



1. Completa el siguiente cuadro (justifica el resultado. Resuélvelo aparte) (1 pt)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto
$\{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x+2 \leq 5\}$	$[-5, 3]$	$E[-1, 4]$	$ x+1 \leq 4$



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9 \\ Q(x) = x^3 - 7x + 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} P(x) = (x+3)^2(x+1) \\ Q(x) = (x+3)(x-1)(x-2) \end{array} \quad (2 \text{ pt})$$

... y halla el **máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo** de ambos.

$$m.c.m. = (x+3)^2(x+1)(x-1)(x-2) \quad m.c.d. = (x+3)$$



3. Construye un polinomio de segundo grado cuyo término independiente es 2, sabiendo que el resto que se obtiene al dividirlo por $x+2$ es -4 y que el resto de dividirlo por $x-1$ es 2. $P(x) = -x^2 + x + 2$ (1 pt)

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log\left(\frac{10}{x}\right) = 2 - \log x$ No tiene solución (1 pt)

b) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$ $x = 3$ (1 pt)

c) $\sqrt{x^2 + 6x} - \sqrt{2x} = x$ $x = 2$ (1 pt)



5. Descompón la fracción: $\frac{5x-1}{x^2+3x+2} = \frac{-6}{x+1} + \frac{11}{x+2}$ (1,5 pt)



6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema utilizando el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 3 \\ x + z = 1 \\ 4x - y + 5z = 5 \end{array} \right\} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-z \\ z-1 \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Sistema compatible} \\ \text{indeterminado} \end{array} \quad (1,5 \text{ pt})$$



Complementario:

1. Resuelve la ecuación exponencial: $2^{2x} + 4^{x-1} + 44 = 2^{2x+2}$ $x = 2$ (1 pt)



1. Completa el siguiente cuadro (justifica el resultado. Resuélvelo aparte) (1 pt)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto
$\{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x+2 \leq 5\}$	$[-5, 3]$	$E[-1, 4]$	$ x+1 \leq 4$

$$\left. \begin{array}{l} -3 \leq x+2 \\ -5 \leq x \end{array} \right\} \left| \begin{array}{l} x+2 \leq 5 \\ x \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = \frac{-5+3}{2} = -1 \\ r = \frac{|3-(-5)|}{2} = 4 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} E[c, r] = E[-1, 4] \\ |x-c| \leq r \Rightarrow |x+1| \leq 4 \end{array}$$



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9 \\ Q(x) = x^3 - 7x + 6 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt})$$

... y halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambos.

$$P(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9, \text{ Divisores } \pm 1, \pm 3, \pm 9$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 7 & 15 & 9 \\ -1 & & -1 & -6 & -9 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = -3 \text{ (doble)}$$

Raíces, -1, -3 doble

$$P(x) = (x+3)^2(x+1)$$

$$Q(x) = x^3 - 7x + 6, \text{ Divisores } \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -7 & 6 \\ 1 & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} \begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix}$$

Raíces -3, 2, 1

$$Q(x) = (x+3)(x-1)(x-2)$$

$$m.c.m. = (x+3)^2(x+1)(x-1)(x-2) \quad m.c.d. = (x+3)$$



3. Construye un polinomio de segundo grado cuyo término independiente es 2, sabiendo que el resto que se obtiene al dividirlo por $x+2$ es -4 y que el resto de dividirlo por $x-1$ es 2. (1 pt)

$$P(x) = ax^2 + bx + 2$$

$$P(-2) = -4 \Rightarrow 4a - 2b + 2 = -4$$

$$P(1) = 2 \Rightarrow 1 \cdot a + 1 \cdot b + 2 = 2$$

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b \text{ (sustitución)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4a - 2b = -6 \\ a = -b \end{array} \right\} 4(-b) - 2b = -6 \Rightarrow -6b = -6 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = -1$$

La solución es el polinomio $P(x) = -x^2 + x + 2$

$$a) \log\left(\frac{10}{x}\right) = 2 - \log x$$

$$\log\left(\frac{10}{x}\right) = \log 10^2 - \log x$$

$$\cancel{\log}\left(\frac{10}{x}\right) = \cancel{\log} \frac{100}{x}$$

$$\frac{10}{\cancel{x}} = \frac{100}{\cancel{x}} \quad 10 = 100 \quad \text{Absurdo. No tiene solución}$$

$$b) 4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$$

$$2^{2x+2} + 2^{x+3} = 320$$

$$2^{2x} \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2^3 = 320, \quad y = 2^x$$

$$4y^2 + 8y - 320 = 0$$

$$y^2 - 2y - 80 = 0$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-80)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 18}{2} \begin{cases} -10 \Rightarrow 2^x = -10 \quad \text{No válida} \\ 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$c) \sqrt{x^2 + 6x} - \sqrt{2x} = x$$

$$\sqrt{x^2 + 6x} = x + \sqrt{2x}$$

$$\cancel{x^2} + 6x = \cancel{x^2} + 2x\sqrt{2x} + 2x$$

$$4\cancel{x} = 2\cancel{x}\sqrt{2x}, \quad x = 0$$

$$4 = 2\sqrt{2x}$$

$$2 = \sqrt{2x}$$

$$4 = 2x \Rightarrow x = 2$$

 5. Descompón la fracción: $\frac{5x-1}{x^2+3x+2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} = \frac{-6}{x+1} + \frac{11}{x+2}$

Factorizamos $x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} -2 \\ -1 \end{cases}$

Descomposición: $\frac{5x-1}{x^2+3x+2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$

$$5x - 1 = A(x+2) + B(x+1)$$

$$\text{Si } x = -1, \quad 5(-1) - 1 = A(-1+2) \Rightarrow A = -6$$

$$\text{Si } x = -2, \quad 5(-2) - 1 = B(-2+1) \Rightarrow B = 11$$

$$\frac{5x-1}{x^2+3x+2} = \frac{-6}{x+1} + \frac{11}{x+2}$$

 6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema utilizando el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 3 \\ x + z = 1 \\ 4x - y + 5z = 5 \end{array} \right\} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 5 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ F_1 \leftrightarrow F_2 \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & 5 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \uparrow \\ F_2 \rightarrow F_2 - 2F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 4F_1 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \uparrow \\ F_3 \rightarrow F_3 - F_2 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$0z = 0, z \in \mathbb{R}$$

$$-y + z = 1 \Rightarrow y = z - 1$$

$$x + z = 1 \Rightarrow x = 1 - z$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z \\ z - 1 \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix} \quad \text{Sistema compatible indeterminado}$$



Complementario:

1. Resuelve la ecuación exponencial: $2^{2x} + 4^{x-1} + 44 = 2^{2x+2}$

(1 pt)

$$(2^x)^2 + 2^{2x-2} + 44 = 2^{2x+2}$$

$$(2^x)^2 + 2^{2x} \cdot 2^{-2} + 44 = 2^{2x} \cdot 2^2 \quad \text{Cambio de variable: } y = 2^x$$

$$y^2 + \frac{y^2}{4} + 44 = 4y^2$$

$$4y^2 + y^2 + 176 = 16y^2$$

$$11y^2 = 176$$

$$y^2 = \frac{176}{11} = 16$$

$$y = \pm \sqrt{16} = \pm 4$$

$$2^x = -4 \quad \text{No válida}$$

$$2^x = 4 \Rightarrow x = 2$$