Supongamos que se realiza la fusión nuclear de un núcleo de deuterio con un núcleo de tritio, ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{a}_{2b}\mathrm{X} + {}^{b}_{0}\mathrm{Y}$. Determina a y b e indica razonadamente qué partículas son X e Y. En cada reacción se generan $17{,}6\ \mathrm{MeV}$ de energía. Utilizando la anterior reacción de fusión, ¿cuántos gramos de deuterio se necesitarían para generar la energía eléctrica consumida en un año por los hogares en una ciudad como Alicante?

Datos: masa del deuterio: $m_D = 3{,}34 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$; carga elemental, $q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$; energía eléctrica consumida en un año por los hogares de la ciudad de Alicante, $1{,}62 \cdot 10^{15}\ \mathrm{J}$ (Fuente: *Datos energéticos de la provincia de Alicante 2010-19*, Agencia Provincial de la Energía de Alicante)

$$ {}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \longrightarrow {}^{a}_{2b}X + {}^{b}_{0}Y + \rightsquigarrow \qquad E = 17'6\ \mathrm{MeV} $$

De la reacción dada, y teniendo en cuenta que número atómico y número másico se deben conservar:

$$ \left.\begin{array}{l} 1 + 1 = 2b + 0 \\ 2 + 3 = a + b \end{array}\right\} \longrightarrow b = 1 \longrightarrow a = 4 \Rightarrow {}^{4}_{2}X \text{ e } {}^{1}_{0}Y $$

Por tanto las partículas son:

$$ {}^{4}_{2}X \longrightarrow \text{Partícula } \alpha \Rightarrow {}^{4}_{2}He $$

$$ {}^{1}_{0}Y \longrightarrow \text{Neutrón} \Rightarrow {}^{1}_{0}n $$

Los gramos de deuterio para producir la energía pedida:

$$ 1'62 \cdot 10^{15}\ J \times \frac{1\ eV}{1'6 \cdot 10^{-19}\ J} \times \frac{1\ MeV}{10^{6}\ eV} \times \frac{1 \text{ núcleo } {}^{2}_{1}H}{17'6\ MeV} \times \frac{3'34 \cdot 10^{-27}\ Kg}{1 \text{ núcleo } {}^{2}_{1}H} \times $$

$$ \times \frac{1000\ g}{1\ Kg} = 1921'45\ g \text{ de } {}^{2}_{1}H $$

Un láser de fluoruro de kriptón, que se utiliza en experimentos de fusión por confinamiento inercial, puede emitir un haz de luz de longitud de onda $248\ \mathrm{nm}$, con una energía de $1{,}1 \cdot 10^3\ \mathrm{J}$ en un tiempo de $1\ \mathrm{ns}$. Obtén razonadamente, la energía de un fotón, la potencia del láser (en MW) y el número de fotones que emite este láser en dicho intervalo de tiempo.

Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$; constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$

La energía de cada uno de los fotones emitidos por el láser:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{248 \cdot 10^{-9}} = 8'02 \cdot 10^{-19}\ J$$

Por tanto, el número de fotones pedido:

$$1'1 \cdot 10^3\ J \times \frac{1\ \text{fotón}}{8'02 \cdot 10^{-19}\ J} = 1'37 \cdot 10^{21}\ \text{fotones}$$

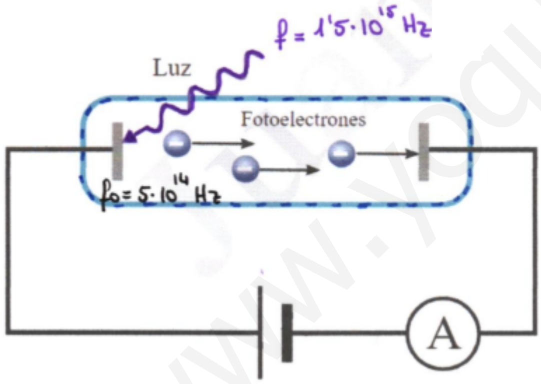
La potencia del láser será entonces:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1'1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-9}} = 1'1 \cdot 10^{12}\ W \times \frac{1\ MW}{10^6\ W} = 1'1 \cdot 10^6\ MW$$

