1. Halla la derivada de la función $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$ en el punto x = 3, aplicando la definición dederivada.

1º f(a) $\Rightarrow f(3) = \dfrac{2}{3+1} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

2º f(a+h) $\Rightarrow f(3+h) = \dfrac{2}{3+h+1} = \dfrac{2}{4+h}$

3º $f(a+h) - f(a)$ $\Rightarrow f(3+h) - f(3) = \dfrac{2}{4+h} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{4 - 1.(4+h)}{2(4+h)} = \dfrac{-h}{2(4+h)}$

4º $f'(a) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ $\Rightarrow f'(3) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{-h}{2(4+h)}}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{-h}{2h(4+h)} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{-1}{2(4+h)} = \dfrac{-1}{8}$

2. Calcula la derivada de las siguientes funciones :

a) $f(x) = sen\, x^2$ $f(x) = sen\, x^2 \rightarrow f = x^2 \rightarrow f' = 2x$ $\Rightarrow f'(x) = 2x \cos x^2$ (seno)

b) $f(x) = sen^2 x$ $f(x) = (senx)^2 \rightarrow f = senx \rightarrow f' = cosx$ $\Rightarrow f'(x) = 2 senx \cdot cosx$ (potencial)

c) $f(x) = (3x^2 - 2)^5$ $f(x) = (3x^2 - 2)^5 \rightarrow f = 3x^2 - 2 \rightarrow f' = 6x$ $\Rightarrow f'(x) = 30x\,(3x^2 - 2)^4$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3}$ $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3} \rightarrow f = x^2 - 3 \rightarrow f' = 2x$ $\Rightarrow f'(x) = \dfrac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2 - 3)^2}}$

e) $f(x) = e^{3x+2}$ $f(x) = e^{3x+2} \rightarrow f = 3x+2 \rightarrow f' = 3$ $\Rightarrow f'(x) = 3 \cdot e^{3x+2}$

f) $\log_3 (4x + 1)$ $\log_3 (4x+1) \rightarrow f = 4x + 1 \rightarrow f' = 4$ $\Rightarrow f'(x) = \dfrac{4}{(4x+1).\ln 3}$

g) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} \rightarrow f = x^2 - 3x$ $f' = 2x - 3$ $\Rightarrow f'(x) = = \dfrac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x}}$

h) $f(x) = sen^2 (2x^3 + 2x)$ $f(x) = \Big[\underbrace{sen(2x^3 + 2x)}_{f}\Big]^2$

1. potencial $\rightarrow f'(x) = 2 \cdot \left[sen(2x^3 + 2x)\right] \cdot f'$......$f'(x) = 2 \cdot \left[sen(2x^3 + 2x)\right] \cdot \cos(2x^3 + 2x) \cdot (6x^2 + 2)$

2. seno $\rightarrow f'(x) = \cos(2x^3 + 2x) \cdot f'$.................... $f'(x) = \cos(2x^3 + 2x) \cdot (6x^2 + 2)$ esto es f´de 1.

3. suma $\rightarrow f'(x) = 6x^2 + 2$ esto es f´de 2. Completamos.

3. Halla las funciones derivadas de las siguientes funciones :

a) $f(x) = \dfrac{1}{7x+1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{0\cdot(7x+1) - 1\cdot 7}{(7x+1)^2} \Rightarrow f'(x) = -\dfrac{7}{(7x+1)^2}$

b) $f(x) = x^{2/3} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

c) $f(x) = x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} \quad f(x) = x^{\frac{7}{3}} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{7}{3}x^{\frac{4}{3}} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{7\sqrt[3]{x^4}}{3}$

d) $f(x) = \left(x - \sqrt{1-x^2}\right)^2 \Rightarrow f'(x) = 2\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + \dfrac{2x}{2\sqrt{1-x^2}}\right) \Rightarrow f'(x) = 2\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

e) $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{x^2} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{\left(2\cdot e^{2x}\right)\cdot x^2 - \left(e^{2x}\cdot 2x\right)}{x^4} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2x\cdot e^{2x}\cdot(x-1)}{x^4} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2\cdot e^{2x}\cdot(x-1)}{x^3}$

f) $f(x) = x\cos 2x \Rightarrow f'(x) = 1.\cos 2x + x(-\text{sen}2x)2 \Rightarrow f'(x) = \cos 2x - 2x\,\text{sen}2x$

g) $f(x) = \ln\cos x \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-\text{sen}\, x}{\cos x} \Rightarrow f'(x) = -\text{tg}\, x$

h) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}} \Rightarrow 1.\; f'(x) = \dfrac{\dfrac{-2}{(1+x)^2}}{2\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}} \Rightarrow f'(x) = -\dfrac{1}{(1+x)^2\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}}$

Derivamos: $\dfrac{1-x}{1+x} = \dfrac{-1(1+x)-(1-x)\cdot 1}{(1+x)^2} \Rightarrow \dfrac{-1-x-1+x}{(1+x)^2} = \dfrac{-2}{(1+x)^2}$ lo colocamos en f´de 1.

i) $f(x) = e^{x^2}\cdot \text{tg}\, x \Rightarrow f'(x) = 2x\cdot e^{x^2}\cdot \text{tg}\, x + e^{x^2}\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow$

$f'(x) = e^{x^2}\left(2x\cdot \text{tg}\, x + \dfrac{1}{\cos^2 x}\right) \Rightarrow f'(x) = e^{x^2}\left(2x\cdot \text{tg}\, x + 1 + \text{tg}^2 x\right)$