



1. Completa el siguiente cuadro (justifica el resultado. Resuélvelo aparte) (1 pt)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto
$\{x \in \mathbb{R} / -6 < 2 - x < 0\}$	$(2, 8)$	$E(5, 3)$	$ x - 5 < 3$



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9 \\ Q(x) = x^3 - 7x + 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} P(x) = (x+3)^2(x+1) \\ Q(x) = (x+3)(x-1)(x-2) \end{array} \quad (2 \text{ pt})$$

... y halla el **máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo** de ambos.

$$m.c.m. = (x+3)^2(x+1)(x-1)(x-2) \quad m.c.d. = (x+3)$$



3. Construye un polinomio de segundo grado cuyo término independiente es 2, sabiendo que el resto que se obtiene al dividirlo por $x+2$ es -4 y que el resto de dividirlo por $x-1$ es 2. $P(x) = -x^2 + x + 2$ (1 pt)

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log\left(\frac{x}{2}\right) = 1 + \log(21-x)$ $x = 20$ (1 pt)

b) $9^x + 5 \cdot 3^x - 24 = 0$ $x = 1$ (1 pt)

c) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$ $x_1 = 5$ $x_2 = 1$ (1 pt)



5. Descompón la fracción: $\frac{2x+1}{x^2+3x+2} = \frac{-1}{x+1} + \frac{3}{x+2}$ (1,5 pt)



6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema utilizando el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + z = 3 \\ 3x + 3y - 2z = 1 \\ 2x - y - z = 2 \end{array} \right\} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ -1/3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Sistema compatible} \\ \text{determinado} \end{array} \quad (1,5 \text{ pt})$$



Complementario:

1. Resuelve la ecuación exponencial: $2^{2x} + 4^{x-1} + 44 = 2^{2x+2}$ $x = 2$ (1 pt)



1. Completa el siguiente cuadro (justifica el resultado. Resuélvelo aparte)

(1 pt)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto
$\{x \in \mathbb{R} / -6 < 2 - x < 0\}$	$(2, 8)$	$E(5, 3)$	$ x - 5 < 3$

$$\left. \begin{array}{l} -6 < 2-x \\ x < 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2-x < 0 \\ 2 < x \end{array} \Rightarrow 2 < x < 8 \Rightarrow (2, 8) \left\{ \begin{array}{l} c = \frac{2+8}{2} = 5 \\ r = \frac{|8-2|}{2} = 3 \end{array} \right. \begin{array}{l} E(c, r) = E(5, 3) \\ |x-c| < r \\ |x-5| < 3 \end{array}$$



2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9 \\ Q(x) = x^3 - 7x + 6 \end{array} \right\}$$

(2 pt)

... y halla el **máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo** de ambos.

$$P(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9, \text{ Divisores } \pm 1, \pm 3, \pm 9$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 7 & 15 & 9 \\ -1 & & -1 & -6 & -9 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = -3 \text{ (doble)}$$

Raíces, -1, -3 doble

$$P(x) = (x+3)^2(x+1)$$

$$Q(x) = x^3 - 7x + 6, \text{ Divisores } \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -7 & 6 \\ 1 & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 5}{2} < \begin{array}{l} -3 \\ 2 \end{array}$$

Raíces -3, 2, 1

$$Q(x) = (x+3)(x-1)(x-2)$$

$$m.c.m. = (x+3)^2(x+1)(x-1)(x-2) \quad m.c.d. = (x+3)$$



3. Construye un polinomio de **segundo grado** cuyo **término independiente** es 2, sabiendo que el **resto** que se obtiene al dividirlo por $x+2$ es **-4** y que el resto de dividirlo por $x-1$ es **2**.