La frecuencia umbral del cátodo de una célula fotoeléctrica es de $f_0 = 5 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$. Dicho cátodo se ilumina con luz de frecuencia $f = 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$. Calcula:

a) La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos desde el cátodo. (1 punto)
b) La diferencia de potencial que hay que aplicar para anular la corriente eléctrica producida en la fotocélula. (1 punto)

Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$; masa del electrón, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$; carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$



Del balance energético del efecto fotoeléctrico:

$$E_{1\,\text{fotón}} = W_{ext} + Ec_{máx}$$

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + Ec_{máx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Ec_{máx} = hf - hf_0 = h(f - f_0)$$

$$\Rightarrow Ec_{máx} = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot (1'5 \cdot 10^{15} - 5 \cdot 10^{14}) = 6'63 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$\Rightarrow Ec_{máx} = \frac{1}{2} m \cdot V_{máx}^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2\,Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'63 \cdot 10^{-19}}{9'1 \cdot 10^{-31}}} = 1'21 \cdot 10^6\ m/s$$

El potencial de frenado lo calculamos según:

$$-\Delta Ep = \Delta Ec \Rightarrow -q \cdot V = Ec \Rightarrow V = \frac{Ec}{-q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{6'63 \cdot 10^{-19}}{1'6 \cdot 10^{-19}} = 4'14\ V$$

Explica qué es la dualidad onda-corpúsculo y escribe la expresión de la longitud de onda de De Broglie. Calcula la longitud de onda de De Broglie de una espora del hongo *Pilobolus kleinii* que se mueve a una velocidad de $20\ \mathrm{m/s}$, sabiendo que la masa de un millón de esporas es de $1{,}0\ \mathrm{g}$.

Dato: constante de Planck, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$

La dualidad onda-corpúsculo es un concepto fundamental de la mecánica cuántica que permite explicar porqué en determinadas circunstancias partículas con momento lineal p se comportan como una onda de longitud λ (como por ejemplo los electrones que atraviesan la ya famosa doble rendija)

La relación entre dichas magnitudes se la debemos a De Broglie, aunque en realidad no es más que una generalización de la expresión del momento de un fotón que permitió a Einstein explicar el efecto fotoeléctrico.

Fotoeléctrico $\longrightarrow E_{fotón} = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$

Relatividad $\longrightarrow E_{fotón}^2 = p^2 \cdot c^2 + \cancel{m_0^2} \cdot c^4 \longrightarrow E_{fotón} = p \cdot c$

$m_0 \to 0$ (El fotón no tiene masa)

De donde vemos que:

$$h \cdot \frac{\cancel{c}}{\lambda} = p \cdot \cancel{c} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

LONGITUD DE ONDA ASOCIADA A UNA PARTÍCULA CON MOMENTO p.

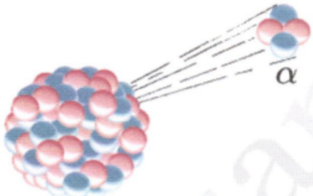
Por tanto:

$$1 \text{ espora} \times \frac{1\ \mathrm{g}}{10^6 \text{ esporas}} \times \frac{1\ \mathrm{kg}}{1000\ \mathrm{g}} = 1 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{kg}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6'6 \cdot 10^{-34}}{10^{-9} \cdot 20} = 3'3 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{m}$$

Explica brevemente en qué consisten la radiación alfa y la radiación beta y cómo se modifica el núcleo atómico que las emite. Halla razonadamente el número atómico y el número másico del elemento final producido a partir del ${}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$, después de que emita una partícula α y a continuación el producto emita una partícula β^-.

