

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 1

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu la funció $f(x) = 2\frac{\ln x}{x}$, definida per a $x > 0$.

a) Estudieu-ne els màxims i els mínims, i les zones de creixement i de decreixement.

[1 punt]

b) Aquesta funció té asímptotes? Feu un esbós de la seva gràfica.

[1 punt]

c) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $y = f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 1$.

[0,5 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 2y - z = 4 \\ x - y + kz = 3 \\ 3x + 3y = 1 \end{array} \right\},$$

on k és un paràmetre real.

a) Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre k , i resoleu-lo per a $k = 0$.

[1 punt]

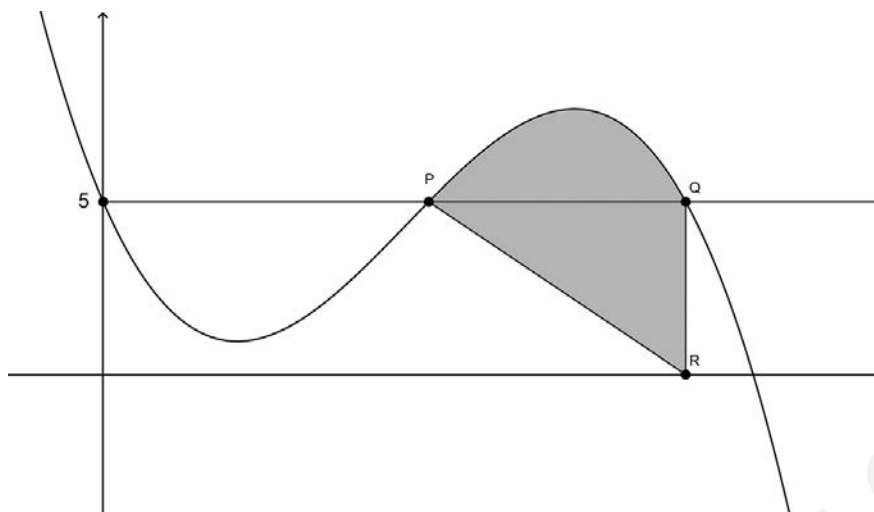
b) Resoleu el sistema per a $k = -1$.

[0,75 punts]

- c) Per a $k = -1$, modifiqueu la tercera equació de manera que el sistema esdevingui incompatible. Justifiqueu la resposta.
[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 2	a	
	b	
	c	
	Total	

3. En Joan troba entre els papers del seu avi un esbós com el de la figura adjunta, on es descriu un terreny de regadiu que ha deixat en herència al seu pare.



La corba de la gràfica és $y = f(x)$, amb $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 6x + 5$.

- a)** A partir de l'expressió de $f(x)$, calculeu les coordenades dels punts P , Q i R indicats a la figura. Calculeu també l'equació de la recta PR .

[1,25 punts]

b) Calculeu la superfície del terreny.

[1,25 punts]

www.yoquieroaprobar.es

Espai per a la correcció		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. L'Andreu posa les nou boles que es mostren a continuació dins d'una bossa.



- a) A continuació, treu de la bossa dues boles a l'atzar, una darrere l'altra i sense reemplaçament (és a dir, no retorna a la bossa la primera bola abans de treure la segona).
- Calculeu la probabilitat que la primera bola sigui una A o una E.
[0,5 punts]
 - Calculeu la probabilitat que les dues boles siguin diferents.
[0,75 punts]

b) L'Andreu torna a posar totes les boles a la bossa i en treu cinc a l'atzar, una darrere l'altra, però ara amb reemplaçament (és a dir, ara sí que retorna a la bossa cada bola extreta abans d'agafar la següent).

— Calculeu la probabilitat que no hagi tret cap A.

[0,5 punts]

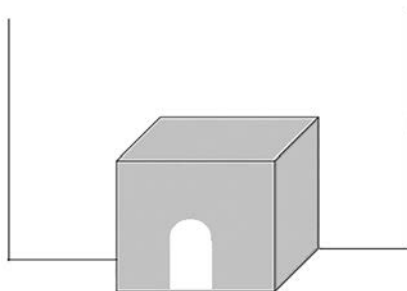
— Calculeu la probabilitat que hagi tret almenys dues A.

