1. Un satélite artificial de 100 kg describe órbitas circulares a una altura de 6000 km sobre la superficie de la Tierra. Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,81 m·s^{-2}

a) Calcula el tiempo que tarda en dar una vuelta completa. Período. *(0,75 pt.)*

b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde la órbita? Justifica la fórmula. *(0,75 pt.)*

a) La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$\left.\right\} G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (3^a \text{ ley de Kepler}) \qquad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$r = R_T + h = (6370 + 6000)\cdot 10^3\,m = 1{,}237\cdot 10^7\,m$$

Como $g_0 = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_T^2$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{g_0\cdot R_T^2}} = \sqrt{\frac{4\cdot\pi^2\cdot(1{,}237\times10^7)^3}{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot10^6)^2}} \approx 13701.259181\ s \simeq 13701\ s\cdot\frac{1h}{3600\ s} \simeq 3{,}8\ h$$

$$T \simeq 1{,}37\cdot 10^4\ s$$

b) $$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{r} = \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot 0^2}_{0} - \underbrace{G\frac{Mm}{\infty}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 = G\frac{M\cancel{m}}{r}$$

$$\left.\right\} v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2g_0\cdot R_T^2}{r}}$$

Velocidad de escape

radio orbital

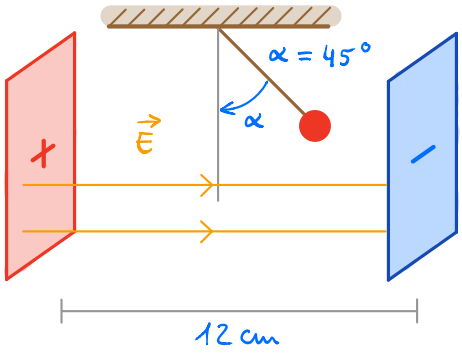
$$v_e = \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\cdot(6{,}37\times10^6)^2}{1{,}237\times10^7}} \approx 8022.395784\ \frac{m}{s} \simeq 8{,}02\cdot10^3\ \frac{m}{s} = 8{,}02\ \frac{km}{s}$$

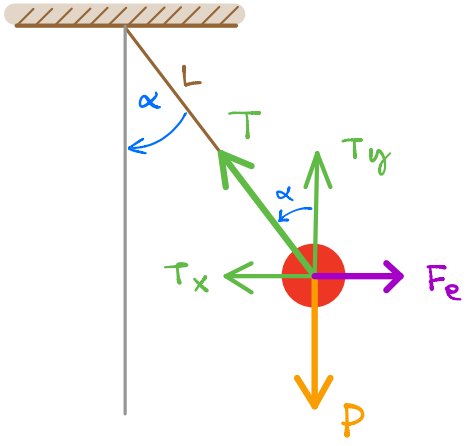
2. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3 μC, cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre si una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. g = 9,81 m·s^{-2} . Calcula:

a) El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical. *(0,75 pt.)*

b) Si las placas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical? *(0,75 pt.)*

a) Esquema:





2ª ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m\cdot\vec{a}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Eje } x: \quad F_e - T_x = 0 \\ \text{Eje } y: \quad P - T_y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} |q|\cdot E = T\cdot \operatorname{sen}\alpha \\ m\cdot g = T\cdot\cos\alpha \end{array}\right\} \div$$

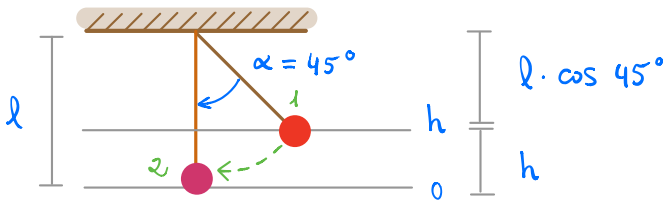
$$\frac{|q|\cdot E}{m\cdot g} = \frac{\cancel{T}\cdot\operatorname{sen}\alpha}{\cancel{T}\cdot\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\frac{|q|\cdot E}{m\cdot g} = tg\,\alpha \Rightarrow E = \frac{m\cdot g}{|q|}\cdot tg\,\alpha = \frac{2\times10^{-3}\cdot 9{,}81}{3\times10^{-6}}\cdot\tan 45 = 6540\ \frac{N}{C}\ ,\quad E = 6{,}54\cdot10^{3}\ \frac{N}{C}$$

$m = 2\,g = 2\cdot10^{-3}\,kg\ ,\quad q = 3\,\mu C = 3\cdot10^{-6}\,C$

La tensión $T = \frac{|q|\cdot E}{sen\,\alpha} = \frac{m\cdot g}{\cos\alpha} = \frac{2\times10^{-3}\cdot 9{,}81}{\cos 45} \approx 0.027747\,N\ ,\quad T \simeq 2{,}77\cdot10^{-2}\,N$

b)



$l = 6\,cm$

$h + l\cdot\cos 45° = l$

$h = l - l\cdot\cos 45°$

$h = 6\,cm\cdot(1-\cos 45°) \simeq 1{,}76\,cm = 0{,}0176\,m$

$E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$

$\cancel{E_{c_1}} + E_{p_1} = E_{c_2} + \cancel{E_{p_2}}$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_p = mgh$

Podemos escoger donde $h = 0$.