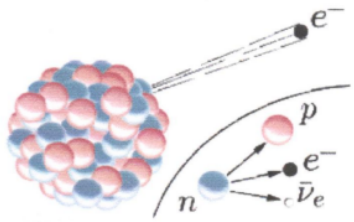
La radiación alfa se da en núcleos masivos y consiste en la emisión de un núcleo de ${}^{4}_{2}He$



$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

Partícula α

La radiación beta se da en núcleos inestables con exceso de neutrones y la fuerza nuclear débil posibilita que los neutrones se "transformen" en protones emitiendo un electrón según:



$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}_e$$

Partícula β^- (electrón)

Por tanto:

$${}^{222}_{86}Rn \xrightarrow{\alpha} {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 222 = A + 4 \\ 86 = Z + 2 \end{array}\right\} {}^{218}_{84}X$$

$${}^{218}_{84}X \xrightarrow{\beta^-} {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 218 = A + 0 \\ 84 = Z - 1 \end{array}\right\} {}^{218}_{85}Y$$

Los muones son partículas elementales, con carga eléctrica negativa, que se forman en las partes altas de la atmósfera y se mueven a velocidades relativistas hacia la superficie de la Tierra. Un muon se forma a $9000\ \mathrm{m}$ de altura sobre la superficie de la Tierra y desciende verticalmente con una velocidad $v = 0{,}9978\,c$. Calcula razonadamente:

a) La energía en reposo y la energía total del muon en electronvoltios. (1 punto)

b) El intervalo de tiempo que tarda dicho muon en alcanzar la superficie, medido en un sistema de referencia ligado a la Tierra y medido en un sistema de referencia que viaje con el muon. (1 punto)

Datos: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$; masa (en reposo) del muon, $m = 1{,}8 \cdot 10^{-28}\ \mathrm{kg}$; carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$

a) La energía en reposo:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 = 1'8 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1'62 \cdot 10^{-11}\ J$$

$$\Rightarrow 1'62 \cdot 10^{-11}\ J \times \frac{1\ eV}{1'6 \cdot 10^{-19}\ J} = 1'0125 \cdot 10^8\ eV$$

El factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0'9978^2}} = 15'084$$

Y por tanto, la energía total:

$$E = \gamma \cdot E_0 = 15'084 \cdot 1'0125 \cdot 10^{8} = 1'5273 \cdot 10^{9}\ eV$$

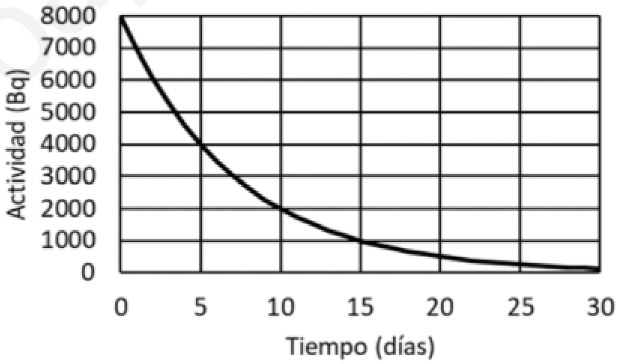
b) Como $e = v \cdot t$, en un sistema de referencia ligado a la Tierra, el muón tardará:

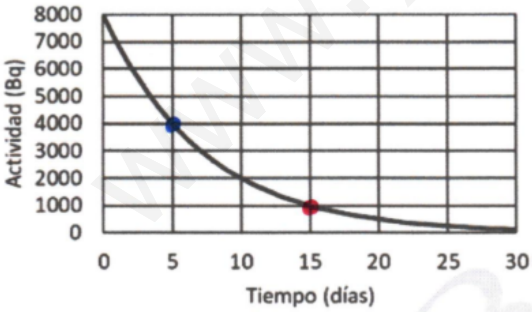
$$t = \frac{e}{v} = \frac{9000}{0'9978 \cdot 3 \cdot 10^8} = 3'01 \cdot 10^{-5}\ s$$

Y en un sistema ligado al propio muón:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_p \Rightarrow \Delta t_p = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{3'01 \cdot 10^{-5}}{15'084} = 1'99 \cdot 10^{-6}\ s$$

La gráfica representa la actividad de una muestra radiactiva en función del tiempo (en días). Utilizando los datos de la gráfica, deduce razonadamente el periodo de semidesintegración de la muestra y la constante de desintegración. Determina el número de periodos necesarios para que la actividad pase a valer 1000 Bq.





El periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tiempo que transcurre desde que una muestra radiactiva de actividad inicial A_0 reduce su actividad a la mitad $\left(A = \frac{1}{2} \cdot A_0\right)$. La relación entre ese periodo y la constante de desintegración se deduce fácilmente según:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \xrightarrow[A = \frac{1}{2} A_0]{t = T_{1/2}} \frac{1}{2} \cancel{A_0} = \cancel{A_0} \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot T_{1/2} \Rightarrow \cancelto{0}{\ln(1)} - \ln(2) = -\lambda \cdot T_{1/2} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

De la gráfica se puede leer claramente como la muestra reduce su actividad en un 50% cada 5 días y por tanto:

$$T_{1/2} = 5 \text{ días} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{5} \approx 0'13863 \text{ días}^{-1}$$

Por otro lado también leemos en la gráfica que la actividad valdrá 1000 Bq a los 15 días, es decir, cuando hayan transcurrido 3 periodos:

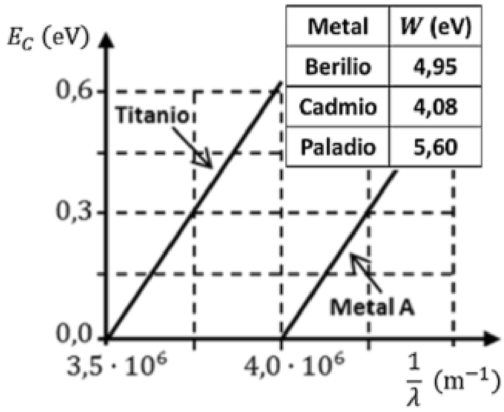
$$8000 \text{ Bq} \xrightarrow[T_{1/2}]{50\%} 4000 \text{ Bq} \xrightarrow[T_{1/2}]{50\%} 2000 \text{ Bq} \xrightarrow[T_{1/2}]{50\%} 1000 \text{ Bq}$$

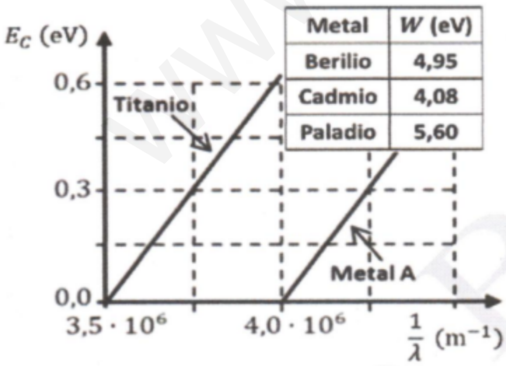
En una experiencia se ilumina, con diferentes longitudes de onda, una placa que tiene dos zonas con metales distintos, titanio y un metal A desconocido. Se mide la energía cinética de los fotoelectrones emitidos obteniendo la gráfica adjunta.

a) Calcula razonadamente la longitud de onda umbral para el metal A y su trabajo de extracción. Identifícalo a partir de los datos de la tabla adjunta. (1 punto)

b) Determina la velocidad de los electrones emitidos por el titanio cuando se ilumina con luz de frecuencia $1{,}13 \cdot 10^{15}$ Hz. ¿Qué sucede con los electrones del metal A si se ilumina con dicha luz? (1 punto)

Datos: constante de Planck, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s; carga eléctrica del electrón, $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s; masa del electrón, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg





Cuando los fotones de la radiación incidente tienen una energía igual al trabajo de extracción del metal, la energía cinética de los electrones es cero.

