadrado

$x+4 = (2x-1) + 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{2x-1} + 36$ Aislamos la otra raíz

$x+4 - (2x-1) - 36 = 12\sqrt{2x-1}$

$-x - 31 = 12\sqrt{2x-1}$

$-(x+31) = 12\sqrt{2x-1}$ Elevamos al cuadrado

$x^2 + 2x \cdot 31 + 31^2 = 144 \cdot (2x-1)$

$x^2 + 62x + 961 = 288x - 144$

$x^2 - 226x + 1105 = 0$

$x = \frac{226 \pm \sqrt{226^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1105}}{2 \cdot 1} = \frac{226 \pm 216}{2} < \begin{matrix} 221 \\ 5 \end{matrix}$ Comprobamos los valores

$\sqrt{221+4} + \sqrt{2 \cdot 221-1} = 36 \Rightarrow 36 \neq 6 \Rightarrow x_1 = 221$ No válida

$\sqrt{5+4} + \sqrt{2 \cdot 5-1} = 6 \Rightarrow 6=6 \Rightarrow x_2 = 5$ Es válida

 5. Descompón la fracción: $\frac{2x+3}{x^2+x-2}$

Como el denominador es de 2º grado, tiene 2 raíces x_1 y x_2 : Descompongo en 2 fracciones:

$\frac{2x+3}{x^2+x-2} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$

Raíces: $x^2+x-2=0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2} < \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{2x+3}{x^2+x-2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$

$\frac{2x+3}{x^2+x-2} = \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x+2)(x-1)}$

Como $x^2+x-2 = (x+2)(x-1)$, simplifico:

$2x+3 = A(x+2) + B(x-1)$ Sustituimos las raíces

Si $x_1 = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 + 3 = A(1+2) + B(1-1)$

$\Rightarrow 5 = 3A \Rightarrow A = \frac{5}{3}$

Si $x_1 = -2 \Rightarrow 2 \cdot (-2) + 3 = A(-2+2) + B(-2-1)$

$\Rightarrow -1 = -3B \Rightarrow B = \frac{1}{3}$

$\frac{2x+3}{x^2+x-2} = \frac{\frac{5}{3}}{x-1} + \frac{\frac{1}{3}}{x+2}$

 6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = -14 \\ 5x - y - 2z = -15 \end{cases} \quad (2 \text{ pt.})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 2 \\ 3 & -3 & 1 & | & -14 \\ 5 & -1 & -2 & | & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{F_2 \rightarrow F_2 - 3 \cdot F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 5 \cdot F_1}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 2 \\ 0 & -9 & 7 & | & -20 \\ 5 & -1 & -2 & | & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 \rightarrow 9 \cdot F_3 - 11 \cdot F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 2 \\ 0 & -9 & 7 & | & -20 \\ 0 & 0 & -5 & | & -5 \end{pmatrix}$$

$$-5 \cdot z = -5 \Rightarrow z = 1$$

$$-9y + 7z = -20 \Rightarrow -9y + 7 \cdot 1 = -20$$

$$y = \frac{-20 - 7}{-9} = \frac{27}{9} = 3$$

$$x + 2y - 2z = 2 \Rightarrow x + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 2$$

$$x = 2 + 2 - 6 = -2$$

$$x = -2 \quad y = 3 \quad z = 1$$

Sistema compatible determinado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Complementario:

 1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

(1 pt.)

$$\begin{cases} 15 \cdot 5^x - 6^{y+1} = 339 \\ 3 \cdot 5^{x+1} + 2 \cdot 6^{y+2} = 807 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15 \cdot 5^x - 6^{y+1} = 339 \\ 3 \cdot 5^{x+1} + 2 \cdot 6^{y+2} = 807 \end{cases} \quad \left| \begin{cases} 15 \cdot 5^x - 6 \cdot 6^y = 339 \\ 3 \cdot 5 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^2 \cdot 6^y = 807 \end{cases} \right. \quad \left| \begin{cases} 15 \cdot 5^x - 6 \cdot 6^y = 339 \\ 15 \cdot 5^x + 72 \cdot 6^y = 807 \end{cases} \right.$$

Cambio de variable:

$$u = 5^x, \quad v = 6^y$$

$$\begin{cases} 15u - 6v = 339 \\ 15u + 72v = 807 \end{cases} \quad -$$

$$78v = 468 \Rightarrow v = 6$$

$$u = \frac{339 + 6 \cdot v}{15} = \frac{339 + 6 \cdot 6}{15} = 25$$

Des hacemos el cambio de variable:

$$u = 5^x, \quad 25 = 5^x \Rightarrow 5^2 = 5^x \Rightarrow x = 2$$

$$v = 6^y, \quad 6 = 6^y \Rightarrow y = 1$$