1. Si la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra y su radio es 0,27 veces el terrestre, halla:

a) El campo gravitatorio en la Luna. *(0,75 pt.)*

b) La velocidad de escape en la Luna (desde la superficie). Justifica la fórmula. *(0,75 pt.)*

Datos: $g_{0Tierra} = 9,81\ m\cdot s^{-2}$; $R_{Luna} = 1,7\cdot 10^{3}$ km

a) El campo gravitatorio de la Luna: $g_{0L} = G\dfrac{M_L}{R_L^2}$

El campo gravitatorio de la Luna: $g_{0T} = G\dfrac{M_T}{R_T^2}$

La razón: $\dfrac{g_{0L}}{g_{0T}} = \dfrac{\cancel{G}\dfrac{M_L}{R_L^2}}{\cancel{G}\dfrac{M_T}{R_T^2}} = \dfrac{M_L}{R_L^2}\cdot\dfrac{R_T^2}{M_T}$, Datos: $M_L = 0{,}012\cdot M_T$, $R_L = 0{,}27\cdot R_T$

$$\frac{g_{0L}}{g_{0T}} = \frac{M_L}{R_L^2}\cdot\frac{R_T^2}{M_T} = \frac{0{,}012\cdot \cancel{M_T}\cancel{R_T^2}}{0{,}27^2\cdot \cancel{R_T^2}\cancel{M_T}} = \frac{0{,}012}{0{,}27^2} \Rightarrow g_{0L} = g_{0T}\cdot\frac{0{,}012}{0{,}27^2} = 9{,}81\cdot\frac{0{,}012}{0{,}27^2} \simeq 1{,}61\ m/s^2$$

$$g_{0L} \simeq \frac{1}{6}\, g_{0T}$$

b) $\dfrac{1}{2} m v_e^2 - G\dfrac{Mm}{r} = \underbrace{\dfrac{1}{2} m\cdot 0^2}_{0} - \underbrace{G\dfrac{Mm}{\infty}}_{0}$

$\dfrac{1}{2}\cancel{m} v_e^2 = G\dfrac{M\cancel{m}}{r}$

$\Bigg\}\ v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{r}} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{2GM_L}{R_L}}$

Luna

Como $g_{0L} = G\dfrac{M_L}{R_L^2} \Rightarrow G\cdot M_L = g_{0L}\cdot R_L^2$, luego $v_e = \sqrt{\dfrac{2 g_{0L} R_L^{\cancel{2}}}{\cancel{R_L}}} = \sqrt{2 g_{0L} R_L}$ Velocidad de escape

$$v_e = \sqrt{2\times 1{,}61\times 1{,}7\times 10^6} \approx 2339.658095\ \frac{m}{s} \simeq 2{,}34\cdot 10^3\ m/s = 2{,}34\ Km/s$$

Radio en metros

2. Dos cargas eléctricas puntuales de $+1\cdot 10^{-6}$ C se encuentran situadas en los puntos A(5,0) y B(-5,0) respectivamente. Las distancias están en metros. Dato: $K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2$

a) Calcula el campo eléctrico y el potencial en los puntos C(8,0) y D(0,4). *(1 pt.)*

b) Calcula el trabajo realizado al trasladar una carga de $-1\cdot 10^{-6}$ C desde el punto C(8,0) hasta el punto D(0,4). Explica el signo del trabajo. *(0,5 pt.)*

Calculamos primero los vectores unitarios. Punto D(0,4):

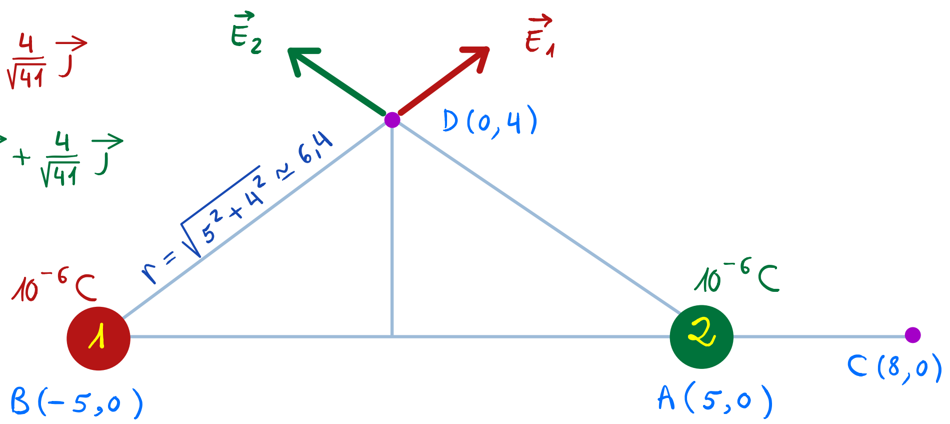
$$\vec{u}_1 = \frac{(0,4)-(-5,0)}{\sqrt{5^2+4^2}} = \left(\frac{5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}}\right) = \frac{5}{\sqrt{41}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}}\vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,4)-(5,0)}{\sqrt{5^2+4^2}} = \left(\frac{-5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}}\right) = -\frac{5}{\sqrt{41}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}}\vec{j}$$

