

1. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a. $f(x) = \sqrt{4x^2 - 100}$

b. $f(x) = \frac{4+5x}{x^2-6x+8}$

c. $f(x) = \frac{\sqrt{4x-16}}{x^2-9}$ (1,5 puntos)

2. Calcula los puntos de corte y la simetría de las siguientes funciones:

a. $f(x) = x^7 - x^3$ b) $g(x) = \frac{x^4}{x^2+1}$ c) $h(x) = \sqrt{x+5}$ (1,5 puntos)

3. Dadas las funciones $f(x) = \frac{4x^2-2}{5x+7}$, $g(x) = \sqrt{4x-2}$, $h(x) = \frac{3x-5}{x^2}$. Calcula:

a. $(f \circ g)(x)$ b) $(f \circ g \circ h)(x)$ c) $(g \circ h)(x)$ d) $(g \circ g)(x)$ (2 puntos)

4. Calcula la función inversa de las siguientes funciones y comprueba que es la inversa:

a. $f(x) = \frac{6x+2}{5x-1}$ b. $g(x) = \sqrt{4x-6}$ c. $h(x) = 8x-2$ (1,5 puntos)

5. En la tabla siguiente se indica la relación lineal entre la altura y la presión atmosférica. Usando interpolación lineal calcula:

Altura(m)	0	2000	4000	8000	10000
Presión	780	623	449	326	241

c) Determina la presión que corresponde a 1000 m y a 5000 m de altura.

d) Determina la presión que corresponde a 13000 m de altura. (2 puntos) (1,5 puntos)

6. La población activa española en el sector agrícola en los años que se indican, viene dado por la tabla siguiente donde el número de ocupados viene dado en miles.

Año	1980	1990	2000
Ocupados (miles)	1570	980	720

a) Obtener la función de interpolación cuadrática.

b) Determina el número de ocupados en el año 1985 y en el 2002. (2 puntos)

① a) $f(x) = \sqrt{4x^2 - 100} \rightarrow 4x^2 - 100 \geq 0 \rightarrow 4(x^2 - 25) \geq 0$
 (1,5) $\rightarrow 4(x+5)(x-5) \geq 0$

	-5	-5	5	$+\infty$
$x+5$	-	+	+	
$x-5$	-	-	+	
f	+	-	+	

Dom f: $(-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$

b) $f(x) = \frac{4+5x}{x^2-6x+8}$ $x^2-6x+8=0 \rightarrow x=2$
 $\rightarrow x=4$ Dom f: $x \in \mathbb{R} - \{2, 4\}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{4x-16}}{x^2-9}$ $x^2-9=0 \rightarrow x=\pm 3$
 $4x-16 \geq 0 \rightarrow x \geq 4$ Dom f: $x \in [4, +\infty)$

② a) $f(x) = x^3 - x^3$

(1,5) g. y $x=0 \rightarrow y=0$ (0,0)

g. x $y=0 \rightarrow x^2-x^3=0 \rightarrow x^3(x^4-1)=0$
 $\begin{cases} x_1=0 & (0,0) \\ x_2=1 & (1,0) \\ x_3=-1 & (-1,0) \end{cases}$

$f(-x) = (-x)^3 - (-x^3) = -x^3 + x^3$ IMPAR

b) $g(x) = \frac{x^4}{x^2+1}$

Ej. y $x=0 \rightarrow y=0$ (0,0)

Ej. x $y=0 \rightarrow x=0$ (0,0)

$g(-x) = \frac{(-x)^4}{(-x)^2+1} = \frac{x^4}{x^2+1} = g(x)$ PAR

c) $h(x) = \sqrt{x+5}$

Ej. y $x=0 \rightarrow y=\sqrt{5}$ (0, $\sqrt{5}$)

Ej. x $y=0 \rightarrow 0 = \sqrt{x+5} \rightarrow x=-5$ (-5, 0)