(1 pt)

$$P(x) = ax^2 + bx + 2$$

$$P(-2) = -4 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4a - 2b + 2 = -4 \\ 1 \cdot a + 1 \cdot b + 2 = 2 \end{array} \right\}$$

$$P(1) = 2 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 \cdot a + 1 \cdot b + 2 = 2 \\ a + b = 0 \Rightarrow a = -b \text{ (sustitución)} \end{array} \right\}$$

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b \text{ (sustitución)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4a - 2b = -6 \\ a = -b \end{array} \right\} 4(-b) - 2b = -6 \Rightarrow -6b = -6 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = -1$$

La solución es el polinomio $P(x) = -x^2 + x + 2$

 a) $\log\left(\frac{x}{2}\right) = 1 + \log(21-x)$

$$\log\left(\frac{x}{2}\right) = \log 10 + \log(21-x)$$

$$\cancel{\log}\left(\frac{x}{2}\right) = \cancel{\log} 10(21-x)$$

$$\frac{x}{2} = 10(21-x) = 210 - 10x$$

$$x = 420 - 20x$$

$$21x = 420$$

$$x = \frac{420}{21} = 20$$

$$x = 20$$

b) $9^x + 5 \cdot 3^x - 24 = 0$

$$9 = 3^2, \quad (3^x)^2 + 5 \cdot 3^x - 24 = 0 \quad \text{Cambio } y = 3^x$$

$$y^2 + 5y - 24 = 0, \quad y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 11}{2} < \begin{matrix} -8 \\ 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{No válida } 3^x \neq -8 \\ 3^x = 3 \Rightarrow x = 1 \end{matrix}$$

c) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$

$$\sqrt{3x+1} = 1 + \sqrt{2x-1}$$

$$3x+1 = \cancel{1} + 2x - \cancel{1} + 2\sqrt{2x-1}$$

$$x+1 = 2\sqrt{2x-1}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 4(2x-1)$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 4}{2} < \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{matrix} \quad (\text{Ambas válidas})$$

 5. Descompón la fracción: $\frac{2x+1}{x^2+3x+2}$

Factorizamos $x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} < \begin{matrix} -2 \\ -1 \end{matrix}$

Descomposición: $\frac{2x+1}{x^2+3x+2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$

$$2x+1 = A(x+2) + B(x+1)$$

Si $x = -1$, $2(-1)+1 = A(-1+2) \Rightarrow A = -1$

Si $x = -2$, $2(-2)+1 = B(-2+1) \Rightarrow B = 3$

$$\frac{2x+1}{x^2+3x+2} = \frac{-1}{x+1} + \frac{3}{x+2}$$



6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema utilizando el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + z = 3 \\ 3x + 3y - 2z = 1 \\ 2x - y - z = 2 \end{array} \right\}$$

(1,5 pt)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 \rightarrow F_2 - 3F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 2F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & -5 & -8 \\ 0 & 3 & -3 & -4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow 3F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{array} \right)$$

$$-4z = -4 \Rightarrow z = 1$$

$$9y - 5z = -8 \Rightarrow 9y = -8 + 5 \cdot 1 = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

$$x - 2y + z = 3 \Rightarrow x = 3 - z + 2y = 3 - 1 - \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ -1/3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sistema compatible determinado}$$



Complementario:

1. Resuelve la ecuación exponencial: $2^{2x} + 4^{x-1} + 44 = 2^{2x+2}$

(1 pt)

$$(2^x)^2 + 2^{2x-2} + 44 = 2^{2x+2}$$

$$(2^x)^2 + 2^{2x} \cdot 2^{-2} + 44 = 2^{2x} \cdot 2^2 \quad \text{Cambio de variable: } y = 2^x$$

$$y^2 + \frac{y^2}{4} + 44 = 4y^2$$

$$4y^2 + y^2 + 176 = 16y^2$$

$$11y^2 = 176$$

$$y^2 = \frac{176}{11} = 16$$

$$y = \pm \sqrt{16} = \pm 4$$

$$2^x = -4 \quad \text{No válida}$$

$$2^x = 4 \Rightarrow x = 2$$