1. Estudia la continuidad de la siguiente función, si hay discontinuidades di de qué tipo son. (1 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x+1} & si\ x < -1 \\ 3x+1 & si -1 \leq x \leq 2 \\ 2x-5 & si\ > 2 \end{cases}$$

2. Averiguar a,b para que la función f(x) sea continua (1 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+b}{x-1} & si\ x \leq 0 \\ \dfrac{4}{x-2} & si\ 0 < x < 1 \\ \dfrac{x^2+1}{ax} & si\ x \geq 1 \end{cases}$$

3. Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones: (2 PUNTOS)

   a. $f(x) = \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ $\qquad$ $b.\ f(x) = \frac{6x-2}{4x^2-1}$

4. Calcula los siguientes límites: (5 PUNTOS)

$$a.\ \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{x-1} \qquad b.\ \lim_{x\to 3} \frac{x^2+5}{x-3} \qquad c.\ \lim_{x\to\infty} \left(\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7}$$

$$d.\ \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-7}{x+3} - \frac{3x^2+5x}{2x-8}\right) \qquad e.\ \lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}\right.$$

5. Hacemos un estudio sobre la evolución del número de individuos, en miles, de una especie protegida de águila, durante los primeros años, y obtenemos la función: A(t)=$\frac{16t+12}{2t+3}$ siendo t el tiempo en años.

   a. ¿Cuántas águilas hay en este momento? ¿ y a los 8 años?

   b. Suponiendo que esta función continuará siendo válida a lo largo del tiempo, ¿se estabilizará la población de águila real? (1 PUNTO)

CONTROL TEMA 6 (2) 1°B

(1) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x+1} & \text{si } x<-1 \\ 3x+1 & \text{si } -1\le x<2 \\ 2x-5 & \text{si } x>2 \end{cases}$

Continua pq $-1 \notin$ Dom. de def.

Cont. por ser polinómica

Cont. por ser polinómica.

En $x=-1$

$f(-1)=-2$

$\lim_{x\to -1^-} \dfrac{x^2+1}{x+1} = \dfrac{2}{0} = \pm\infty$

$\lim_{x\to -1^+} 3x+1 = -2$

// Disc. inev. de salto infinito

En $x=2$

$f(2)=7$

$\lim_{x\to 2^-} 3x+1 = 7$

$\neq$

$\lim_{x\to 2^+} 2x-5 = -1$

Disc. inev. salto f

(2) Cont. en su intervalo de definición

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{3x+b}{x-1} & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{4}{x-2} & \text{si } 0<x<1 \\ \dfrac{x^2+1}{ax} & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

$1 \notin$ Dom de definición $\to$ Continua

$2 \notin$ Dom. de definición $\to$ Continua

$0 \notin$ Dom. de definición $\to$ Continua.

En $x=0$

$f(0)=\dfrac{b}{-1}=-b$

$\lim_{x\to 0^-} \dfrac{3x+b}{x-1} = -b$

$\parallel$

$\lim_{x\to 0^+} \dfrac{4}{x-2} = -2$

$-b=-2 \to \boxed{b=2}$

En $x=1$

$f(1)=\dfrac{x^2+1}{ax}=\dfrac{2}{a}$

$\lim_{x\to 1^-} \dfrac{4}{x-2} = \dfrac{4}{-1} = -4$

//

$\lim_{x\to 1^+} \dfrac{x^2+1}{ax} = \dfrac{2}{a}$

$\dfrac{2}{a}=-4 \to \boxed{a=-\dfrac{1}{2}}$

Si $a=-1/2$ y $b=2$ la función es continua.

(3) a) $f(x)=\dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ Dom f: $\mathbb{R}-\{-3,3\}$

AV $\lim_{x\to -3} \dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty \to \boxed{x=-3}$

$\lim_{x\to 3} \dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty \to \boxed{x=3}$

AH $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$ No tiene

AO $m=\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^3-9x} = 4$

$n=\lim_{x\to\pm\infty} \left[\dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} - 4x\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{-7x^2+40x}{x^2-9} = -7$

b) $f(x)=\dfrac{6x-2}{4x^2-1}$ Dom f: $\mathbb{R}-\{-1/2, 1/2\}$

AV $\lim_{x\to -1/2} f(x) = \pm\infty \to \boxed{x=-1/2}$

$\lim_{x\to 1/2} f(x) = \pm\infty \to \boxed{x=1/2}$

AH $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=0 \to \boxed{y=0}$

AO No tiene porque hay AH

(4) a) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2-x}-1}{x-1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \dfrac{2-x-1}{(x-1)[\sqrt{2-x}+1]} = \lim_{x\to 1} \dfrac{1-x}{(x-1)[\sqrt{2-x}+1]} =$

$= \lim_{x\to 1} \dfrac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}[\sqrt{2-x}+1]} = \lim_{x\to 1} \dfrac{-1}{\sqrt{2-x}+1} = \dfrac{-1}{2}$

b) $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^2+5}{x-3} = \dfrac{14}{0} \to \lim_{x\to 3^-} f(x) = \dfrac{+}{-} = -\infty$
$\quad\to \lim_{x\to 3^+} f(x) = \dfrac{+}{+} = +\infty$

$\nexists$ lim

c) $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7} = [1^\infty] = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}-1\right](x^2+7)} =$

$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{-7x+7}{5x^2+4x-7}\cdot(x^2+7)} = e^{-\infty} = 0$

d) $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2-7}{x+3} - \dfrac{3x^2+5x}{2x-8}\right) = [\infty-\infty] = \lim_{x\to\infty} \dfrac{2x^3-8x^2-14x+56-3x^3-9x^2-5x^2-15x}{2x^2-8x+6x-24} =$

$= \lim_{x\to\infty} \dfrac{-x^3-22x^2-29x+56}{2x^2-2x-24} = -\infty$

e) $\lim_{x\to\infty} \left[\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}\right] = (\infty-\infty) = \lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2+x-x^2+x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}} =$

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}} = \dfrac{2}{2} = 1$

(5) $A(t) = \dfrac{16t+12}{2t+3}$

a) $A(0) = \dfrac{12}{3} = 4$ 4000 águilas

$A(8) = \dfrac{16\cdot 8+12}{2\cdot 8+3} = \dfrac{140}{19}$

b) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{16t+12}{2t+3} = 8$ Habrá una estabilización en 8000 águilas