$h(-x) = \sqrt{-x+5}$ No tiene simetría

③ a) $(f \circ g)(x) = f(\sqrt{4x-2}) = \frac{4(\sqrt{4x-2})^2 - 2}{5\sqrt{4x-2} + 7}$

b) $(f \circ g \circ h)(x) = (f \circ g)\left(\frac{3x-5}{x^2}\right) = f\left(\sqrt{4\left(\frac{3x-5}{x^2}\right) - 2}\right) = \frac{4\left(\sqrt{4\left(\frac{3x-5}{x^2}\right) - 2}\right)^2 - 2}{5\sqrt{4\left(\frac{3x-5}{x^2}\right) - 2} + 7}$

c) $(g \circ h)(x) = g\left(\frac{3x-5}{x^2}\right) = \sqrt{4\left(\frac{3x-5}{x^2}\right) - 2}$

d) $(g \circ g)(x) = g(\sqrt{4x-2}) = \sqrt{4\sqrt{4x-2} - 2}$

④ a) $f(x) = \frac{6x+2}{5x-1} \rightarrow y = \frac{6x+2}{5x-1} \rightarrow x = \frac{6y+2}{5y-1} \rightarrow 5xy - x = 6y + 2$

(1.5) $5xy - 6y = 2 + x \rightarrow y(5x - 6) = 2 + x \rightarrow y = \frac{2+x}{5x-6} = f^{-1}(x)$

$$(f \circ f^{-1})(x) = f\left(\frac{2+x}{5x-6}\right) = \frac{6\left(\frac{2+x}{5x-6}\right) + 2}{5\left(\frac{2+x}{5x-6}\right) - 1} = \frac{\frac{12+6x+10x-12}{5x-6}}{\frac{10+5x-5x+6}{5x-6}} =$$

$$= \frac{16x}{16} = x$$

b) $g(x) = \sqrt{4x-6} \rightarrow y = \sqrt{4x-6} \rightarrow x = \frac{y^2+6}{4} \rightarrow x^2 = 4y-6$

$$y = \frac{x^2+6}{4} = g^{-1}(x)$$

$$(g \circ g^{-1})(x) = g\left(\frac{x^2+6}{4}\right) = \sqrt{4\left(\frac{x^2+6}{4}\right) - 6} = \sqrt{x^2+6-6} = \sqrt{x^2} = x$$

c) $h(x) = 8x-2 \rightarrow y = 8x-2 \rightarrow x = \frac{y+2}{8} \rightarrow y = \frac{x+2}{8} = h^{-1}(x)$

$$(h \circ h^{-1})(x) = h\left(\frac{x+2}{8}\right) = 8\left(\frac{x+2}{8}\right) - 2 = x + 2 - 2 = x$$

⑤ a) $780 = 0m + n$
 $623 = 2000m + n$ $\left\{ \begin{array}{l} n = 780 \\ m = -0,0785 \end{array} \right.$

$$y = -0,0785x + 780$$

$$1000m \rightarrow y = 701,5$$

b) $326 = 8000m + n$
 $241 = 10000m + n$ $\left\{ \begin{array}{l} m = -0,0425 \\ n = 666 \end{array} \right.$

$$\begin{array}{l} 449 = 4000m + n \\ 326 = 8000m + n \end{array} \left\{ \begin{array}{l} m = -0,03075 \\ n = 572 \end{array} \right.$$

$$y = -0,03075x + 572$$

$$5000m \rightarrow y = 418,25$$

$$y = -0,0425x + 666$$

$$13000m \rightarrow 113,5$$

⑥ $y = ax^2 + bx + c$

$$\left. \begin{array}{l} a \cdot 1980^2 + b \cdot 1980 + c = 1570 \\ a \cdot 1990^2 + b \cdot 1990 + c = 980 \\ a \cdot 2000^2 + b \cdot 2000 + c = 720 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = 1,65 \\ b = -6609,5 \\ c = 6619720 \end{array}$$

a) $y = 1,65x^2 - 6609,5x + 6619720$

b) $f(1985) = 1233,75$

$f(2002) = 707,6$