1. Sea S la región del plano definida por $\begin{cases} -2x + y \leq 2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \ ; \ y \geq 0 \end{cases}$

   a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
   b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 3x - 2y$en la región S indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

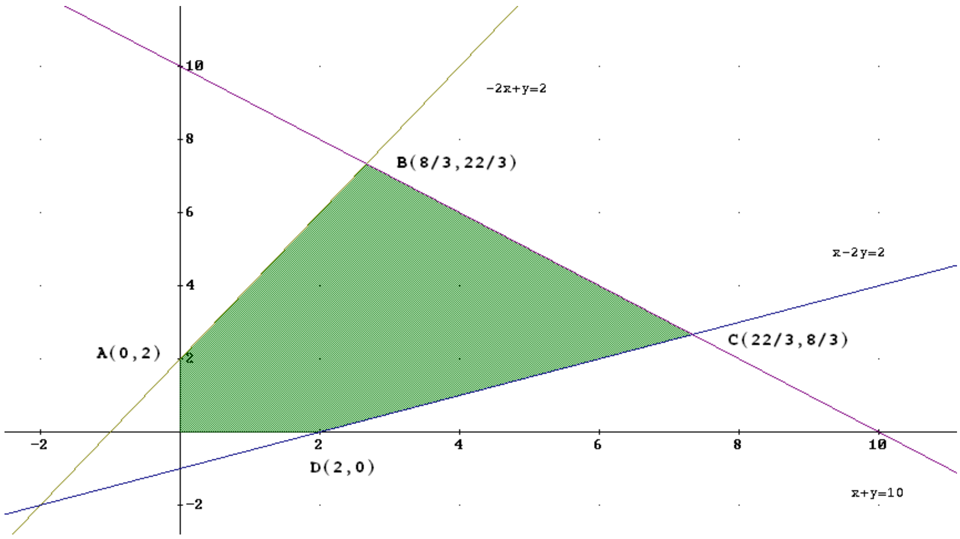
2. Un centro dedicado a la enseñanza personalizada de idiomas tiene dos cursos, uno básico y otro avanzado, para los que dedica distintos recursos. Esta planificación hace que:
   - pueda atender entre 40 y 66 estudiantes en el curso básico.
   - pueda atender entre 20 y 40 estudiantes en el curso avanzado.
   - el número máximo de estudiantes que, en total, el centro puede atender es 96.
   - por razones de espacio, el número de alumnos del curso básico debe ser, al menos, el doble de los del curso avanzado.

   Los beneficios mensuales que obtiene el centro por cada estudiante en el curso básico se estiman en 145 euros y en 150 euros por cada estudiante del curso avanzado.
   a) Expresa la función objetivo y las restricciones del problema en cuanto a maximizar el beneficio mensual del centro.
   b) Representa gráficamente la región factible así como sus vértices.
   c) Determina el número de estudiantes de cada curso que proporciona el máximo beneficio mensual al centro así como dicho beneficio.
   d) Si los beneficios mensuales por alumno fuesen de 150 euros en los dos cursos, ¿cuántos alumnos debe haber en cada curso para obtener el beneficio máximo?.

1. Sea S la región del plano definida por $\begin{cases} -2x+y \le 2 \\ x-2y \le 2 \\ x+y \le 10 \\ x \ge 0 \;;\; y \ge 0 \end{cases}$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = 3x - 2y$en la región S indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Resolución
a)



b) Evaluamos la función objetivo $f(x,y) = 3x - 2y$ en los vértices de la región factible:

$$f(A) = -4 \;;\; f(B) = -\frac{20}{3} \;;\; f(C) = \frac{50}{3} \;;\; f(D) = 6 \;;\; f(O) = 0$$

El máximo de la función es $\frac{50}{3}$ y se alcanza en el punto $C\left(\frac{22}{3}, \frac{8}{3}\right)$.
El mínimo de la función es $-\frac{20}{3}$ y se alcanza en el punto $B\left(\frac{8}{3}, \frac{22}{3}\right)$.

2. Un centro dedicado a la enseñanza personalizada de idiomas tiene dos cursos, uno básico y otro avanzado, para los que dedica distintos recursos. Esta planificación hace que:
   - pueda atender entre 40 y 66 estudiantes en el curso básico.
   - pueda atender entre 20 y 40 estudiantes en el curso avanzado.
   - el número máximo de estudiantes que, en total, el centro puede atender es 96.
   - por razones de espacio, el número de alumnos del curso básico debe ser, al menos, el doble de los del curso avanzado.