Por tanto:

$$\frac{1}{\lambda_{máx}} = 4 \cdot 10^{6} \rightarrow \lambda_{máx} = 2'5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$W_{ext} = h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_{máx}} = 6'6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{2'5 \cdot 10^{-7}} = 7'92 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$7'92 \cdot 10^{-19}\,J \times \frac{1\ eV}{1'6 \cdot 10^{-19}\,J} = 4'95\,eV$$

$\Longrightarrow$ El metal A es el Berilio.

b) Para el titanio tenemos:

$$\frac{1}{\lambda_{máx}} = 3'5 \cdot 10^{6} \longrightarrow \lambda_{máx} = 2'86 \cdot 10^{-7}\,m$$

$$W_{ext} = h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_{máx}} = 6'6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{2'86 \cdot 10^{-7}} = 6'93 \cdot 10^{-19}\,J$$

La energía de cada fotón de la radiación incidente:

$$E_{fotón} = h \cdot f = 6'6 \cdot 10^{-34} \cdot 1'13 \cdot 10^{15} = 7'46 \cdot 10^{-19}\,J$$

Del balance energético del efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón} = W_{ext} + Ec_{máx} \Longrightarrow Ec_{máx} = 7'46 \cdot 10^{-19} - 6'93 \cdot 10^{-19} = 5'3 \cdot 10^{-20}\,J$$

Y por tanto la velocidad:

$$Ec_{máx} = \frac{1}{2} m \cdot V^2 \Longrightarrow V = \sqrt{\frac{2\,Ec_{máx}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5'3 \cdot 10^{-20}}{9'1 \cdot 10^{-31}}} = 3'41 \cdot 10^{5}\,m/s$$

Por último, si hubiesemos empleado esta radiación sobre el metal A, no se hubiera producido efecto fotoeléctrico pues:

$$\left.\begin{array}{l} E_{fotón} = 7'46 \cdot 10^{-19}\,J \\ W_{ext_A} = 7'92 \cdot 10^{-19}\,J \end{array}\right\} E_{fotón} < W_{ext_A} \Longrightarrow \text{No hay efecto fotoeléctrico}$$

Un neutrón tiene una energía cinética relativista de $50\ \mathrm{MeV}$. Determina la relación (cociente) entre la energía total del neutrón y su energía en reposo. Calcula la velocidad del neutrón.
Dato: masa en reposo del neutrón, $m_0 = 940\,\frac{\mathrm{MeV}}{c^2}$; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$.

La energía en reposo del neutrón:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 = 940\ \mathrm{MeV}$$

Con lo que la energía total relativista:

$$E = E_0 + E_c = 940 + 50 = 990\ \mathrm{MeV}$$

Así, el cociente pedido:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{990}{940} = \frac{99}{94} \approx 1'0532$$

Por otro lado, sabemos que:

$$E = m \cdot c^2 = \gamma m_0 c^2 = \gamma \cdot E_0 \Longrightarrow \frac{E}{E_0} = \gamma$$

Conocido el factor de Lorentz, la velocidad pedida:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \longrightarrow 1-(v/c)^2 = \frac{1}{\gamma^2} \longrightarrow v/c = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\Longrightarrow v/c = \sqrt{1-\frac{94^2}{99^2}} \Longrightarrow v = 0'3138 \cdot c = 9'41 \cdot 10^7\ \mathrm{m/s}$$

El potencial de frenado de una célula fotoeléctrica es nulo cuando la luz incidente tiene la longitud de onda umbral, $\lambda_o = 540\ \mathrm{nm}$. Determina la frecuencia umbral. Obtén la expresión del potencial de frenado ΔV en función de la frecuencia f de la luz incidente y explica en qué te basas para deducirla.
Datos: carga eléctrica elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$; constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$.

