1. Sea R la región del plano definida por $\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x \geq 2 - y \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$

   a) Representar la región R y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
   b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = x - 5y$ en la región R indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.
   c) Justificar razonadamente si el punto $M\ (1,5)$ pertenece a la región factible.

2. Un comerciante desea comprar dos tipos de lavadoras, A y B. Las de tipo A cuestan 180€ y las de tipo B, 300€. Dispone de un total de 4200€ y por limitaciones de almacenamiento, no puede adquirir más de 20 lavadoras. Además, ha de comprar al menos una lavadora de cada tipo. Sabiendo que el precio de venta de una lavadora A es de 190€ y de una lavadora B 315€. Determina cuántas lavadoras debe comprar de cada tipo para maximizar el beneficio y determina el valor de dicho beneficio. Plantea y resuelve el problema de programación lineal. Nota: Se recuerda que el número de lavadoras ha de ser entero.

1. Sea R la región del plano definida por $\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ x \geq 2 - y \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$

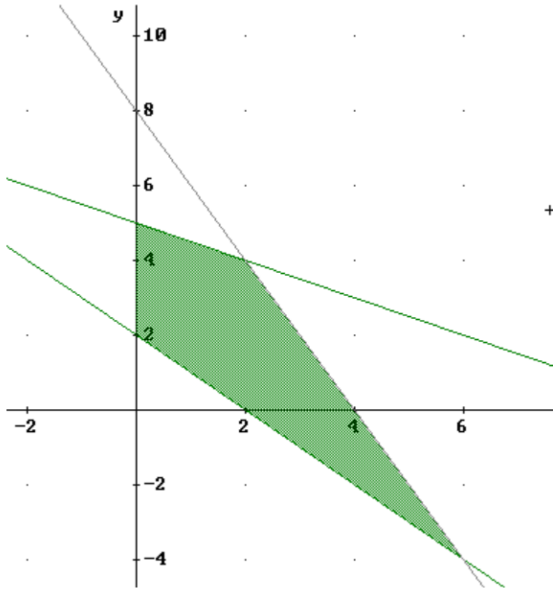
a) Representar la región R y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - 5y$ en la región R indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

c) Justificar si el punto $M\ (1, 5)$ pertenece a la región factible.

Resolución

a) Representamos la región factible resolviendo el sistema de inecuaciones anterior



Calculamos los vértices de la región factible:

- $A(0,2)$ se deduce a partir de la región factible
- $B(0,5\ )$ se deduce a partir de la región factible
- C: $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$; $x = 2; \rightarrow y = 4\quad C(2,4)$
- D: $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x = 2 - y \end{cases}$; $\ x = 6 \rightarrow y = -4\quad D(6, -4)$

b) Evaluamos la función objetivo $f(x, y) = x - 5y$ en los vértices de la región factible:

$$f(A) = -10\ ;\ f(B) = -25\ ;\ f(C) = -18\ ;\ f(D) = 26$$

El valor máximo de la función es 26 y se obtiene en el punto $D(6, -4)$.

El valor mínimo de la función es -25 y se obtiene en el punto $B(0, 5)$.

c) El punto $M\ (1, 5)$ no pertenece a la región factible ya que no cumple la primera inecuación del sistema $x + 2y \leq 10$: $\quad 1 + 10 \leq 10; \quad 11 \leq 10\ ;\ Falso$

2. Un comerciante desea comprar dos tipos de lavadoras, A y B. Las de tipo A cuestan 180€ y las de tipo B, 300€. Dispone de un total de 4200€ y por limitaciones de almacenamiento, no puede adquirir más de 20 lavadoras. Además, ha de comprar al menos una lavadora de cada tipo. Sabiendo que el precio de venta de una lavadora A es de 190€ y de una lavadora B 315€. Determina cuántas lavadoras debe comprar de cada tipo para maximizar el beneficio y determina el valor de dicho beneficio. Plantea y resuelve el problema de programación lineal. Nota: Se recuerda que el número de lavadoras ha de ser entero.

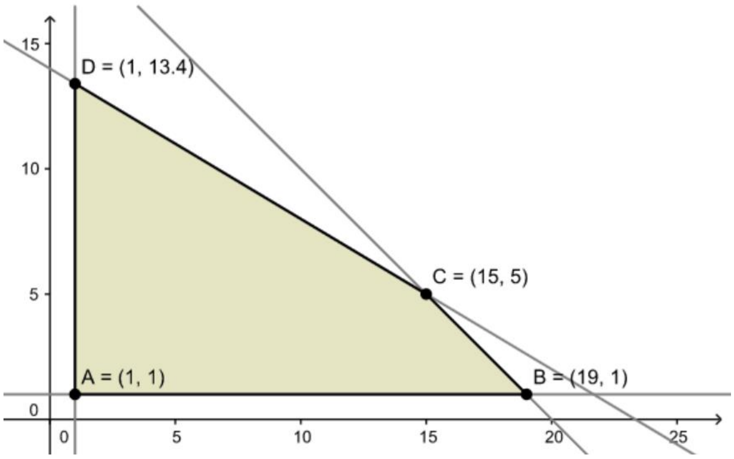
Resolución

$x \equiv número\ de\ lavadoras\ tipo\ A$

$y \equiv número\ de\ lavadoras\ tipo\ B$

$$Función\ Objetivo\colon\ maximinzar\ f(x,y) = 10x + 15\mathrm{y}$$

$$Restricciones\colon\quad s.a \equiv \begin{cases} 180x + 300y \leq 4200 \\ \mathrm{x} + \mathrm{y} \leq 20 \\ \mathrm{x} \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases} \equiv \begin{cases} 3x + 5y \leq 70 \\ \mathrm{x} + \mathrm{y} \leq 20 \\ \mathrm{x} \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases}$$



Las coordenadas de los vértices de la región factible son:

$$A(1,1)\ ;\ \ B(19,1);\ \ C(15,5);\ \ D(1,\frac{67}{5})$$

Evaluando la función objetivo en cada uno de los vértices obtenemos:

$f(A) = f(1{,}1) = 25€;\quad f(B) = f(19{,}1) = 205\ €;\quad f(\mathrm{C}) = f(15{,}5) = 225\ €;$

$$f(D) = f\left(1,\frac{67}{5}\right) = 211\ €;$$

El beneficio máximo son 225€. Se alcanza en el vértice C (15,5), es decir, comprando 15 lavadoras tipo A y 5 tipo B.