

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{-1}{x^2-1} - 1 = \frac{x}{x+1}$

b) $\sqrt{-x+2} - 2x + 1 = 0$

c) $2 \cdot \log x - \log(x+6) = 0$

d) $3 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^{x+1} - 24 = 0$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} -x + y + z = 5 \\ 2x - y - 4z = -5 \\ x + y - 5z = 5 \end{cases}$$

3. En unos grandes almacenes necesitan entre 6 y 15 vigilantes diurnos y entre 4 y 7 vigilantes nocturnos.

Además, por razones de seguridad, debe haber al menos el doble de vigilantes diurnos que nocturnos.

a) Plantea un sistema de inecuaciones lineales y determina la región factible.

b) ¿Podrían disponer de 10 vigilantes diurnos y 5 nocturnos? Razona tu respuesta.

4. En una fábrica de artículos deportivos se dispone de 10 cajas de diferentes tamaños, grandes, medianas y pequeñas, para envasar las camisetas de atletismo producidas, con capacidad para 50, 30 y 25 camisetas respectivamente. Si una caja grande fuera mediana, entonces habría el mismo número de grandes y de medianas. En total se envasan 390 camisetas. Determina el número de cajas que hay de cada clase.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{-1}{x^2-1} - 1 = \frac{x}{x+1}$

$$(x-1) \cdot (x+1) \cdot \frac{-1}{(x-1) \cdot (x+1)} - (x-1) \cdot (x+1) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$-1 - (x-1) \cdot (x+1) = x \cdot (x-1); -1 - x^2 + 1 = x^2 - x; 2x^2 - x = 0; x \cdot (2x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Se comprueba que ambas soluciones son válidas y que, además, no anulan ningún denominador.

b) $\sqrt{-x+2} - 2x + 1 = 0$

$$\sqrt{-x+2} = 2x-1; (\sqrt{-x+2})^2 = (2x-1)^2; -x+2 = 4x^2+1-4x; 4x^2-3x-1=0;$$

$$\begin{cases} x = 1 \text{ solución válida} \\ x = -1/4 \text{ solución no válida} \end{cases}$$

c) $2 \cdot \log x - \log(x+6) = 0$

$$\log x^2 - \log(x+6) = 0 \rightarrow \log \frac{x^2}{x+6} = 0 \rightarrow \frac{x^2}{x+6} = 1 \rightarrow x^2 = x+6 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

La única válida es $x = 3$. La solución $x = -2$ no es válida ya que $\log(-2)$ no existe.

d) $3 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^{x+1} - 24 = 0$

$$3 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^x \cdot 2 - 24 = 0 \rightarrow 3 \cdot (2^x)^2 + 6 \cdot 2^x - 24 = 0 \rightarrow \text{cambio de variable } 2^x = t \rightarrow$$

$$3t^2 + 6t - 24 = 0 \rightarrow t^2 + 2t - 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = 2 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio:

* $t = -4 \rightarrow 2^x = -4$ no tiene solución porque una exponencial siempre es positiva.

* $t = 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x = 1$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases} -x + y + z = 5 \\ 2x - y - 4z = -5 \\ x + y - 5z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & -4 & -5 \\ 1 & 1 & -5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2+2f_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & -5 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3+f_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & -4 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3-2f_2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sistema compatible indeterminado

Escribimos el sistema equivalente escalonado a partir de los coeficientes anteriores:

$$\begin{cases} -x + y + z = 5 \\ y - 2z = 5 \end{cases}$$

Despejamos el valor de la incógnita y de la segunda ecuación en función de la incógnita z (esta incógnita será un parámetro)

$$y - 2z = 5 \Leftrightarrow y = 2z + 5$$

Sustituimos el valor anterior de la incógnita y en la primera ecuación. Posteriormente despejamos la incógnita x en función de la variable z.

$$-x + y + z = 5 \Leftrightarrow -x + 2z + 5 + z = 5 \Leftrightarrow x = 3z$$

La solución del sistema es: $(x = 3\lambda, y = 2\lambda + 5, z = \lambda) \quad \lambda \in \mathbb{R}$

3. En unos grandes almacenes necesitan entre 6 y 15 vigilantes diurnos y entre 4 y 7 vigilantes nocturnos. Además, por razones de seguridad, debe haber al menos el doble de vigilantes diurnos que nocturnos.

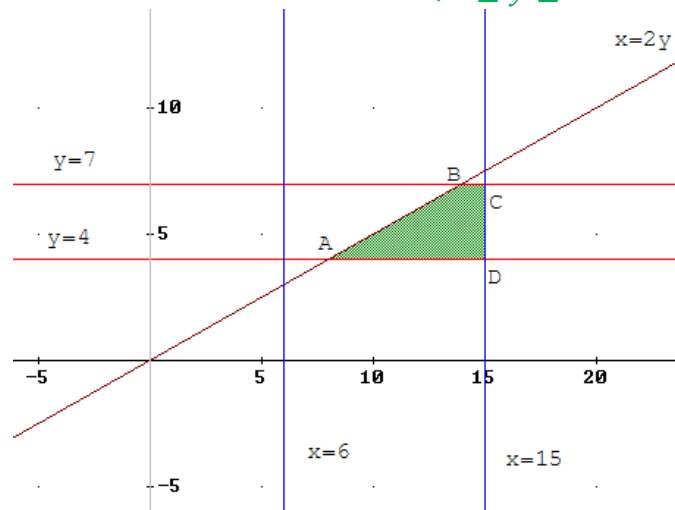
- a) Plantea un sistema de inecuaciones lineales y determina la región factible.
b) ¿Podrían disponer de 10 vigilantes diurnos y 5 nocturnos? Razona tu respuesta.

a)

$x \equiv$ número de vigilantes diurnos

$y \equiv$ número de vigilantes nocturnos

$$\text{Restricciones: } s. a \equiv \begin{cases} x \geq 2y \\ 6 \leq x \leq 15 \\ 4 \leq y \leq 7 \end{cases}$$



- b) Si sería posible ya que en este caso el punto $(10, 5)$ pertenece a la región factible.

4. En una fábrica de artículos deportivos se dispone de 10 cajas de diferentes tamaños, grandes, medianas y pequeñas, para envasar las camisetas de atletismo producidas, con capacidad para 50, 30 y 25 camisetas respectivamente. Si una caja grande fuera mediana, entonces habría el mismo número de grandes y de medianas. En total se envasan 390 camisetas. Determina el número de cajas que hay de cada clase.

$x \equiv$ número de cajas grandes; $y \equiv$ número de cajas medianas; $z \equiv$ número de cajas pequeñas

$$\text{El sistema de ecuaciones lineales es } \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x - 1 = y + 1 \\ 50x + 30y + 25z = 390 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x - y = 2 \\ 50x + 30y + 25z = 390 \end{cases}$$

que resolvemos por Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 50 & 30 & 25 & 390 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -2 & -1 & -8 \\ 0 & -20 & -25 & -110 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -2 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & -15 & -30 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 2y + z = 8 \\ 15z = 30 \end{cases} \quad \text{de donde } z = 2 ; y = 3 ; x = 5$$

Solución: Hay 5 cajas grandes, 3 medianas y 2 pequeñas