1. Sea R la región del plano definida por $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 13 \\ x + 3y \geq -3 \\ x \geq 0 \end{cases}$

   a) Representar la región R y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

   b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - 2y$ en la región R indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

   c) Justificar si el punto $M\ \left(4, \frac{11}{5}\right)$ pertenece a la región factible.

2. Un pastelero elabora tartas y roscones semanalmente. Para hacer una tarta emplea dos horas y para hacer un roscón emplea una hora. Los ingredientes de los que dispone no le permiten hacer más de 50 elaboraciones entre tartas y roscones a la semana y, además, sólo puede dedicar 80 horas de trabajo semanalmente. Sabiendo que por cada tarta gana 5€ y por cada roscón 4€:

   a) Determina el número de tartas y roscones que debe elaborar semanalmente para obtener el mayor beneficio e indica el valor de dicho beneficio. Representa la región factible y los vértices.

   b) Determina el número de tartas y roscones que debe elaborar semanalmente para obtener el mayor beneficio si la ganancia obtenida con la venta de cada uno de ellos fueran 4€.

1. Sea R la región del plano definida por $\begin{cases} x+y\leq 6 \\ 3x-2y\leq 13 \\ x+3y\geq -3 \\ x\geq 0 \end{cases}$

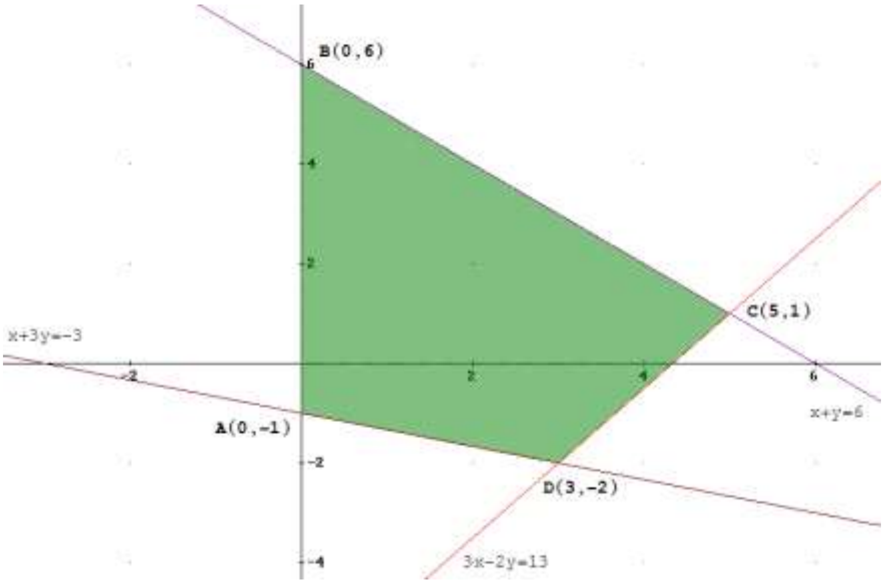
a) Representar la región R y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obtener los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y)=x-2y$ en la región R indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

c) Justificar si el punto $M\left(4,\frac{11}{5}\right)$ pertenece a la región factible.

Resolución

a)



Calculamos los vértices de la región factible:

- $A(0,-1)$ se deduce a partir de la región factible
- $B(0,6\ )$ se deduce a partir de la región factible
- C: $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-2y=13 \end{cases}$; $x=5; \to y=1\quad C(5,1)$
- D: $\begin{cases} x+3y=-3 \\ 3x-2y=13 \end{cases}$; $x=3\to y=-2\quad D(3,-2)$

b) Evaluamos la función objetivo $f(x,y)=x-2y$ en los vértices de la región factible:

$$f(A)=2\ ;\ f(B)=-12\ ;\ f(C)=3\ ;\ f(D)=7$$

El valor máximo de la función es 7 y se obtiene en el punto $D(3,-2)$.