Punto C(8,0):

$\vec{u}_1 = \vec{i}$, $r_1 = 8-(-5) = 13$

$\vec{u}_2 = \vec{i}$, $r_2 = 8-5 = 3$



a) Según el principio de superposición $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ donde $\boxed{\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r}$ Campo eléctrico

Punto C(8,0):

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13^2} \cdot \vec{i} \simeq 53{,}25 \, \vec{i} \, \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 = K \frac{Q_1}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \vec{i} = 10^3 \, \vec{i} \, \frac{N}{C} \end{array}\right\} \text{No hay componente vertical}$$

$$\vec{E}_{TC} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 53{,}25 \, \vec{i} \, \frac{N}{C} + 10^3 \, \vec{i} \, \frac{N}{C} = 1053{,}25 \, \vec{i} \, \frac{N}{C} \simeq 1{,}05 \cdot 10^3 \, \vec{i} \, \frac{N}{C}$$

El potencial $V_T = V_1 + V_2$ donde $\boxed{V = K \cdot \frac{Q}{r}}$ Potencial eléctrico

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} \simeq 692 V \\ V_2 = K \frac{Q_1}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3} = 3000 V \end{array}\right\} \begin{array}{l} V_{TC} = V_1 + V_2 = 692 V + 3000 V = \\ = 3692 V \simeq 3{,}7 \cdot 10^3 V \end{array}$$

Punto D(0,4):

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{41} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j} \right) \simeq 171{,}4 \, \vec{i} + 137{,}1 \, \vec{j} \, \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 = K \frac{Q_1}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{41} \cdot \left(-\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j} \right) \simeq -171{,}4 \, \vec{i} + 137{,}1 \, \vec{j} \, \frac{N}{C} \end{array}\right\} \text{Se cancelan las componentes horizontales}$$

$$\vec{E}_{TD} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 137{,}1 \, \vec{j} \, \frac{N}{C} + 137{,}1 \, \vec{j} \, \frac{N}{C} = 274{,}2 \, \vec{j} \, \frac{N}{C} \simeq 2{,}74 \cdot 10^2 \, \vec{j} \, \frac{N}{C}$$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{41}} \simeq 1405{,}6 V \\ V_2 = K \frac{Q_1}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{41}} \simeq 1405{,}6 V \end{array}\right\}$$

$$V_{TD} = V_1 + V_2 = 2 \cdot 1405{,}6 V = 2811{,}2 V \simeq 2{,}8 \cdot 10^3 V$$

b) $\boxed{W_e = -q \cdot \Delta V}$ Trabajo eléctrico. Trasladamos una carga $q = -1 \cdot 10^{-6} C$ de $C \rightarrow D$.

$$W_{C \rightarrow D} = -q (V_D - V_C) = -(-1 \cdot 10^{-6} C) \cdot (2{,}8 \cdot 10^3 - 3{,}7 \cdot 10^3) = -9 \cdot 10^{-4} J$$

$W_e < 0$ El trabajo lo realizamos en contra del campo eléctrico.

Tiene sentido porque las cargas eléctricas negativas se mueven en el sentido de los potenciales crecientes y en este caso va al revés.

3. Un electrón que es acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V entra en una zona donde hay un campo magnético B perpendicular a su trayectoria (aquí ya no hay campo eléctrico) y describe una órbita circular en un tiempo $T = 2\cdot10^{-11}$ s. Datos: $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C , $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg. Calcula:

a) La velocidad del electrón. *(0,75 pt.)*

b) El módulo del campo magnético. *(0,75 pt.)*

a) $W_e = -q\cdot\Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, Suponemos que parte del reposo: $v_0 = 0$

$$v = \sqrt{\frac{2\cdot|q|\cdot\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\,C\cdot10^{3}\,V}{9{,}1\cdot10^{-31}\,kg}} \simeq 1{,}88\cdot10^{7}\ m/s$$

b) Como $\vec{v}\perp\vec{B}$, $F_m = F_c \Rightarrow |q|\cdot\cancel{v}\cdot B\cdot \text{sen }90^\circ = m\frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow$

$$|q|\cdot B = m\frac{v}{r} \Rightarrow B = \frac{m\cdot v}{r\cdot|q|},$$

Como no tenemos el radio, utilizamos su relación con el período: $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$B = \frac{m\cdot2\pi\cancel{r}}{\cancel{r}\cdot|q|\cdot T} = \frac{m\cdot2\pi}{|q|\cdot T} = \frac{9{,}1\cdot10^{-31}\,kg\cdot2\pi}{1{,}6\cdot10^{-19}\,C\cdot2\cdot10^{-11}\,s} \simeq 1{,}79\ T$$

4. La longitud de onda máxima capaz de producir el efecto fotoeléctrico en un metal, es 4500 Å. Datos: $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s , 1 Å = 10^{-10} m , $c = 3\cdot10^{8}$ m·s^{-1}.

a) Calcula el trabajo de extracción en Julios y eV. *(0,75 pt.)*

b) Calcula el potencial de frenado si la luz incidente es de $\lambda = 4000$ Å. *(0,75 pt.)*

a) La longitud de onda máxima se corresponde con la frecuencia umbral.

Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico: $h\nu = \underbrace{h\nu_0}_{W_0} + Ec_e$, $\lambda_{máx} = \lambda_0 \Rightarrow \nu_0$

$$W_0 = h\cdot\frac{c}{\lambda_0} = 6{,}63\cdot10^{-34}\,J\cdot s\cdot\frac{3\cdot10^{8}\,m/s}{4500\cdot10^{-10}\,m} = 4{,}42\cdot10^{-19}\ J$$

$$4{,}42\cdot10^{-19}\,\cancel{J}\cdot\frac{1\,eV}{1{,}6\cdot10^{-19}\,\cancel{J}} \simeq 2{,}76\ eV$$

b) Nos piden $W_0 = h\nu - Ec_{máx}$ donde $Ec_{máx} = -q\cdot\Delta V = eV_0$

$$eV_0 = h\cdot\frac{c}{\lambda} - W_0 = 6{,}63\cdot10^{-34}\,J\cdot s\cdot\frac{3\cdot10^{8}\,m/s}{4000\cdot10^{-10}\,m} - 4{,}42\cdot10^{-19}\,J \simeq 5{,}53\cdot10^{-20}\ J$$

$$V_0 = \frac{5{,}53\cdot10^{-20}\,J}{1{,}6\cdot10^{-19}\,C} \simeq 0{,}345\ V \simeq 0{,}35\ V$$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. La ecuación de una onda es $y = 0{,}02\ sen\ (50\,t - 3\,x)$; esto significa que: $y = A\ \text{sen}\ (\omega t - Kx)$

a) $\omega = 50$ rad·s^{-1} y $\lambda = 3$m   b) $v_p = 16{,}67$ m·s^{-1} y $f = 7{,}96$ s^{-1} c) $T = 50$ s y $k = 3$ m^{-1} *(1,5 pt.)*

$\omega = 50$ rad/s , $K = 3\,m^{-1} \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{3}\,m \neq 3m$. Descarto a

$v_p = \frac{\omega}{K} = \frac{50}{3} \simeq 16{,}67\ m/s$, $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50}{2\pi} \simeq 7{,}96\ Hz$. Opción b

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} \simeq 0{,}126\ s$. Descarto c

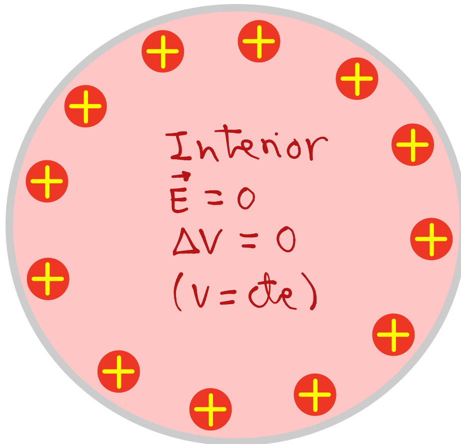
II. En el interior de una esfera conductora cargada:

a) El potencial no es nulo.

b) La carga no es nula.

c) El campo eléctrico no es nulo.

(0,5 pt.)



Esfera en equilibrio electrostático

Se produce un equilibrio electrostático por lo que se cancela el campo, pero el potencial es constante (no nulo).

$|\Delta V| = |E \cdot r| = 0 \Rightarrow |\Delta V| = 0$

$\Rightarrow V = cte \neq 0$

La carga se distribuye por la superficie (en el interior no queda carga).

III. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente. La distancia focal y el tamaño de la imagen son:

a) f' = - 0,25 m , y' = - 1,5 cm

b) f' = 0,25 m , y' = - 1,5 cm

c) f' = 0,25 m , y' = 1,5 cm

(1 pt.)

$\boxed{f = -f'}$ $\boxed{\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}}$ Ec. de Gauss para lentes delgadas

$\boxed{A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}}$ Aumento lateral en lentes delgadas

En una lente convergente $f' > 0$. Descarto a.

Datos: $y = 3$ cm , $s = -75$ cm , $s' = 37{,}5$ cm.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{37{,}5} - \frac{1}{-75} = \frac{1}{25} \Rightarrow f' = 25 \text{ cm}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y = \frac{37{,}5}{-75} \cdot 3 \text{ cm} = -1{,}5 \text{ cm}$$, Opción b

Es lógico porque el objeto está lejos del punto focal y la imagen que se forma está invertida.

IV. El elemento radiactivo $^{232}_{90}Th$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:

a) $^{227}_{88}X$ b) $^{228}_{89}Y$ c) $^{228}_{90}Z$ *(1 pt.)*

$$^{232}_{90}Th \longrightarrow {}^{A}_{Z}B + {}^{4}_{2}\alpha + 2\,{}^{0}_{-1}\beta + {}^{0}_{0}\gamma$$

$232 = A + 4 \Rightarrow A = 232 - 4 = 228$

$90 = Z + \cancel{2} - \cancel{2} \Rightarrow Z = 90$, Opción c