[0,75 punts]

www.yoquieroaprobar.es

Espai per a la correcció		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Volem construir un petit cobert de fusta de 6 m^3 de volum, en forma de prisma rectangular, adossat a la paret lateral d'una casa, per a guardar-hi llenya. Només cal construir, per tant, el sostre i tres parets (la paret del fons del cobert és la de la casa a la qual està adossat). A més, volem que el cobert mesuri el triple d'amplària que de fondària. Cada metre quadrat de paret té un cost de construcció de 30 € i el sostre costa 50 € per metre quadrat. Un cop construït el cobert, afegir-hi una porta té un cost fix de 35 €.



- a) Comproveu que el cost de construcció del cobert ve donat per la funció

$$C(x) = \frac{300}{x} + 150x^2 + 35, \text{ on } x \text{ és la fondària del cobert en metres.}$$

[1,25 punts]

- b)** Calculeu quines han de ser les dimensions del cobert per tal que el cost de construcció sigui mínim i justifiqueu la resposta. Quin és aquest cost?
[1,25 punts]

www.yoquieroaprobar.es

Espai per a la correcció		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu els punts $A = (1, 2, 3)$ i $B = (-3, -2, 3)$.
- a) Calculeu l'equació del pla π que és perpendicular a la recta AB i que passa pel punt mitjà entre A i B . Justifiqueu que aquest pla està format, precisament, pels punts $P = (x, y, z)$ que estan a igual distància de A que de B , és a dir, $d(P, A) = d(P, B)$.
- [1 punt]

- b)** Calculeu les distàncies de A i de B al pla π i comproveu que són iguals. És casualitat? Raoneu la resposta.

[0,75 punts]

- c)** Sigui $C = (-7, 6, 3)$. El triangle ABC és isòsceles? Calculeu la seva àrea.

[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 6	a	
	b	
	c	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborrany, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

www.yoquieroaprobar.es

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

www.yoquieroaprobar.es



PAUTES DE CORRECCIÓ

1.

a)

[1 punt]

Derivant i igualant a zero,

$$f'(x) = 2 \frac{\frac{1}{x}x - \ln x}{x^2} = 2 \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0,$$

ens queda l'equació $\ln x = 1$; per tant, f té només un punt crític, $x = e$. Resulta que és un màxim ja que la derivada segona és negativa:

$$f''(x) = 2 \frac{-\frac{1}{x^2}x^2 - (1 - \ln x) \cdot 2x}{x^4}, \quad f''(e) = 2 \frac{-e}{e^4} = -2e^{-3} < 0.$$

Com que només té un màxim, la funció és creixent a l'interval $(0, e)$ i decreixent a $(e, +\infty)$, cosa que també podem veure directament mirant el signe de la derivada.

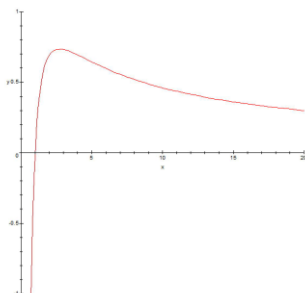
b)

[1 punt]

A zero, hi ha una asímptota vertical, ja que $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2 \frac{\ln(x)}{x} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$. I a infinit, una asímptota horitzontal, cosa que es veu fent l'Hôpital,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x}}{1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0^+,$$

o bé argumentant que, per a $x > e$ la funció és sempre decreixent, però no travessa mai l'eix d'abscisses, ja que $2 \frac{\ln x}{x} = 0$ només té la solució $x = 1$. Aquest és un esbós de la gràfica d'aquesta funció:





Proves d'accés a la Universitat 2024, convocatòria ordinària. Criteri específic d'avaluació

c)

[0,5 punts]

Com que $f(1) = 2 \frac{\ln 1}{1} = 0$ i $f'(1) = 2 \frac{1-\ln 1}{1^2} = 2$, es tracta de la recta que passa pel punt $(1,0)$ i té pendent 2: és la recta $y - 0 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x - 2$.

Criteris de correcció: (a) Compteu 0,5 pel càlcul de la derivada, 0,25 per determinar el màxim i 0,25 per les zones de creixement i decreixement. (b) Compteu 0,25 per l'asímtota vertical, 0,5 per l'horitzontal i 0,25 per l'esbós de la gràfica. (c) Compteu 0,5 pel càlcul correcte de la recta tangent.

Comentari: Si justifiquen l'existència de l'asímtota horitzontal sense calcular el seu valor (per exemple, dient que al tendir a infinit la funció és decreixent sense tallar mai l'eix d'abscisses), o fins i tot dient que és 0 sense justificar, compteu la totalitat dels 0,5 punts corresponents (l'enunciat pregunta si $f(x)$ té asímtotes, no que les calculin).

