1. Se considera la región del plano S definida por: $\begin{cases} x+y\leq 6 \\ 3x-2y\leq 13 \\ x+3y\geq -3 \\ x\geq 0 \end{cases}$

   a) Representar gráficamente la región S y calcular las coordenadas de sus vértices.
   b) Determinar los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y)=x-2y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan.

2. Una fábrica de piensos para animales produce diariamente como mucho seis toneladas de pienso del tipo A y como máximo cuatro toneladas de pienso del tipo B. Además, la producción diaria de pienso del tipo B no puede superar el doble de la de tipo A y, por último, el doble de la fabricación de pienso del tipo A sumada con la del tipo B debe ser como poco cuatro toneladas diarias. Teniendo en cuenta que el coste de fabricación de una tonelada de pienso del tipo A es de 1000 euros y el de una tonelada del tipo B de 2000 euros, determinar:
   a) Producción diaria para que la fábrica cumpla con sus obligaciones con un coste mínimo.
   b) Valor de dicho coste diario mínimo.
   c) Producción diaria para obtener un coste mínimo si el coste de fabricación de una tonelada de pienso del tipo A es de 2000 euros y el de una tonelada del tipo B de 1000 euros.

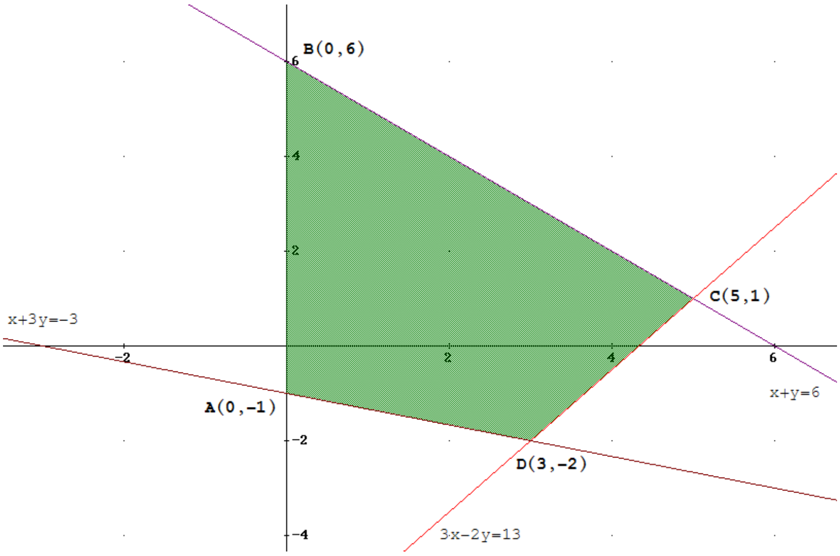
1. Se considera la región del plano S definida por: $\begin{cases} x+y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 13 \\ x+3y \geq -3 \\ x \geq 0 \end{cases}$

   a) Representar gráficamente la región S y calcular las coordenadas de sus vértices.

   b) Determinar los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = x - 2y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan.

   Resolución

   a) Representamos la región factible S:



   Las coordenadas de los vértices son: $A(0,-1); B(0,6); C(5,1); D(3,-2)$

   b) Para determinar los valores máximo y mínimo, evaluamos la función $f(x,y) = x - 2y$ en cada uno de los vértices A, B, C y D. Así, tenemos:

$$f(A) = 2 \ ; \ f(B) = -12 \ ; \ f(C) = 3 \ ; \ f(D) = 7$$

   Por tanto, podemos concluir lo siguiente:

   - El valor máximo de la función es 7 y se obtiene en el punto $D(3,-2)$
   - El valor mínimo de la función es -12 y se obtiene en el punto $B(0,6)$.

2. Una fábrica de piensos para animales produce diariamente como mucho seis toneladas de pienso del tipo A y como máximo cuatro toneladas de pienso del tipo B. Además, la producción diaria de pienso del tipo B no puede superar el doble de la de tipo A y, por último, el doble de la fabricación de pienso del tipo A sumada con la del tipo B debe ser como poco cuatro toneladas diarias. Teniendo en cuenta que el coste de fabricación de una tonelada de pienso del tipo A es de 1000 euros y el de una tonelada del tipo B de 2000 euros, determinar:

   a) Producción diaria para que la fábrica cumpla con sus obligaciones con un coste mínimo.

   b) Valor de dicho coste diario mínimo.

   c) Producción diaria para obtener un coste mínimo si el coste de fabricación de una tonelada de pienso del tipo A es de 2000 euros y el de una tonelada del tipo B de 1000 euros.

   Resolución

   Definimos:

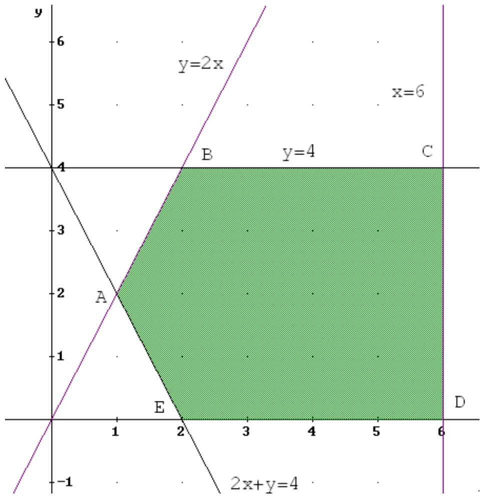
$$x \equiv \textit{número de toneladas de pienso del tipo A}$$
$$y \equiv \textit{número de toneladas de pienso del tipo B}$$

   Planteamos el siguiente problema de programación lineal:

$$\textbf{\textit{Función Objetivo}}: \ minimizar\ z = f(x,y) = 1000x + 2000y$$

$$\textbf{\textit{Restricciones}}: \quad s.a \equiv \begin{cases} y \leq 2x \\ 2x + y \geq 4 \\ 0 \leq x \leq 6 \ ; \ \ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

Representamos la región factible:



Los vértices de dicha región son los puntos:

$$A(1,2)\ \ ; \ \ B(2,4)\ ; \ C(6,4); \ D(6,0)\ ; \ E(2,0)$$

Evaluando la función objetivo en cada uno de ellos obtenemos:

$$f_A = 5000\ ; \ f_B = 10000\ ; \ f_C = 14000\ ; \ f_D = 6000\ ; \ \ f_E = 2000$$

Observamos que el mínimo se alcanza en el punto E.

a) La producción diaria para que la fábrica cumpla con sus obligaciones con un coste mínimo consiste en producir diariamente $x = 2$ toneladas de pienso del tipo A y ninguna de pienso del tipo B.

b) El coste mínimo es de 2000 $euros$.

c) En este caso la función objetivo es $minimizar\ f(x,y) = 2000x + 1000y$

Evaluamos la función objetivo en cada vértice:

$$f_A = 4000\ ; \ f_B = 8000\ ; \ f_C = 16000\ ; \ f_D = 12000\ ; \ \ f_E = 4000$$

Se trata de un problema de programación lineal con infinitas soluciones.

El mínimo, 4000 euros, se alcanza en los vértices A y E así como en todos los puntos del segmento que los une.