

Ejercicio 1:

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Una pizzería ofrece tres tipos de pizza: margarita, vegetariana y pepperoni. A lo largo de los años, utilizando su aplicación para teléfonos inteligentes, el restaurante ha recopilado datos sobre las preferencias de los clientes, calculando que el 40% de sus clientes piden pizza margarita, el 25% elige la pizza vegetariana y el resto prefiere la pizza pepperoni.

1.1 (0.25 puntos) Si se elige un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya pedido una pizza pepperoni?

1.2 (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que dos clientes elegidos al azar hayan pedido distintos tipos de pizza?

Para mejorar su servicio y agilizar los tiempos de preparación, la pizzería decide considerar un grupo típico de 10 clientes con el objetivo de decidir cuántas pizzas margarita preparar con antelación y evitar retrasos durante las horas con más demanda, minimizando el desperdicio.

1.3 (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 10 clientes pidan pizzas margarita?

1.4 (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los 10 clientes del grupo pida una pizza margarita?

PREGUNTA 1: PROBABILITAT I ESTADÍSTICA (2,5 punts)

Una pizzeria ofereix tres tipus de pizza: margarida, vegetariana i pepperoni. Al llarg dels anys, utilitzant la seua aplicació per a telèfons intel·ligents, el restaurant ha recollit dades sobre les preferències dels clients i ha trobat que el 40% de la clientela demana pizza margarida, el 25% tria la pizza vegetariana i la resta prefereix la pizza pepperoni.

1.1 (0,25 punts) Si es tria un client a l'atzar, quina és la probabilitat que haja demanat una pizza pepperoni?

1.2 (0,75 punts) Quina és la probabilitat que dos clients triats a l'atzar hagen demanat diferents tipus de pizza?

Per tal de millorar el seu servei i agilitzar els temps de preparació, la pizzeria decideix considerar un grup típic de 10 clients amb l'objectiu de decidir quantes pizzas margarida ha de preparar amb antelació i evitar retards durant les hores amb més demanda, minimitzant el malbaratament.

1.3 (0,75 punts) Quina és la probabilitat que exactament 4 dels 10 clients demanen pizzas margarida?

1.4 (0,75 punts) Quina és la probabilitat que almenys un dels 10 clients del grup demane una pizza margarida?

Solución:

1.1 0.35.

1.2 0.655.

1.3 0.2508.

1.4 0.9941.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1

Ejercicio 2.1:

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 En un sistema de procesamiento de imágenes se utiliza una matriz para transformar ciertos datos. La matriz depende del parámetro real α y es:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha \end{bmatrix}.$$

2.1.1 (1,25 puntos) En uno de los procesos, para que el sistema funcione, se necesita que la matriz sea idempotente, es decir que su cuadrado coincida con ella, $A^2 = A$. Obtener los valores α que permitan funcionar a este proceso.

2.1.2 (1,25 puntos) En otro proceso diferente, se necesita utilizar la matriz inversa de A . Obtener los valores de α para los cuales existe la inversa y calcular esta inversa en función de α .

PREGUNTA 2: ÀLGEBRA (2,5 punts)

Respon a l'apartat 2.1 o a l'apartat 2.2

2.1 En un sistema de processament d'imatges es fa servir una matriu per transformar certes dades. La matriu depèn del paràmetre real α i és:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha \end{bmatrix}.$$

2.1.1 (1,25 punts) En un dels processos, perquè el sistema funcione, cal que la matriu siga idempotent, és a dir, que el seu quadrat coincidisca amb ella, $A^2 = A$. Obtén els valors de α que permeten que el sistema funcione.

2.1.2 (1,25 punts) En un altre procés diferent, cal utilitzar la matriu inversa d' A . Obtén els valors de α per als quals hi ha la inversa i calcula aquesta inversa en funció de α .

Solución:

2.1.1 $\alpha = 0$.

$$2.1.2 \alpha \neq 0, \alpha \neq 1, A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-\alpha} \end{pmatrix}.$$

2.2.1 Si $\alpha \neq -3$ SCD y si $\alpha = -3$ SCI.

Ejercicio 2.2:

2.2 Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 0 \\ 2x + ay - 5z = -3, \\ x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

donde a es un parámetro real. Se pide:

2.2.1 (1 punto) Discutir el sistema en función del parámetro a .

2.2.2 (0.75 puntos) Calcular las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado.

2.2.3 (0.75 puntos) Calcular la solución del sistema para $a = 0$.

2.2 Siga el sistema d'equacions lineals:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 0 \\ 2x + ay - 5z = -3, \\ x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

on a és un paràmetre real.

2.2.1 (1 punt) Discuteix el sistema en funció del paràmetre a .

2.2.2 (0,75 punts) Calcula les solucions del sistema quan aquest siga compatible indeterminat.

2.2.3 (0,75 punts) Calcula la solució del sistema per a $a = 0$.

Solución:

$$2.2.2 \quad x = \frac{6-\lambda}{5}, y = \frac{9-9\lambda}{5}, z = \lambda.$$

$$2.2.3 \quad x = 1, y = 0, z = 1.$$

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2

Ejercicio 4 y 5:

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Dada la recta $r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$ y la recta $s: \begin{cases} x = -1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$, calcular:

3.1.1 (1 punto) Si existen, las coordenadas del punto de corte de ambas rectas.