2.

a)

[1 punt]

La matriu de coeficients i la matriu ampliada del sistema són:

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & k \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad i \quad \overline{M} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & k & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculant el determinant de coeficients i igualant-lo a zero obtenim

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & k \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -3 + 6k - 3 - 12k = -6k - 6 = 0,$$

és a dir, $k = -1$. Per tant, si $k \neq -1$, tindrem $\text{rang}(M) = \text{rang}(\overline{M}) = 3$, que coincideix amb el nombre d'incògnites i, pel teorema de Rouché-Frobenius, el sistema és compatible determinat. En canvi, si $k = -1$, el sistema queda

$$\begin{cases} 4x + 2y - z = 4 \\ x - y - z = 3 \\ 3x + 3y = 1 \end{cases};$$

com que la tercera equació és la resta de la primera menys la segona, es tracta d'un sistema de dues equacions i tres incògnites, amb rang de coeficients 2 ja que $\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$



Proves d'accés a la Universitat 2024, convocatòria ordinària. Criteri específic d'avaluació

$-4 - 2 = -6 \neq 0$. Per tant, el sistema és compatible indeterminat amb un grau de llibertat.

La solució per a $k = 0$ la podem calcular per la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{-10}{-6} = \frac{5}{3},$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3},$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{-4 + 18 + 12 + 12 - 36 - 2}{-6} = 0.$$

b)

[0,75 punts]

Per al cas $k = -1$, i eliminant la tercera equació per ser redundant, obtenim

$$\begin{cases} 4x + 2y - z = 4 \\ x - y - z = 3 \end{cases}.$$

Restant, obtenim $3x + 3y = 1$. Fent $x = \lambda$, tenim $y = \frac{1}{3} - \lambda$ i llavors $z = x - y - 3 = \lambda - \frac{1}{3} + \lambda - 3 = 2\lambda - \frac{10}{3}$. Totes les solucions del sistema són, doncs, de la forma

$$(x, y, z) = \left(\lambda, \frac{1}{3} - \lambda, 2\lambda - \frac{10}{3} \right), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

c)

[0,75 punts]

Com hem notat, en el cas $k = -1$, la tercera equació és redundant perquè és la resta de la primera menys la segona. Si modifiquem el terme independent posant, per exemple, $3x + 3y = 2$ tindrem la incongruència $1 = 2$ i el sistema serà incompatible.



Proves d'accés a la Universitat 2024, convocatòria ordinària. Criteri específic d'avaluació

Dit d'una altra manera, és incompatible perquè la matriu de coeficients no ha canviat, i té rang 2, mentre que ara la matriu ampliada té rang 3 ja que

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 9 + 12 - 2 = -3 \neq 0.$$

Criteris de correcció: (a) Compteu 0,25 pel determinant, 0,25 per la discussió i 0,5 per la solució del cas $k = 0$. (b) Compteu 0,75 per l'expressió paramètrica de totes les solucions. (c) Compteu 0,25 per la nova equació, i 0,5 per la justificació que ara és incompatible.

Comentari: La discussió del sistema i el càlcul de les solucions (tant per a $k = 0$ com per a $k = -1$ pot fer-se d'altres maneres. Compteu-ho bé en la mesura que el que fan sigui correcte i estigui ben justificat.

3.

a)

[1,25 punts]

Tal com es veu al dibuix, les abscisses dels punts $(0, 5)$, P , i Q són les tres solucions de l'equació $f(x) = 5$:

$$-x^3 + 7x^2 - 6x + 5 = 5 \rightarrow x(-x^2 + 7x - 6) = 0$$

$$x = 0, \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{-2} = \begin{cases} 1 \\ 6 \end{cases}.$$

Per tant, les coordenades dels punts demanats són $P = (1, 5)$, $Q = (6, 5)$, i $R = (6, 0)$.