   Los beneficios mensuales que obtiene el centro por cada estudiante en el curso básico se estiman en 145 euros y en 150 euros por cada estudiante del curso avanzado.
   a) Expresa la función objetivo y las restricciones del problema en cuanto a maximizar el beneficio mensual del centro.
   b) Representa gráficamente la región factible así como sus vértices.
   c) Determina el número de estudiantes de cada curso que proporciona el máximo beneficio mensual al centro así como dicho beneficio.

d) Si los beneficios mensuales por alumno fuesen de 150 euros en los dos cursos, ¿cuántos alumnos debe haber en cada curso para obtener el beneficio máximo?.

a) **Resolución**

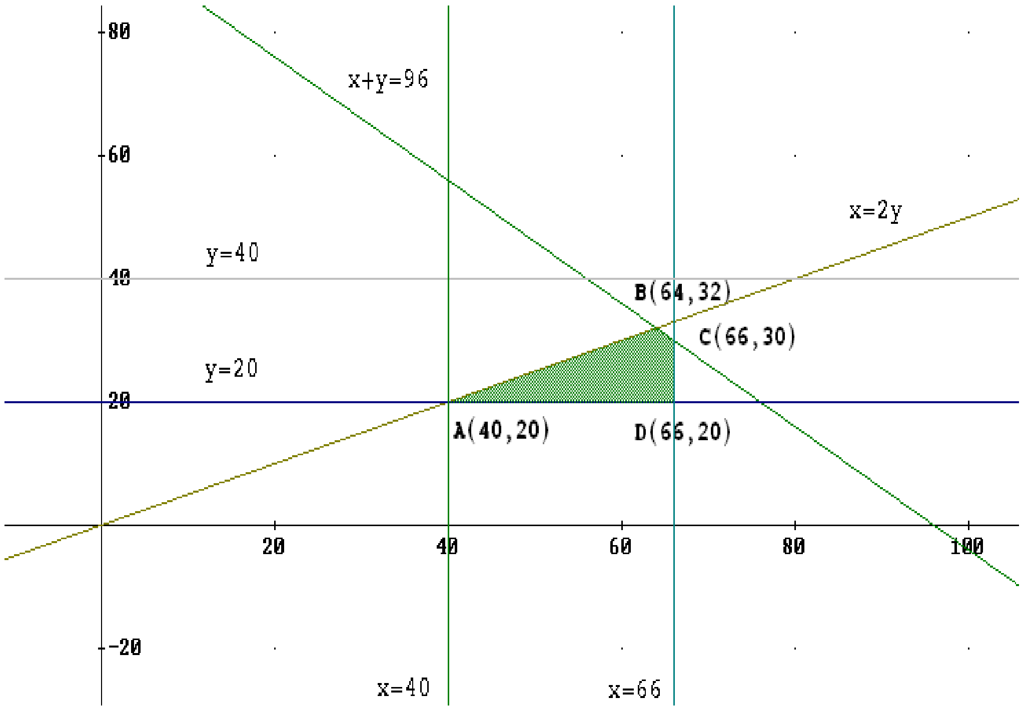
$x \equiv número\ de\ alumnos\ del\ curso\ básico.$

$y \equiv número\ de\ alumnos\ del\ curso\ avanzado.$

$$Función\ Objetivo:\ maximizar\ z = f(x,y) = 145x + 150y$$

$$Restricciones: \quad s.a \equiv \begin{cases} x + y \leq 96 \\ x \geq 2y \\ 40 \leq x \leq 66 \\ 20 \leq y \leq 40 \end{cases}$$

b)



c) Evaluamos la función objetivo $f(x,y) = 145x + 150y$ en los vértices de la región factible:

$$f(A) = 8800\ ;\ f(B) = 14080\ ;\ f(C) = 14070\ ;\ f(D) = 12570$$

El máximo de la función objetivo se alcanza en el vértice B.

El número de estudiantes del curso básico debe ser $x = 64$ y el del curso avanzado de $y = 32$ obteniendo así un beneficio máximo mensual de 14080 euros.

d) En este caso $f(x,y) = 150x + 150y$

$$f(A) = 9000\ ;\ f(B) = 14400\ ;\ f(C) = 14400\ ;\ f(D) = 12900$$

El máximo, 14400 euros, se alcanza en los vértices B y C así como en todos los puntos del segmento que los une con coordenadas enteras.

Las soluciones serían: $x = 64\ \ e\ \ y = 32\ \ ;\ \ x = 65\ \ e\ \ y = 31\ \ ;\ \ x = 66\ \ e\ \ y = 30$