Si conocemos la longitud de onda umbral:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_{máx}} = \frac{3 \cdot 10^8}{540 \cdot 10^{-9}} = 5'56 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

Del balance energético del efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón} = W_{ext} + E_c \longrightarrow E_c = E_{fotón} - W_{ext} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow E_c = h \cdot f - h \cdot f_0$$

Por otro lado, para frenar los electrones emitidos

$$E_c = q \cdot \Delta V \longrightarrow hf - hf_0 = q \cdot \Delta V \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{h}{q} \cdot f - \frac{h}{q} \cdot f_0 \Rightarrow \text{Sustituyendo los valores} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V = 4'14 \cdot 10^{-15} \cdot f - 2'3$$

En una excavación arqueológica se ha encontrado un tótem de madera cuyo contenido en ^{14}C es el 53% del que tienen las maderas de árboles actuales de la misma zona.

a) Determina en qué año fue realizado el tótem. (1 punto)

b) El isótopo $^{14}_{6}C$ se desintegra según $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + X$. La partícula X tiene una energía total $E = 0{,}667\ \mathrm{MeV}$ y una energía cinética $E_c = 0{,}156\ \mathrm{MeV}$ ¿De qué tipo de radiactividad se trata? Calcula la energía en reposo y la masa de la partícula. (1 punto)

Datos: periodo de semidesintegración $^{14}_{6}C$, $T_{1/2} = 5730$ años; carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}$

a) Con el periodo de semidesintegración, calculamos el valor de la constante radiactiva del ^{14}C:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \longrightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{5730} \text{ años}^{-1}$$

Y aplicando la ley de desintegración:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{53}{100} \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{5730} \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{53}{100}\right) = -\frac{\ln(2)}{5730} \cdot t \Rightarrow t = \frac{-5730 \cdot \ln\left(\frac{53}{100}\right)}{\ln(2)} = 5248'31 \text{ años}$$

El tótem tiene una antigüedad de 5248'31 años y por tanto fue realizado en el 3225 a.C

b) $$^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{A}_{Z}X \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 14 = 14 + A \rightarrow A = 0 \\ 6 = 7 + Z \rightarrow Z = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow {}^{0}_{-1}X$$

La partícula X es un electrón $^{0}_{-1}e$ y por tanto la desintegración sufrida ha sido β^-

La energía total relativista:

$$E = E_0 + E_c \longrightarrow E_0 = E - E_c = 0'667 - 0'156 = 0'511 \text{ MeV}$$

$$E_0 = 0'511 \text{ MeV} \times \frac{10^6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \times \frac{1'6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 8'176 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Y por tanto, la masa en reposo pedida:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 \longrightarrow m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{8'176 \cdot 10^{-14}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9'08 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

Calcula la velocidad que debe tener una partícula para que su energía relativista sea el doble de su energía en reposo ¿Sería posible que la velocidad de la partícula fuera el doble que la calculada anteriormente? Razona la respuesta.
Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$

La relación entre la energía relativista y la energía en reposo de una partícula de masa en reposo m_0 es el FACTOR DE LORENTZ que relaciona la masa relativista y la masa en reposo según:

Energía reposo $\longrightarrow E_0 = m_0 \cdot c^2$

Energía relativista $\longrightarrow E = m \cdot c^2 = \gamma m_0 \cdot c^2 = \gamma E_0$

Si la energía relativista es el doble de la energía en reposo:

$$\left.\begin{array}{l} E = 2E_0 \\ E = \gamma \cdot E_0 \end{array}\right\} \gamma = 2 \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = 2 \longrightarrow \frac{1}{4} = 1 - (v/c)^2$$

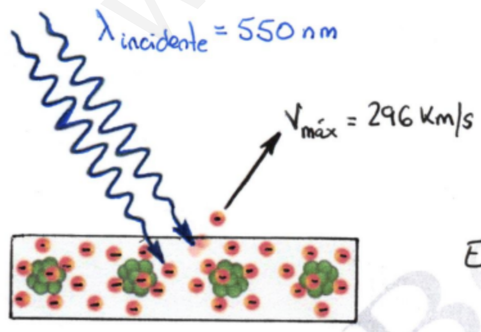
$$\longrightarrow (v/c)^2 = \frac{3}{4} \longrightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c = 2'598 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$$

Si la partícula tuviera el doble de velocidad se superaría la velocidad de la luz y no es posible