Ara, la recta r que passa pels punts $P = (1, 5)$ i $R = (6, 0)$ té pendent $m = \frac{0-5}{6-1} = -1$, per tant és $y = -x + n$ i, com que passa pel punt $R = (6, 0)$, tenim que $n = 6$; es tracta de la recta $y = -x + 6$.

b)

[1,25 punts]

La superfície del terreny serà la integral definida entre els punts d'abscissa $x = 1$ i $x = 6$ de la funció $f(x)$ menys la recta:



$$\begin{aligned}
 A &= \int_1^6 (f(x) - r(x)) dx = \\
 &= \int_1^6 ((-x^3 + 7x^2 - 6x + 5) - (-x + 6)) dx = \\
 &= \int_1^6 (-x^3 + 7x^2 - 5x - 1) dx = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{7}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - x \right]_1^6 = \\
 &= \left(-\frac{6^4}{4} + \frac{7}{3}6^3 - \frac{5}{2}6^2 - 6 \right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} - 1 \right) = \frac{1025}{12} = 85.416 \dots u^2.
 \end{aligned}$$

Alternativament, es pot integrar només $f(x)$ entre 1 i 6, i restar el triangle inferior no inclòs al terreny:

$$\begin{aligned}
 A &= \int_1^6 f(x) dx - \frac{5 \cdot 5}{2} = \int_1^6 (-x^3 + 7x^2 - 6x + 5) dx - \frac{25}{2} = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{7}{3}x^3 - 3x^2 + 5x \right]_1^6 - \\
 \frac{25}{2} &= \left(-\frac{6^4}{4} + \frac{7}{3}6^3 - 3 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 \right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{7}{3} - 3 + 5 \right) - \frac{25}{2} = \frac{1175}{12} - \frac{25}{2} = 85.416 \dots u^2.
 \end{aligned}$$

Criteris de correcció: (a) Compteu 0,25 per plantejar bé l'equació, 0,25 per resoldre-la, 0,25 per donar les coordenades dels tres punts i 0,5 per l'equació de la recta. (b) Compteu 0,5 pel plantejament de la integral correcta i 0,75 per fer-ne el càlcul.

Comentaris: Compteu bé qualsevol de les maneres de fer-ho, si són correctes i estan ben explicades.

4.

a)

- Donat que hi ha dues A i una E, en la primera extracció tenim 3 casos favorables sobre 9 possibles; per tant, la probabilitat demanada és $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

[0,5 punts]

- Calculem primer la probabilitat que les dues boles siguin iguals. Això només pot passar si són dues A o dues S.

$$P(\text{dues A}) = P(\text{primera A i segona A}) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{36} = P(\text{dues S}).$$

Per tant, $P(\text{dues diferents}) = 1 - P(\text{dues iguals}) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{17}{18} = 0.944 \dots$

Alternativament, podem argumentar directament de la manera següent: si la primera bola no és ni A ni S, segur que les dues seran diferents; si la primera bola és una A, hi ha 7 boles favorables per a la segona extracció (totes menys l'altra A); i



Proves d'accés a la Universitat 2024, convocatòria ordinària. Criteri específic d'avaluació

anàlogament, si la primera bola és una S, hi ha també 7 boles favorables per a la segona extracció. Per tant,

$P(\text{dues diferents})$

$$\begin{aligned} &= P(\text{primera no és ni A ni S}) + P(\text{primera A i segona no A}) \\ &\quad + P(\text{primera S i segona no S}) = \\ &= \frac{5}{9} + \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} = \frac{17}{18}. \end{aligned}$$

[0,75 punts]

b)

El nombre de boles A extretes segueix una llei binomial amb $n = 5$ i $p = \frac{2}{9}$.

- $P(\text{cap A}) = (1 - p)^5 = \left(\frac{7}{9}\right)^5 = 0.284 \dots$

[0,5 punts]

- (ii) Passant al complementari, tenim

$$\begin{aligned} P(\text{almenys 2 A}) &= 1 - P(\text{una A}) - P(\text{cap A}) = 1 - \binom{5}{1} \left(\frac{2}{9}\right) \left(\frac{7}{9}\right)^4 - \left(\frac{7}{9}\right)^5 = \\ &= 0.308 \dots \end{aligned}$$

[0,75 punts]

Criteris de correcció: (a) (i) Compteu 0,5. (ii) Compteu 0,5 pel plantejament i 0,25 pel càlcul. (b) (i) Compteu 0,5. (ii) Compteu 0,5 pel plantejament i 0,25 per fer-ne el càlcul.

Comentaris: És més llarg però l'apartat (b) (ii) es pot respondre també calculant amb la binomial $P(2A) + P(3A) + P(4A) + P(5A)$; doneu també aquestes respostes com a correctes en la mesura que estiguin ben fetes i ben argumentades.



