1. Sea R la región del plano definida por $\begin{cases} 2x - y \geq 1 \\ 2x - 3y \leq 6 \\ x + 2y - 3 \geq 0 \\ x \leq 8 - y \\ y \leq 3 \end{cases}$

   a) Representar la región R y calcular razonadamente las coordenadas de sus vértices.

   b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = \frac{x}{2} - \frac{y}{3}$ en la región R indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

   c) Justificar razonadamente si el punto $M\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ pertenece a la región factible.

2. En un depósito se almacenan bidones de petróleo y de gasolina. Para poder atender la demanda se han de almacenar como mínimo 10 bidones de petróleo y 20 de gasolina. Además, debe haber como mínimo el mismo número de bidones de gasolina que de petróleo, siendo la capacidad máxima del depósito de 200 bidones. Por otro lado, por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 bidones en el depósito.

   El gasto de almacenamiento de un bidón de petróleo es de 20 céntimos y el de uno de gasolina es de 30 céntimos.

   Se desea saber cuántos bidones de cada clase han de almacenarse para minimizar el coste de almacenamiento.

   a) Plantea el problema de programación lineal, representa la región factible y calcula razonadamente las coordenadas de los vértices.
   b) Determina el número de bidones de cada clase que han de almacenarse para minimizar el coste de almacenamiento e indica el valor de dicho coste.
   c) Si el coste de almacenamiento fuera de 20 céntimos para ambos tipos de bidones, ¿cuántos bidones se deberían almacenar para minimizar el coste de almacenamiento?

1. Sea R la región del plano definida por $\begin{cases} 2x - y \geq 1 \\ 2x - 3y \leq 6 \\ x + 2y - 3 \geq 0 \\ x \leq 8 - y \\ y \leq 3 \end{cases}$

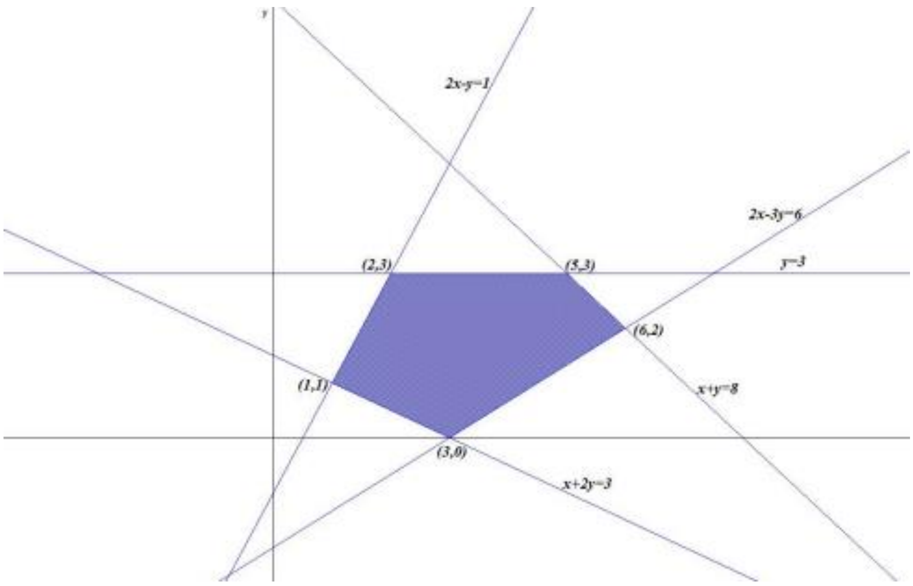
a) Representar la región R y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = \frac{x}{2} - \frac{y}{3}$ en la región R indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

c) Justificar razonadamente si el punto $M\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ pertenece a la región factible.

Resolución

a) Representamos la región factible resolviendo el sistema de inecuaciones anterior



Calculamos los vértices de la región factible:

$$A(1,1)\ ;\ B(2,3)\ ;\ C(5,3)\ ;\ D(6,2)\ ;\ E(3,0)$$

b) Evaluamos la función objetivo $f(x,y) = \frac{x}{2} - \frac{y}{3}$ en los vértices de la región factible:

$$f(A) = \frac{1}{6}\ ;\ f(B) = 0\ ;\ f(C) = \frac{3}{2}\ ;\ f(D) = \frac{7}{3}\ ;\ f(E) = 3/2$$

El valor máximo de la función es $7/3$ y se obtiene en el punto $D(6,2)$.

El valor mínimo de la función es 0 y se obtiene en el punto $B(2,3)$.

c) El punto $M\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ sí pertenece a la región factible ya que cumple todas las inecuaciones del sistema.