En un experimento de efecto fotoeléctrico, al incidir luz con longitud de onda $\lambda_1 = 550\ \mathrm{nm}$ se obtiene una velocidad máxima de los electrones $v = 296\ \mathrm{km/s}$. Calcula razonadamente:

a) El trabajo de extracción del metal sobre el que incide la luz (en eV) y la longitud de onda umbral. (1 punto)
b) El momento lineal y la longitud de onda de De Broglie asociada, en nanómetros, de los electrones que salen con velocidad máxima. (1 punto)

Datos: carga eléctrica elemental $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$; constante de Planck $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$; masa electrón $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$.



a) Al no ser una velocidad relativista, la energía de cada uno de los fotoelectrones emitidos:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V_{max}^2 = $$
$$= \frac{1}{2} \cdot 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 296000^2 = 3'99 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{J}$$

La energía de cada uno de los fotones incidentes:

$$E_{1\,fotón} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{550 \cdot 10^{-9}} = 3'62 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$\Rightarrow W_{ext} = 3'22 \cdot 10^{-19}\,J \times \frac{1\,eV}{1'6 \cdot 10^{-19}\,J} = 2'01\,eV$$

La longitud de onda umbral:

$$W_{ext} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{máx}} \longrightarrow \lambda_{máx} = \frac{h \cdot c}{W_{ext}} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3'22 \cdot 10^{-19}} = 6'18 \cdot 10^{-7}\,m = 618\,nm$$

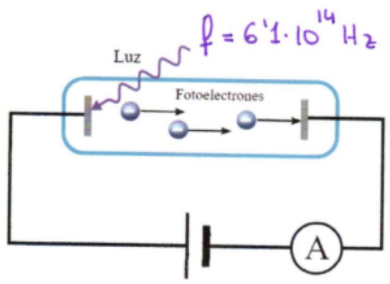
b) El momento lineal tendrá un valor de:

$$p = m \cdot v = 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 296000 = 2'69 \cdot 10^{-25}\,Kg \cdot m/s$$

Con lo que la longitud de onda asociada de De Broglie:

$$\lambda_{asociada} = \frac{h}{p} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}}{2'69 \cdot 10^{-25}} = 2'46 \cdot 10^{-9}\,m = 2'46\,nm$$

Al iluminar un determinado cátodo con radiación monocromática de frecuencia $f = 6{,}1 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$ se produce efecto fotoeléctrico. Se mide el valor del potencial de frenado ΔV y resulta $0{,}23\ \mathrm{V}$. Calcula el valor de la frecuencia umbral f_o y determina el metal que constituye el cátodo.
Datos: carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$; constante de Planck, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$; trabajos de extracción, $W_e(potasio) = 2{,}3\ \mathrm{eV}$, $W_e(aluminio) = 4{,}3\ \mathrm{eV}$, $W_e(cobre) = 4{,}7\ \mathrm{eV}$.



Cada uno de los fotones de la radiación incidente tiene una energía de:

$$E_{fotón} = h \cdot f = 6'6 \cdot 10^{-34} \cdot 6'1 \cdot 10^{14} = 4'026 \cdot 10^{-19}\,J$$

Parte de esa energía se gastará para "arrancar" el electrón (W_{ext}) y lo que sobre, será la energía cinética con la que el electrón emitido se mueva, según el balance energético:

$$E_{fotón} = W_{ext} + E_c$$

Como conocemos el potencial de frenado:

$$E_c = q \cdot \Delta V = 1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 0'23 = 3'68 \cdot 10^{-20}\,J$$

Y por tanto, el Wext:

$$W_{ext} = E_{fotón} - E_c = 3'66 \cdot 10^{-19}\,J \times \frac{1\,eV}{1'6 \cdot 10^{-19}\,J} = 2'29\,eV$$

$$W_{ext} = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{3'66 \cdot 10^{-19}}{6'6 \cdot 10^{-34}} = 5'55 \cdot 10^{14}\,Hz$$

Con los valores proporcionados para Wext concluimos que el cátodo era de POTASIO.

