

PARTE 1: ECUACIONES, SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log\sqrt{3x+5} = 1 - \log\sqrt{x}$

b) $100 \cdot 10^x = 10^{\frac{15}{x}}$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} 2x + y - 4z = -1 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

3. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq -1 \\ x < 0 \\ x - y + 3 > 0 \end{cases}$$

4. Una persona invierte 7200€ en acciones de tres empresas A, B y C, y obtuvo un beneficio de 552€. Sabemos que invirtió en la empresa B el triple de lo invertido en A y C juntas y que los beneficios de las empresas fueron del 10% en A, del 8% en B y del 5% en C. ¿Cuánto invirtió en cada una?

PARTE 2: ARITMÉTICA DE LA ECONOMÍA

1. Calcula el tiempo en años que tiene que pasar para obtener un capital de 29009,56 € aportando cuotas anuales de 5000€ periódicamente, en una cuenta con un interés anual del 5%.
2. Nos han concedido un préstamo hipotecario al 6% anual, por valor de 150.000 €. Lo vamos a amortizar en 15 años con pagos mensuales, ¿cuál será la cuota de amortización mensual?
3. Una entidad bancaria A ofrece un interés anual del 3,6% con pago de interés cuatrimestral. En cambio, otra entidad B ofrece un interés anual del 3,588% con pago de interés mensual. Calcula la Tasa anual equivalente de cada una de ellas y razona en cuál nos conviene más realizar una inversión.

PARTE 1: ECUACIONES, SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log\sqrt{3x+5} = 1 - \log\sqrt{x}$

$$\log\sqrt{3x+5} + \log\sqrt{x} = \log 10$$

$$\log(\sqrt{3x+5} \cdot \sqrt{x}) = \log 10 \rightarrow \sqrt{3x+5} \cdot \sqrt{x} = 10 \rightarrow \sqrt{3x^2 + 5x} = 10 \rightarrow 3x^2 + 5x = 100$$

$$3x^2 + 5x - 100 = 0 \begin{cases} x = -\frac{20}{3} & \text{no válida} \\ x = 5 & \text{válida} \end{cases}$$

b) $100 \cdot 10^x = 10^{\frac{15}{x}}$

$$10^2 \cdot 10^x = 10^{\frac{15}{x}} \rightarrow 10^{2+x} = 10^{\frac{15}{x}} \rightarrow 2+x = \frac{15}{x} \rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases} \text{ ambas soluciones son válidas}$$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} 2x + y - 4z = -1 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ x + y + 3z = 5 \end{cases}$$

Aplicamos el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2-3f_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & -10 & -11 \\ 2 & 1 & -4 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3-2f_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & -10 & -11 \\ 0 & -1 & -10 & -11 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{f_3-f_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & -10 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ sistema compatible indeterminado}$$

Escribimos el sistema equivalente escalonado a partir de los coeficientes anteriores:

$$\begin{cases} x + y + 3z = 5 \\ y + 10z = 11 \end{cases}$$

Despejamos el valor de la y de la segunda ecuación en función de z (será un parámetro)

$$y = 11 - 10z$$

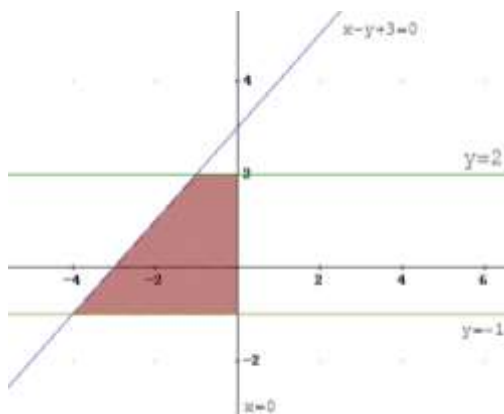
Sustituimos el valor anterior de la incógnita y en la primera ecuación. Posteriormente despejamos la incógnita x en función de la variable z.

$$x + 11 - 10z + 3z = 5 \Leftrightarrow x = 7z - 6$$

La solución del sistema viene dada por: $(x, y, z) = (7z - 6, 11 - 10z, z)$ $z \in \mathbb{R}$

3. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq -1 \\ x < 0 \\ x - y + 3 > 0 \end{cases}$$



4. Una persona invierte 7200€ en acciones de tres empresas A, B y C, y obtuvo un beneficio de 552€. Sabemos que invirtió en la empresa B el triple de lo invertido en A y C juntas y que los beneficios de las empresas fueron del 10% en A, del 8% en B y del 5% en C. ¿Cuánto invirtió en cada una?

