

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{-1}{x^2-1} - 1 = \frac{x}{x+1}$

b) $\sqrt{-x+2} - 2x + 1 = 0$

c) $2 \cdot \log x - \log(x+6) = 0$

d) $2 \cdot 8^x - 2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x = 0$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ -2x + y - z = -4 \\ x + 2y - 2z = 7 \end{cases}$$

3. Una fábrica de piensos para animales produce diariamente como mucho seis toneladas de pienso del tipo A y como máximo cuatro toneladas de pienso del tipo B. Además, la producción diaria de pienso del tipo B no puede superar el doble de la de tipo A y, por último, el doble de la fabricación de pienso del tipo A sumada con la del tipo B debe ser más de cuatro toneladas diarias. Plantea el sistema de inecuaciones y determina la región factible.

4. Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{-1}{x^2-1} - 1 = \frac{x}{x+1}$

$$(x-1) \cdot (x+1) \cdot \frac{-1}{(x-1) \cdot (x+1)} - (x-1) \cdot (x+1) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$-1 - (x-1) \cdot (x+1) = x \cdot (x-1); -1 - x^2 + 1 = x^2 - x; 2x^2 - x = 0; x \cdot (2x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Se comprueba que ambas soluciones son válidas y que, además, no anulan ningún denominador.

b) $\sqrt{-x+2} - 2x + 1 = 0$

$$\sqrt{-x+2} = 2x-1; (\sqrt{-x+2})^2 = (2x-1)^2; -x+2 = 4x^2+1-4x; 4x^2-3x-1=0;$$

$$\begin{cases} x = 1 \text{ solución válida} \\ x = -1/4 \text{ solución no válida} \end{cases}$$

c) $2 \cdot \log x - \log(x+6) = 0$

$$\log x^2 - \log(x+6) = 0 \rightarrow \log \frac{x^2}{x+6} = 0 \rightarrow \frac{x^2}{x+6} = 1 \rightarrow x^2 = x+6 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

La única válida es $x = 3$. La solución $x = -2$ no es válida ya que $\log(-2)$ no existe.

d) $2 \cdot 8^x - 2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x = 0$

$$2 \cdot (2^x)^3 - 2 \cdot (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x = 0 \text{ cambio de variable } 2^x = t$$

$$2 \cdot t^3 - 2 \cdot t^2 - 4 \cdot t = 0; 2t \cdot (t^2 - t - 2) = 0 \begin{cases} t = 0 \rightarrow 2^x = 0 \text{ no hay solución} \\ t = -1 \rightarrow 2^x = -1 \text{ no hay solución} \\ t = 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x = 1 \text{ solución} \end{cases}$$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ -2x + y - z = -4 \\ x + 2y - 2z = 7 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & -2 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{f_2+2f_1} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{f_3-f_1} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -3 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{f_3+3f_2} \left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

sistema compatible indeterminado

Escribimos el sistema equivalente escalonado a partir de los coeficientes anteriores:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ -y + z = -2 \end{cases}$$

Despejamos el valor de la incógnita y de la segunda ecuación en función de la incógnita z (esta incógnita será un parámetro)

$$-y + z = -2 \Leftrightarrow y = 2 + z$$

Sustituimos el valor anterior de la incógnita y en la primera ecuación. Posteriormente despejamos la incógnita x en función de la variable z .

$$x - y + z = 1 \Leftrightarrow x - 2 - z + z = 1 \Leftrightarrow x = 3$$

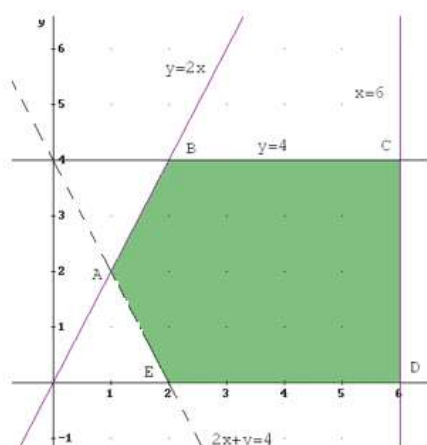
La solución del sistema es: $(x = 3, y = 2 + \lambda, z = \lambda) \lambda \in \mathbb{R}$

3. Una fábrica de piensos para animales produce diariamente como mucho seis toneladas de pienso del tipo A y como máximo cuatro toneladas de pienso del tipo B. Además, la producción diaria de pienso del tipo B no puede superar el doble de la de tipo A y, por último, el doble de la fabricación de pienso del tipo A sumada con la del tipo B debe ser más de cuatro toneladas diarias. Plantea el sistema de inecuaciones y determina la región factible.

$x \equiv$ número de toneladas de pienso del tipo A

$y \equiv$ número de toneladas de pienso del tipo B

$$\text{Restricciones: } s.a \equiv \begin{cases} y \leq 2x \\ 2x + y > 4 \\ 0 \leq x \leq 6 ; 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$



4. Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

$x \equiv$ número de casas de tipo A

$y \equiv$ número de casas de tipo B

$z \equiv$ número de casas de tipo C

A partir del enunciado construimos la tabla siguiente:

	Casa tipo A	Casa tipo B	Casa tipo C	Total horas
Albañilería	10	15	20	270
Fontanería	2	4	6	68
Electricista	2	3	5	58

El sistema de ecuaciones lineales es $\begin{cases} 10x + 15y + 20z = 270 \\ 2x + 4y + 6z = 68 \\ 2x + 3y + 5z = 58 \end{cases}$ que podemos simplificar

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 54 \\ x + 2y + 3z = 34 \\ 2x + 3y + 5z = 58 \end{cases} \quad \text{Resolviendo este sistema por el método de Gauss se obtiene:}$$

$$x = 10 ; y = 6 ; z = 4$$

Por tanto, en un mes, la empresa instala 10 casas tipo A, 6 casas tipo B y 4 casas tipo C.