$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}0176} \simeq 0{,}59\ \frac{m}{s}$

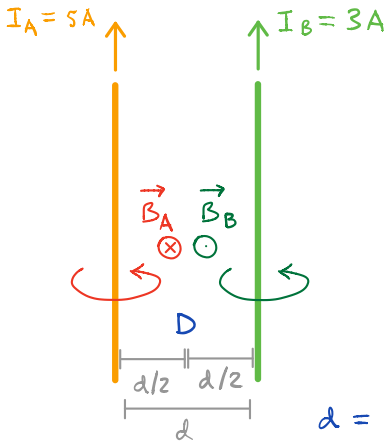
3. Dos hilos conductores rectos muy largos y paralelos (A y B) con corrientes I_A = 5 A e I_B = 3 A en el mismo sentido están separados 0,2 m. Dato: $\mu_0 = 4\cdot\pi\times10^{-7}\ T\cdot m\cdot A^{-1}$. Calcula:

a) El campo magnético (vector) en el punto medio entre los dos conductores (D). *(0,75 pt.)*

b) La fuerza ejercida (vector) sobre un tercer conductor C paralelo los anteriores, de 0,5 m de longitud y con I_C = 2 A y que pasa por el punto D. *(0,75 pt.)*

a) $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}}$ Campo magnético conductor rectilíneo

$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\ T m A^{-1}$



$d = 0{,}2\,m$

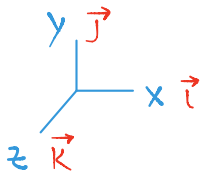
$\vec{B}_D = \vec{B}_{AD} + \vec{B}_{BD} = B_{AD}(-\vec{k}) + B_{BD}\vec{k}$

$\vec{B}_D = \frac{\mu_0\cdot I_A}{2\pi\cdot\frac{d}{2}}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0\cdot I_B}{2\pi\cdot\frac{d}{2}}(+\vec{k}) = \frac{\mu_0}{\pi\cdot d}(I_B - I_A)\cdot\vec{k}$

$\vec{B}_D = \frac{4\cancel{\pi}\,10^{-7}}{\cancel{\pi}\cdot 0{,}2}(3-5)\,\vec{k} = -4\cdot10^{-6}\,\vec{k}\ T$

Por separado $\vec{B}_{AD} = -10\cdot10^{-6}\,\vec{k}\ T$

$\vec{B}_{BD} = +6\cdot10^{-6}\,\vec{k}\ T$



b) $\boxed{\vec{F}_m = I\cdot\vec{l}\times\vec{B}}$ 1ª ley de Laplace

$\vec{F}_{AB\to C} = I_C\cdot\vec{l}_C\times\vec{B}_{AB\to C}$

$\vec{F} = 2A\cdot 0{,}5\,m\,\vec{j}\times(-4\cdot10^{-6}\,\vec{k})\,N = -4\cdot10^{-6}\,\vec{i}\ N$

4. El carbono 14 tiene un período de semidesintegración $t_{1/2}$ = 5730 años. Una muestra tiene una actividad de $6 \cdot 10^8$ desintegraciones / minuto. Datos: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; masa atómica del ^{14}C = 14 g. Calcula:

a) La masa inicial de la muestra en microgramos (μg). *(1 pt.)*

b) Su actividad en Becquerel (Bq) dentro de 5000 años. *(0,5 pt.)*

a) Constante del ^{14}C : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730 \text{ año}} \simeq 1{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$

$1{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \simeq 3{,}8 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$

La actividad inicial A_0 es la del enunciado : $A_0 = 6 \cdot 10^8 \frac{\text{des}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1 \cdot 10^7 \text{ Bq}$

masa inicial

$A_0 = \lambda \cdot N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} \Rightarrow n \cdot N_A = \frac{m_0}{M} \cdot N_A = \frac{A_0}{\lambda} \Rightarrow$

moles masa atómica

$m_0 = \frac{A_0}{\lambda} \cdot \frac{M}{N_A} = \frac{1 \cdot 10^7 \cdot 14}{3{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} \approx 0.000061 \text{g} \Rightarrow m_0 \simeq 6{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ g} = 61 \ \mu\text{g}$

b) $A = A_0 e^{-\lambda t} = 1 \cdot 10^7 \cdot e^{-1.2 \cdot 10^{-4} \cdot 5000} \approx 5488116.360940 \text{ Bq}$