Planteamos el problema mediante un sistema de 3 ecuaciones lineales con 3 incógnitas.

Definimos las incógnitas:

- x: "cantidad invertida en la empresa A"
- y: "cantidad invertida en la empresa B"
- z: "cantidad invertida en la empresa C"

$$\begin{cases} x + y + z = 7200 \\ y = 3(x + z) \\ 0,1x + 0,08y + 0,05z = 552 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 7200 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ 10x + 8y + 5z = 55200 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7200 \\ 3 & -1 & 3 & 0 \\ 10 & 8 & 5 & 55200 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2-3f_1; f_3-10f_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7200 \\ 0 & -4 & 0 & -21600 \\ 0 & -2 & -5 & -16800 \end{pmatrix} \xrightarrow{2f_3-f_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7200 \\ 0 & -4 & 0 & -21600 \\ 0 & 0 & -10 & -12000 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sistema equivalente: } \begin{cases} x + y + z = 7200 \\ 4y = 21600 \\ 10z = 12000 \end{cases} \quad \text{de donde } z = 1200 ; y = 5400 ; x = 600$$

Solución: invirtió 600€ en A, 5400€ en B y 1200€ en C.

PARTE 2: ARITMÉTICA DE LA ECONOMÍA

1. Calcula el tiempo en años que tiene que pasar para obtener un capital de 29009,56 € aportando cuotas anuales de 5000€ periódicamente, en una cuenta con un interés anual del 5%.

capital final $\rightarrow C = 29009,56 \text{ €}$

rédito $\rightarrow r = 5\% \text{ anual}$

cuota anual $C = 5000 \text{ €}$

Calculamos el tiempo transcurrido:

$$29009,56 = 5000 \cdot (1 + 0,05) \cdot \frac{(1 + 0,05)^t - 1}{0,05} ; \quad 29009,56 = 5000 \cdot 1,05 \cdot \frac{(1,05)^t - 1}{0,05}$$

$$\frac{29009,56 \cdot 0,05}{5000 \cdot 1,05} = (1,05)^t - 1 ; \quad \frac{29009,56 \cdot 0,05}{5000 \cdot 1,05} + 1 = (1,05)^t$$

$$1,27628 = (1,05)^t ; \quad \log 1,27628 = \log(1,05)^t$$

$$t = \frac{\log 1,27628}{\log 1,05} = 5 \text{ años}$$

2. Nos han concedido un préstamo hipotecario al 6% anual, por valor de 150.000 €. Lo vamos a amortizar en 15 años con pagos mensuales, ¿cuál será la cuota de amortización mensual?

$C_f = 150000 \text{ €}$

$r = 6\% \text{ anual} \rightarrow 0,5\% \text{ mensual}$

$t = 15 \text{ años} \rightarrow 180 \text{ meses}$

$i = 0,005$

La cuota de amortización anual del préstamo es:

$$C = 150000 \cdot \frac{0,005 \cdot (1 + 0,005)^{180}}{(1 + 0,005)^{180} - 1} = 1265,78 \text{ €}$$

3. Una entidad bancaria A ofrece un interés anual del 3,6% con pago de interés cuatrimestral. En cambio, otra entidad B ofrece un interés anual del 3,588% con pago de interés mensual. Calcula la Tasa anual equivalente de cada una de ellas y razona en cuál nos conviene más realizar una inversión.

Entidad A: 3,6% *anual* → 1,2% *cuatrimestral*

$$\left(1 + \frac{1,2}{100}\right)^3 = 1 + \frac{TAE}{100} \rightarrow TAE = 3,643 \%$$

Entidad B: 3,588% *anual* → 0,299 *mensual*

$$\left(1 + \frac{0,299}{100}\right)^{12} = 1 + \frac{TAE}{100} \rightarrow TAE = 3,648 \%$$

Para invertir nos conviene más hacerlo en la entidad B ya que la tasa anual equivalente es superior a la de la entidad A y vamos a recibir más intereses.