Un núcleo de ^{60}Co se desintegra según la reacción $^{60}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni^* + ^{a}_{b}X$. Razona qué partícula es X. Posteriormente, el núcleo de níquel excitado, $^{60}_{28}Ni^*$, emite dos fotones de energías 1,17 y 1,33 MeV. Si en un segundo se emiten 10^{10} fotones de cada tipo, calcula la energía por unidad de tiempo (en watios) que produce la emisión.
Dato: carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Por conservación del número de nucleones y la carga

$$^{60}_{27}Co \longrightarrow ^{60}_{28}Ni^* + ^{a}_{b}X \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 60 = 60 + a \\ 27 = 28 + b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 0 \wedge b = -1$$

La partícula emitida por tanto ha sido un electrón

$$^{0}_{-1}X = ^{0}_{-1}e$$

El núcleo de níquel está emitiendo:

$$10^{10}\,\frac{\cancel{\text{fotones tipo}}\text{ A}}{s} \times \frac{1'17\,MeV}{1\,\cancel{\text{fotón tipo}}\text{ A}} = 1'17 \cdot 10^{10}\,\frac{MeV}{s}$$

$$10^{10}\,\frac{\cancel{\text{fotones tipo}}\text{ B}}{s} \times \frac{1'33\,MeV}{1\,\cancel{\text{fotón tipo}}\text{ B}} = 1'33 \cdot 10^{10}\,\frac{MeV}{s}$$

Es decir, que en total, la potencia emitida

$$2'5 \cdot 10^{10}\,\frac{\cancel{MeV}}{s} \times \frac{10^6\,\cancel{eV}}{1\,\cancel{MeV}} \times \frac{1'6 \cdot 10^{-19}\,J}{1\,\cancel{eV}} = 4 \cdot 10^{-3}\,W$$

Recuerda que $1\,W = 1\,J/s$!!

El mesón J/ψ tiene una vida media de $7{,}2 \cdot 10^{-21}$ s en su sistema de referencia y de $1{,}1 \cdot 10^{-20}$ s cuando se mueve a velocidad relativista respecto a un sistema de referencia ligado al laboratorio. Calcula razonadamente:

a) El valor de la velocidad respecto al laboratorio. (1 punto)

b) La energía cinética y la energía total, en MeV, en ambos sistemas de referencia. (1 punto)

Datos: masa (en reposo) del mesón J/ψ, $m_0 = 5{,}52 \cdot 10^{-27}$ kg; velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; carga elemental, $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

La relación entre ambos tiempos es la dada por el factor de Lorentz en la dilatación temporal según:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_p$$

Y conocidos Δt_p y Δt:

$$1'1 \cdot 10^{-20} = \gamma \cdot 7'2 \cdot 10^{-21} \Rightarrow \gamma = \frac{55}{36} \approx 1'528$$

Por otro lado, el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \Rightarrow 1-(v/c)^2 = \frac{1}{\gamma^2} \Rightarrow v/c = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\Rightarrow v/c = \sqrt{1-\left(\frac{36}{55}\right)^2} = 0'756 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 0'756\,c = 0'756 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2'27 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) Con respecto a un sistema de referencia ligado al propio mesón, éste estará en reposo y por tanto:

$$Ec_{mesón} = 0 \text{ MeV}$$

$$E_{mesón} = E_0 + \cancelto{0}{Ec_{mesón}} = m_0 \cdot c^2 =$$

$$= 5'52 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 4'97 \cdot 10^{-10} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1'6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \times \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} =$$

$$= 3106'25 \text{ MeV}$$

Con respecto al sistema de referencia ligado al laboratorio:

$$E_{lab} = \gamma \cdot E_0 = \frac{55}{36} \cdot 3106'25 = 4745'66 \text{ MeV}$$

Y por tanto, la energía cinética:

$$E_{lab} = E_0 + Ec_{lab} \Rightarrow Ec_{lab} = E_{lab} - E_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Ec_{lab} = 4745'66 - 3106'25 = 1639'41 \text{ MeV}$$