El valor mínimo de la función es -12 y se obtiene en el punto $B(0,6)$.

c) El punto $M\left(4,\frac{11}{2}\right)$ no pertenece a la región factible ya que no cumple la primera inecuación del sistema $x+y\leq 6$: $\quad 4+\frac{11}{2}\leq 6\ ;\quad \frac{19}{2}\leq 6\ ;\qquad 9{,}5\leq 6\quad Falso$

2. Un pastelero elabora tartas y roscones semanalmente. Para hacer una tarta emplea dos horas y para hacer un roscón emplea una hora. Los ingredientes de los que dispone no le permiten hacer más de 50 elaboraciones entre tartas y roscones a la semana y, además, sólo puede dedicar 80 horas de trabajo semanalmente. Sabiendo que por cada tarta gana 5€ y por cada roscón 4€:
   a) Determina e indica el valor de dicho beneficio. Representa la región factible y los vértices.
   b) Determina el número de tartas y roscones que debe elaborar semanalmente para obtener el mayor beneficio si la ganancia obtenida con la venta de cada uno de ellos fueran 4€.

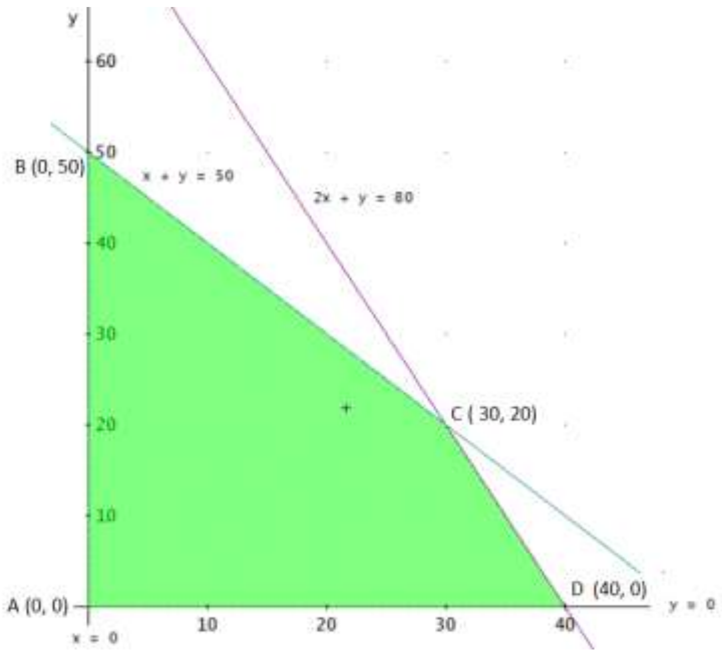
Resolución

$x \equiv número\ de\ tartas\ semanales$

$y \equiv número\ de\ roscones\ semanales.$

$$Función\ Objetivo:\ maximinzar\ f(x,y) = 5x + 4y$$

$$Restricciones:\quad s.a \equiv \begin{cases} 2x + y \leq 80 \\ \mathrm{x + y} \leq 50 \\ \mathrm{x} \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Las coordenadas de los vértices de la región factible son:

$$A(0,0)\ ;\ \ B(0,50);\ \ C(30,20);\ \ D(40,0)$$

Evaluando la función objetivo en cada uno de los vértices obtenemos:

$$f(A) = f_A = 0\ €;\quad f(B) = f_B = 200\ €;\quad f(\mathrm{C}) = f_C = 230\ €;\quad f(D) = f_D = 200\ €;$$

a) Debe elaborar 30 tartas y 20 roscones. Ganancia máxima de 230 euros.

b) En este caso la funcion objetivo es: $f(x,y) = 4x + 4y$

$$f(A) = f_A = 0\ €;\quad f(B) = f_B = 200\ €;\quad f(\mathrm{C}) = f_C = 200\ €;\quad f(D) = f_D = 160€;$$

El número de tartas y roscones que debe preparar correspone a las coordenadas de los vértices B y C y a todos los puntos del segmento $\overline{BC}$ con coordenadas enteras:

$$(1,49)\ ;\ \ (2,48)\ ;\ \ (3,47)\ \ ...\ \ (47{,}3)\ ;\ \ (48,2)\ ;\ \ (49,1)$$