

Todas las respuestas serán razonadas.

C1.- (EAE-4.1.1) (10_{ptos}) Un móvil va desde el punto A hasta el punto D, siguiendo la trayectoria del dibujo. Dibuja y calcula el vector desplazamiento, su módulo (desplazamiento) y la distancia recorrida.

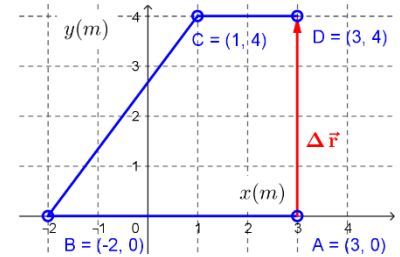
El vector $\Delta \vec{r}$ es el vector que va del punto A al punto D de la gráfica.

El vector desplazamiento es: $\Delta \vec{r} = 4 \hat{j}$ metros

Su módulo: $\Delta r = 4 \text{ m}$

El ángulo con el eje x: $\alpha = 90^\circ$

La distancia recorrida es: $d_{\text{recorrida}} = 5 + (\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5) + 2 = 12 \text{ m}$



C2.- (EAE-4.4.3) (10_{ptos}) Una noria gira, de forma que da 1 rpm, si la noria tiene un radio de 10 m. ¿Cuál es la velocidad angular en rad/s con la que gira? ¿Cuál es la frecuencia? ¿Cuál es el periodo del movimiento circular? ¿Qué velocidad lineal llevan los pasajeros de la noria? ¿Cuál es la aceleración normal o centrípeta de un punto en el borde de la noria?

Calculamos la velocidad angular en rad/s:	$\omega = 1 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi}{30} = 0,1047 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
El número de vueltas por segundo es la frecuencia:	$\omega = 2\pi \cdot f; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi/30}{2\pi} = \frac{1}{60} = 0,017 \text{ Hz}$
El periodo es la inversa de la frecuencia:	$T = \frac{1}{f}; \quad T = \frac{1}{1/60} = 60 \text{ s}$
La velocidad lineal viene dada por la expresión $v = \omega \cdot r$, luego:	$v = \omega \cdot r = \frac{\pi}{30} \cdot 10 = \frac{\pi}{3} = 1,047 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
La aceleración normal o centrípeta es:	$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\pi/3)^2}{10} = \frac{\pi^2}{90} = \frac{1,047^2}{10} = 0,1097 \text{ m/s}^2$

C3.- (EAE-4.4.2) (10_{ptos}) Un conductor se mueve con una velocidad de 111,6 km/h. Si frena durante 5 segundos con una aceleración de 4 m/s^2 y después se mueve con MRU durante 8 segundos más. Calcula la distancia que recorre en esos 13 segundos.

La velocidad del coche en unidades del SI es $111,6 \text{ km/h} \cdot (1000 \text{ m})/(1 \text{ km}) \cdot (1 \text{ h})/(3600 \text{ s}) = 31 \text{ m/s}$

Frenando recorre: $s_1 = 31 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 = 105 \text{ m}$

Su velocidad al final de este tramo es: $v_1 = 31 - 4 \cdot 5 = 11 \text{ m/s}$

Con MRU: $s_2 = 11 \cdot 8 = 88 \text{ m}$

La distancia recorrida es la suma de las anteriores: $s = s_1 + s_2 = 105 + 88 = 193 \text{ m}$

C4.- (EAE-4.4.1) (10_{ptos}) Desde una altura de 367,5 m. se lanza un objeto verticalmente hacia arriba. Sabiendo que el objeto alcanza una altura máxima de 960,4 m. calcular la velocidad con la que el objeto vuelve al suelo ($-137,2 \text{ m/s}$).

La condición para altura máxima es $v = 0 \text{ m/s}$. Calculamos el tiempo en que $v=0$ y la posición con ese tiempo.

$0 = v_0 - 9,8 \cdot t$	$v_0 = 9,8 \cdot t$
$960,4 = 367,5 + v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$	$960,4 - 367,5 = 9,8 \cdot t^2 - 4,9 \cdot t^2$
$t = \sqrt{592,9/4,9} = 11 \text{ s}$	$v_0 = 9,8 \cdot 11 = 107,8 \text{ m/s}$
La condición es $s = 0 \text{ m}$: $0 = 367,5 + 107,8 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$ $4,9 \cdot t^2 - 107,8 \cdot t - 367,5 = 0$ $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $t = \frac{107,8 \pm \sqrt{107,8^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot (-367,5)}}{2 \cdot 4,9}$	$t = \frac{107,8 \pm \sqrt{107,8^2 + 7203}}{9,8}$ $t = \frac{107,8 \pm \sqrt{18823,84}}{9,8} = \frac{107,8 \pm 137,2}{9,8}$ Vale la solución positiva: $t_1 = 25 \text{ s}$ $t_2 = -3 \text{ s}$
Cuando llega al suelo su velocidad es: $v = 107,8 - 9,8 \cdot 25 = -137,2 \text{ m/s}$	