2. En un depósito se almacenan bidones de petróleo y de gasolina. Para poder atender la demanda se han de almacenar como mínimo 10 bidones de petróleo y 20 de gasolina. Además, debe haber como mínimo el mismo número de bidones de gasolina que de petróleo, siendo la capacidad máxima del depósito de 200 bidones. Por otro lado, por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 bidones en total en el depósito.
   El gasto de almacenamiento de un bidón de petróleo es de 20 céntimos y el de uno de gasolina es de 30 céntimos.
   Se desea saber cuántos bidones de cada clase han de almacenarse para minimizar el coste de almacenamiento.
   a) Plantea el problema de programación lineal, representa la región factible y calcula las coordenadas de los vértices.
   b) Determina el número de bidones de cada clase que han de almacenarse para minimizar el coste de almacenamiento e indica el coste mínimo.
   c) Si el coste de almacenamiento fuera de 20 céntimos para ambos tipos de bidones, ¿cuántos bidones se deberían almacenar para minimizar el coste de almacenamiento?

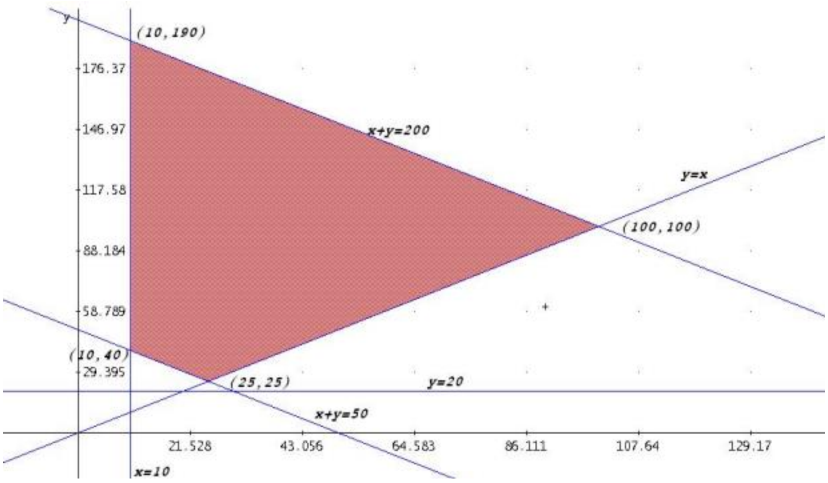
Resolución

a)

$x \equiv número\ de\ bidones\ de\ petróleo$ $\qquad$ $y \equiv número\ de\ bidones\ de\ gasolina$

$$Función\ Objetivo:\ minimizar\ f(x,y) = 20x + 30y$$

$$Restricciones: \quad s.a \equiv \begin{cases} x + y \leq 200 \\ x \leq y \\ x + y \geq 50 \\ x \geq 10 \quad y \geq 20 \end{cases}$$



Las coordenadas de los vértices de la región factible son:

$$A(10,40)\ ;\ \ B(10,190);\ \ C(100,100);\ \ D(25,25)$$

b) Evaluando la función objetivo en cada uno de los vértices obtenemos:

$$f(A) = f(10,40) = 1400 \text{ céntimos} = 14€$$

$$f(\mathrm{B}) = f(10,190) = 5900 \text{ céntimos} = 59€;$$

$$f(C) = f(100,100) = 5000 \text{ céntimos} = 50€$$

$$f(\mathrm{D}) = f(25,25) = 1250\ céntimos = 12{,}5€$$

Para que el coste de almacenamiento sea mínimo se deben almacenar 25 bidones de cada tipo, siendo el valor de dicho coste 12,5€.

c) En este caso la función objetivo sería: $f(x, y) = 20x + 20\text{y} = 20 \cdot (\text{x} + \text{y})$
Evaluando la función objetivo en cada uno de los vértices obtenemos:

$$f(A) = f(10{,}40) = 1000 \text{ céntimos} = 10€$$

$$f(B) = f(10{,}190) = 4000 \text{ céntimos} = 40€$$

$$f(\text{C}) = f(100{,}100) = 4000 \text{ céntimos} = 40€$$

$$f(\text{D}) = f(25{,}25) = 1000 \text{ céntimos} = 10€$$

Se trata de un problema de programación lineal con infinitas soluciones. El coste mínimo de almacenamiento en este caso son 10€ y se alcanza en el vértice A (10 bidones de petróleo y 40 de gasolina), en el vértice D (25 bidones de cada tipo) y en todos los puntos del segmento AD con coordenadas naturales.

$$x = 11, y = 39 \qquad x = 12, y = 38 \quad \dots \quad x = 23\ , y = 27 \qquad x = 24, y = 26$$