3.1.2 (1 punto) La ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

3.1.3 (0.5 puntos) La distancia del punto $P = (1,0,2)$ a dicho plano.

PREGUNTA 3: GEOMETRIA (2,5 punts)

Respon a l'apartat 3.1 o a l'apartat 3.2

3.1 Donada la recta $r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$ i la recta $s: \begin{cases} x = -1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$, calcula:

3.1.1 (1 punt) Si existeixen, les coordenades del punt de tall de totes dues rectes.

3.1.2 (1 punt) L'equació del pla que conté totes dues rectes.

3.1.3 (0,5 punts) La distància del punt $P = (1,0,2)$ a aquest pla.

3.2.2 (0,5 punts) La distància del punt Q al pla π .

3.2.3 (1 punt) El punt simètric de P respecte al pla π .

Solución:

3.1.1 Punto de corte $(-1, -1, 3)$.

3.1.2 Plano $-x + 4y + 2z - 3 = 0$.

3.1.3 Distancia 0.

Ejercicio 3.2:

3.2 Se consideran el plano $\pi: 3x - y + 2z = 4$ y el punto $P = (-1, 0, 1)$. Se pide:

3.2.1 **(1 punto)** La ecuación del plano perpendicular a π que pasa por P y por $Q = (2, 1, 2)$.

3.2.2 **(0.5 puntos)** La distancia del punto Q al plano π .

3.2.3 **(1 punto)** El punto simétrico de P respecto al plano π .

3.2 Donats el pla $\pi: 3x - y + 2z = 4$ i el punt $P = (-1, 0, 1)$, obtén:

3.2.1 **(1 punt)** L'equació del pla perpendicular a π que passa per P i per $Q = (2, 1, 2)$.

Solución:

3.2.1 Plano $x - y - 2z + 3 = 0$.

3.2.2 Distancia $\frac{5}{\sqrt{14}} = 1.3363$.

3.2.3 Punto simétrico $\left(\frac{8}{7}, -\frac{5}{7}, \frac{17}{7}\right)$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3

Ejercicio 4.1:

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

- 4.1** Una empresa de paquetería quiere diseñar distintos modelos de cajas. Uno de esos modelos consiste en una caja de 80 cm^3 de volumen, con base y tapa cuadradas. El precio del material de las paredes laterales es de 1 céntimo por cm^2 . La base y tapa se construirán con un material de calidad superior a las caras laterales de la caja, siendo éste un 25% más caro.

Obtener:

- 4.1.1 (0,75 puntos)** La función $P(x)$ que proporciona el precio del material de la caja en función del lado de la base x .
- 4.1.2 (1,25 puntos)** Las dimensiones de la caja para que la función $P(x)$ tenga el menor valor posible.
- 4.1.3 (0,5 puntos)** El precio del material en el caso anterior.

PREGUNTA 4: ANÀLISI (2,5 punts)

Respon a l'apartat 4.1 o a l'apartat 4.2

- 4.1** Una empresa de paqueteria vol dissenyar diferents models de caixes. Un d'aquests models consisteix en una caixa de 80 cm^3 de volum, amb base i tapa quadrades. El preu del material de les parets laterals és d'1 cèntim per cm^2 . La base i la tapa es construïran amb un material de qualitat superior a les cares laterals de la caixa i que és un 25% més car.

Obtén:

- 4.1.1 (0,75 punts)** La funció $P(x)$ que proporciona el preu del material de la caixa en funció del costat de la base x .
- 4.1.2 (1,25 punts)** Les dimensions de la caixa perquè la funció $P(x)$ tinga el menor valor possible.
- 4.1.3 (0,5 punts)** El preu del material en el cas anterior.

Solución:

$$4.1.1 \quad P(x) = \frac{5}{2}x^2 + \frac{320}{x}.$$

$$4.1.2 \quad x = 4 \text{ centímetros e } y = 5 \text{ centímetros.}$$

$$4.1.3 \quad 120 \text{ céntimos.}$$

Ejercicio 4.2:

4.2 Dada la función real de variable real

$$f(x) = x|x - 2|.$$

Se pide:

4.2.1 (1 punto) Representar la región comprendida entre la gráfica de la función f , el eje de abscisas (eje OX) y las rectas $x = -1$ y $x = 5$.

4.2.2 (1.5 puntos) Calcular el área de la región anterior.

4.2 Donada la funció real de variable real

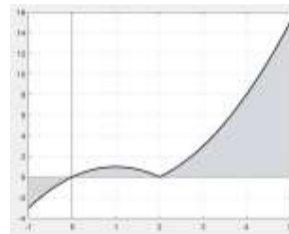
$$f(x) = x|x - 2|.$$

4.2.1 (1 punt) Representa la regió compresa entre la gràfica de la funció f , l'eix d'abscisses (eix OX) i les rectes $x = -1$ i $x = 5$.

4.2.2 (1,5 punts) Calcula l'àrea de la regió anterior.

Solución:

4.2.1



$$4.2.2 \text{ Área} = \frac{62}{3} = 20.6667.$$