P1.- (EAE-4.4.1) (20_{ptos}) Dos ciclistas parten, con sentidos opuestos, de dos pueblos que distan 90 km a la misma hora. El primer ciclista circula con una velocidad de 27 km/h y el segundo lo hace a 18 km/h. A) Calcular la distancia que ha recorrido cada ciclista en el momento en que se cruzan, así como el tiempo transcurrido desde que partieron. B) Si el segundo saliese en el mismo sentido que el primero, calcular la distancia que ha recorrido cada ciclista en el momento en que se cruzan, así como el tiempo transcurrido desde que partieron.

A) *Escribimos las ecuaciones que nos dan la posición de ambos móviles:*
$$\begin{cases} s_1 = 27 \cdot t \\ s_2 = 90 - 18 \cdot t \end{cases}$$

Cuando se crucen estarán en la misma posición $s_1 = s_2$; igualando:

$$27 \cdot t = 90 - 18 \cdot t ; 27 \cdot t + 18 \cdot t = 90 ; 45 \cdot t = 90 ; t = 90/45 = 2 \text{ h}$$

Sustituyendo el tiempo recién calculado en las ecuaciones de la posición:
$$\begin{cases} s_1 = 27 \cdot 2 = 54 \text{ km} \\ s_2 = 90 - 18 \cdot 2 = 54 \text{ km} \end{cases}$$

*Se cruzan en **2 horas**, a **54 km** del primer pueblo (el primer ciclista recorre 54 km y el segundo 36 km)*

B) *Escribimos las ecuaciones que nos dan la posición de ambos móviles:*
$$\begin{cases} s_1 = 27 \cdot t \\ s_2 = 90 + 18 \cdot t \end{cases}$$

Cuando se crucen estarán en la misma posición $s_1 = s_2$; igualando:

$$27 \cdot t = 90 + 18 \cdot t ; 27 \cdot t - 18 \cdot t = 90 ; 9 \cdot t = 90 ; t = 90/9 = 10 \text{ h}$$

Sustituyendo el tiempo recién calculado en las ecuaciones de la posición:
$$\begin{cases} s_1 = 27 \cdot 10 = 270 \text{ km} \\ s_2 = 90 + 18 \cdot 10 = 270 \text{ km} \end{cases}$$

*Se cruzan en **10 horas**, a **270 km** del primer pueblo (el primer ciclista recorre 270 km y el segundo 180 km)*

P2.- (EAE-4.4.1) (20_{ptos}) Un móvil (1) que lleva una velocidad de 90 Km/h. frena con una aceleración constante al pasar por un punto P y se detiene cuando se encuentra a 450 m. de P. calcular: A) El valor de la aceleración. B) La posición y velocidad del móvil a los 27 s. C) La posición del móvil cuando lleva una velocidad de 15 m/s. D) La velocidad del móvil cuando se encuentra a 448 m. del punto P. E) Si a los dos segundos de pasar el primer móvil, pasa por P un segundo móvil (2) que se mueve con una velocidad constante de 50 m/s, a qué distancia de P alcanzará al primer móvil.

Es un M.R.U.A., luego la ecuación de la posición y la velocidad vendrán dadas por:
$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases}$$

a) Con los datos iniciales de velocidad y posición al detenerse obtengo el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 450 = 25 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ 0 = 25 + a \cdot t \end{cases} \begin{cases} 450 = 25 \cdot t + \frac{1}{2} \frac{-25}{t} \cdot t^2 = (25 - 12,5) \cdot t = 12,5 \cdot t \\ a = \frac{-25}{t} \end{cases} \begin{cases} t = \frac{450}{12,5} = 36 \text{ s} \\ a = \frac{-25}{36} = -0,6944 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

b) Basta sustituir en las ecuaciones el tiempo de 27 segundos.