Expreso λ en año^{-1} $A \simeq 5{,}49 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con velocidad v_p = 20 m·s^{-1}. La amplitud de la onda es A = 0,10 m y su frecuencia es f = 50 Hz. ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

a) 0,1 m b) 0,2 m c) 0,3 m *(1 pt.)*

$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 100\pi \text{ rad/s}$

$v_p = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v_p} = \frac{100\pi \text{ rad/s}}{20 \text{ m/s}} = 5\pi \text{ m}^{-1}$

El desfase espacial $\boxed{\Delta\varphi = k \Delta x}$

La condición de oposición de fase es $\boxed{\Delta\varphi = (2n+1) \cdot \pi}$

$k \Delta x = (2n+1) \cdot \pi$, distancia mínima : $n = 0 \Rightarrow$

$k \Delta x = \pi$

$5\pi \ \Delta x = \pi \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5} = 0{,}2 \text{ m}$ Opción b

II. Se induce corriente en sentido horario en una espira en reposo si:

a) Acercamos el polo norte o alejamos el polo sur de un imán rectangular.

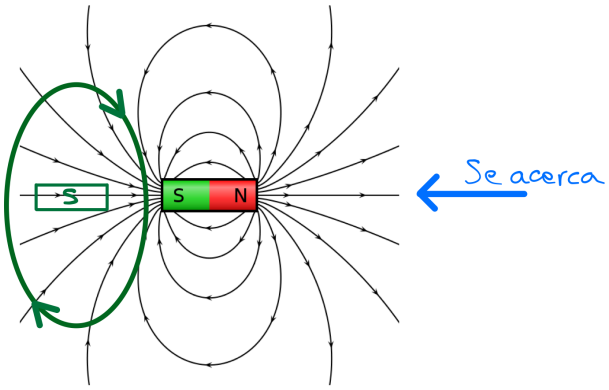
b) Alejamos el polo norte o acercamos el polo sur.

c) Mantenemos en reposo el imán y la espira.

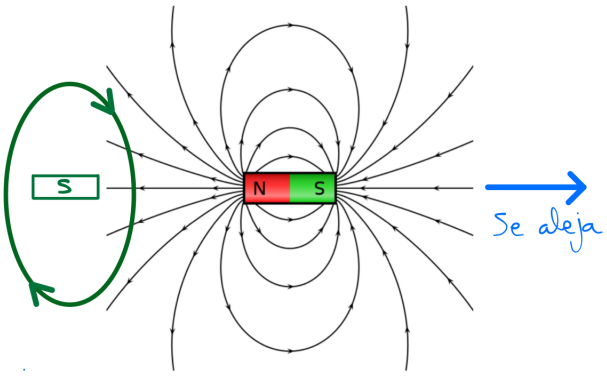
El sentido horario es un polo sur.

(0,5 pt.)

Se explica por la ley de Lenz:



Al acercar un polo S se origina en el circuito una cara S que lo repele.



Al alejar un polo N se origina en el circuito una cara S que lo atrae.

Cuando un imán se mueve acercándose o alejándose de una espira, en ésta se induce una corriente eléctrica que produce un polo magnético cuyo efecto sobre el flujo magnético es opuesto al causado por el imán. Opción (b)

III. Un objeto de 3 cm está situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo y produce una imagen a 10 cm a la derecha del espejo. La distancia focal y el tamaño de la imagen son: $y = 3$ cm, $s = -8$ cm, $s' = 10$ cm

a) f = - 0,4 m , y' = 3,75 cm b) f = 0,4 m , y' = 3,75 cm c) f = - 0,4 m , y' = - 3,75 cm *(1,5 pt.)*

$\boxed{f = f' = \frac{R}{2}}$ Distancia focal en un espejo esférico.

$\boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}}$ Ec. espejos esféricos

$\boxed{A = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}}$ Aumento lateral en espejos esféricos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{-8} = \frac{1}{-40} \Rightarrow f' = -0{,}4 \text{ m} < 0 \text{ (espejo cóncavo)}$$

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}, \quad y' = -\frac{s'}{s} \cdot y = -\frac{10}{-8} \cdot 3 \text{ cm} \simeq 3{,}75 \text{ cm}$$ Opción (a)

IV. Para el efecto fotoeléctrico, razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

a) La frecuencia umbral depende del número de fotones que llegan a un metal en cada segundo.

b) La energía cinética máxima del electrón emitido por un metal no depende de la frecuencia de la radiación incidente.

c) El potencial de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente. *(1 pt.)*

Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico: $h\nu = h\nu_0 + Ec_e$ donde $\nu_0 \equiv$ frecuencia umbral

$\nu_0 = \frac{h\nu - Ec_e}{h}$, No depende del nº de fotones por segundo (intensidad). Descarto (a).

$Ec_e = h\nu - h\nu_0$, Sí depende de ν (frecuencia del fotón incidente). Descarto (b).

$V_0 = \frac{h\nu - h\nu_0}{e}$, V_0 sí depende de ν (frecuencia del fotón incidente). Opción (c)