

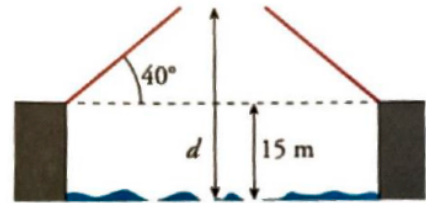
- 1 [1 punto] Si $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$ y $\alpha < \pi$, halla, sin calcular el ángulo α , sin calculadora y usando la fórmula correspondiente:

$$\sin 2\alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right), \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$$

- 2 [1 punto] Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $2\sin^2 x + \cos x = 1$.

- 3 [1 punto] Un puente levadizo mide 140 m cerrado sobre un río. Las aberturas del puente pueden elevarse hasta 40° .

- a) Si el nivel del agua está 15 m más abajo que el puente cerrado, calcula la distancia d (ver figura) entre el nivel del agua y la altura del puente cuando está abierto al máximo.
- b) Calcula la separación entre las aberturas cuando el puente está totalmente abierto.



SOLUCIONES

$$\cos \alpha = -\frac{1}{4}, \quad \alpha < \pi. \quad \alpha \in \text{II} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha > 0, \quad \operatorname{tg} \alpha < 0.$$

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = +\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = +\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2} = +\sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \\ &= \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}. \quad \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{-\frac{1}{4}} = -\sqrt{15}. \end{aligned}$$

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \boxed{\frac{-\sqrt{15}}{8}}$$

$$2 \operatorname{sen}^2 x + \cos x = 1.$$

$$2(1 - \cos^2 x) + \cos x - 1 = 0$$

$$2 - 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$-2\cos^2 x + \cos x + 1 = 0 \quad t = \cos x$$

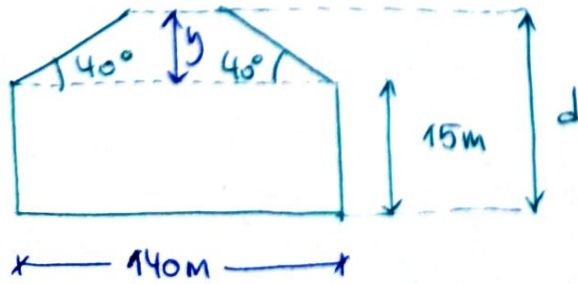
$$-2t^2 + t + 1 = 0$$

$$\therefore -t - 1 = 0$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1 = \cos x \Rightarrow \boxed{x = \arccos 1 = 360^\circ K, K \in \mathbb{Z}} \\ -\frac{1}{2} = \cos x \Rightarrow x = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{x = 120^\circ + 360^\circ K} \\ K \in \mathbb{Z}$$

$$\boxed{x = 240^\circ + 360^\circ K} \\ K \in \mathbb{Z}$$



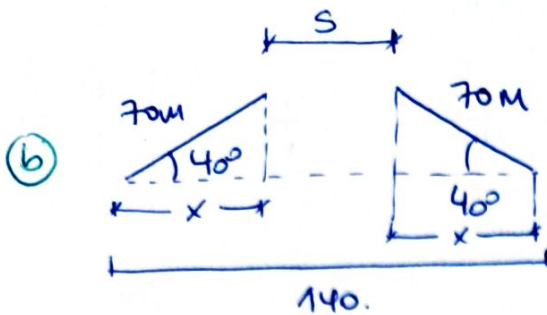
② $d = 15 + y$, hallamos y .



$$\sin 40^\circ = \frac{y}{70} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 70 \cdot \sin 40^\circ = 45\text{m} \Rightarrow \boxed{d = 15 + 45 = 60\text{m}}$$

5/6



$$\cos 40^\circ = \frac{x}{70} \Rightarrow x = 70 \cdot \cos 40^\circ.$$

$$\boxed{S = 140 - 2 \cdot 70 \cdot \cos 40^\circ = 32,75\text{m}}$$