$$\begin{cases} s = 25 \cdot 27 - \frac{1}{2} 0,6944 \cdot 27^2 = 421,88 \text{ m} \\ v = 25 - 0,6944 \cdot 27 = 6,25 \text{ m/s} \end{cases}$$

c) Saco el tiempo de la ecuación de la velocidad:

$$15 = 25 - 0,6944 \cdot t ; t = \frac{15 - 25}{-0,6944} = 14,4 \text{ s}$$

La posición será:

$$s = 25 \cdot 14,4 - \frac{1}{2} 0,6944 \cdot 14,4^2 = 288 \text{ m}$$

d) Saco el tiempo de la ecuación de la posición:

$$448 = 25 \cdot t - 0,3472 \cdot t^2 ; 0,3472 \cdot t^2 - 25 \cdot t + 448 = 0 ; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 0,3472 \cdot 448}}{2 \cdot 0,3472}$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 0,3472 \cdot 448}}{2 \cdot 0,3472} = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 622,2}}{2 \cdot 0,3472} = \frac{25 \pm \sqrt{2,8176}}{0,6944} = \frac{25 \pm 1,679}{0,6944}$$

$$t_1 = 33,6 \text{ s} ; t_2 = 38,4 \text{ s} ; v_1 = 25 - 0,6944 \cdot 33,6 = 1,6667 \text{ m/s} ;$$

e) El tiempo que se está moviendo el segundo móvil es $(t - 2)$. Planteo el sistema de ecuaciones, e igualo posiciones:

$$\begin{cases} s_1 = 25 \cdot t - 0,3472 t^2 \\ s_2 = 50 \cdot (t - 2) \end{cases} \begin{cases} 50 \cdot t - 100 = 25 \cdot t - 0,3472 t^2 \\ 0,3472 t^2 + 25 \cdot t - 100 = 0 \end{cases} \begin{cases} t = 3,7995 \text{ s} \\ t = -75,799 \text{ s (No)} \end{cases} \begin{cases} s_1 = 25 \cdot 3,7995 - 0,3472 \cdot 3,7995^2 = 89,975 \text{ m} \\ s_2 = 50 \cdot (3,7995 - 2) = 89,975 \text{ m} \end{cases}$$

*El segundo móvil alcanzará al primero a **89,975 m** del punto de partida.*

P3.- (EAE-4.5.1) (20ptos) Basándote en el gráfico de la derecha indica para cada tramo (AB, BC y CD) el tipo de movimiento, la aceleración, la posición y la velocidad al principio y al final del tramo, la distancia recorrida en el tramo. Calcula también la distancia total recorrida y la velocidad media. Supón que la posición inicial para el primer tramo es cero.

(Si te sobra tiempo haz las representaciones gráficas s/t y a/t)

Tramo AB

Es un MRUA con aceleración positiva

$$v_{\text{inicial}} = 3 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{final}} = 3 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}} = \frac{3 - 3}{3 - 0} = 0 \text{ m/s}^2$$

$$s_{\text{inicial}} = 0 \text{ m}$$

$$s_{\text{final}} = s_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t$$

$$s_{\text{final}} = 0 + 3 \cdot 3 = 9 \text{ m}$$

$$d_{\text{recorrida}} = s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}} = 9 - 0 = 9 \text{ m}$$

Tramo BC

Es un MRU

$$v_{\text{inicial}} = 3 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{final}} = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}} = \frac{11 - 3}{13 - 3} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

$$s_{\text{inicial}} = 9 \text{ m (posición al final del tramo AB)}$$

$$s_{\text{final}} = s_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s_{\text{final}} = 9 + 3 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 10^2 = 79 \text{ m}$$

$$d_{\text{recorrida}} = s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}} = 79 - 9 = 70 \text{ m}$$

Tramo CD

Es un MRUA con aceleración negativa

$$v_{\text{inicial}} = 11 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{final}} = 0 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}} = \frac{0 - 11}{18 - 13} = -2,2 \text{ m/s}^2$$

$$s_{\text{inicial}} = 79 \text{ m (posición al final del tramo BC)}$$

$$s_{\text{final}} = s_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s_{\text{final}} = 79 + 11 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 5^2 = 106,5 \text{ m}$$

$$d_{\text{recorrida}} = s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}} = 106,5 - 79 = 27,5 \text{ m}$$

Distancia total recorrida y la velocidad media.

$d_{\text{total recorrida}} = 9 + 70 + 27,5 = 106,5 \text{ m}$ que coincide con la posición final del tramo CD

$$v_{\text{media}} = \frac{s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}} = \frac{106,5 - 0}{18 - 0} = 5,92 \text{ m/s}$$

$$d_{\text{total recorrida}} = 106,5 \text{ m}$$

$$v_{\text{media}} = 5,92 \text{ m/s}$$