Proves d'accés a la Universitat 2024, convocatòria ordinària. Criteri específic d'avaluació

5.

a)

[1,25 punts]

Com s'indica a l'enunciat, denotem per x la fondària del cobert, i denotem per h l'alçada; l'amplada serà $3x$. El volum del cobert ha de ser de 6 m^3 , és a dir, $3x \cdot x \cdot h = 6$ i per tant $h = \frac{2}{x^2}$. El cost de construcció és donat per

$$\begin{aligned} C(x) &= 30 \cdot (3xh + xh + xh) + 50 \cdot 3x^2 + 35 = 150xh + 150x^2 + 35 = \\ &= 150x \cdot \frac{2}{x^2} + 150x^2 + 35 = \frac{300}{x} + 150x^2 + 35. \end{aligned}$$

b)

[1,25 punts]

Per minimitzar la funció $C(x)$, calculem la seva derivada:

$$C'(x) = \frac{-300}{x^2} + 300x$$

Si resollem l'equació $C'(x) = 0$ obtenim $\frac{300}{x^2} = 300x$ o, equivalentment, $x^3 = 1$, que té com a única solució real $x = 1$. Com que $C''(x) = \frac{600}{x^3} + 300$ i $C''(1) > 0$, comprovem fàcilment que es tracta d'un mínim de la funció. Així doncs, les dimensions del cobert han de ser $x = 1$ metre de fondària, $3x = 3$ metres d'amplada, i $h = \frac{2}{1^2} = 2$ metres d'alçada. Per a aquestes dimensions el cost de construcció és de $C(1) = \frac{300}{1} + 150 \cdot 1^2 + 35 = 485$ euros.

Criteris de correcció: (a) Compteu 0,25 pel plantejament correcte de les variables (amplada, fondària i alçada), 0,5 per expressar la lligadura que representa el volum fixat, i 0,5 per l'expressió final del cost. (b) Compteu 0,25 per la derivada, 0,25 per aïllar correctament, 0,25 per justificar que es tracta d'un mínim, 0,25 per les tres dimensions demanades i 0,25 pel càlcul del cost total.

Comentaris: Poden plantejar que l'amplada és x i la fondària $\frac{x}{3}$; els càlculs seran diferents però doneu els punts corresponents de cada part sempre que estigui ben feta i ben argumentada. La justificació que es tracta d'un mínim pot fer-se també sense la derivada segona, analitzant el signe de la derivada primera; compteu-ho bé si ho fan així, sempre que estigui ben argumentat.



6.

a)

[1 punt]

El pla buscat ha de ser perpendicular al vector $\overrightarrow{AB} = (-3, -2, 3) - (1, 2, 3) = (-4, -4, 0) \sim (1, 1, 0)$, per tant, té equació de la forma $x + y + 0z + D = 0$. A més, ha de passar pel punt mitjà $\frac{1}{2}(A + B) = (-1, 0, 3)$; per tant, $-1 + D = 0$ i es tracta del pla d'equació $x + y + 1 = 0$.

Geomètricament és clar que aquest pla π està format, precisament pels punts a igual distància de A que de B . Efectivament, per a un punt arbitrari $P = (x, y, z)$, l'equació $d(P, A) = d(P, B)$ és equivalent a

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2},$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 6z + 9 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 + z^2 - 6z + 9,$$

$$-2x + 1 - 4y = 6x + 9 + 4y,$$

$$-8x - 8y - 8 = 0$$

que simplificant-la és, precisament, l'equació del pla π , $x + y + 1 = 0$.

b)

[0,75 punts]

Usant la fórmula de la distància punt-pla, tenim

$$d(A, \pi) = \frac{|1+2+1|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}},$$

$$d(B, \pi) = \frac{|-3-2+1|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}.$$

No és casualitat que doni el mateix resultat: les projeccions ortogonals de A i de B al pla π són, precisament el punt mitjà $\frac{1}{2}(A + B) = (-1, 0, 3)$ per on hem fet passar el pla π , perpendicular al vector $\overrightarrow{AB}$.

c)

[0,75 punts]

El punt $C = (-7, 6, 3)$ compleix $-7 + 6 + 1 = 0$ i per tant pertany al pla π de l'apartat anterior. Això vol dir que $d(C, A) = d(C, B)$ i, per tant, el triangle ABC té almenys dos costats iguals; per tant, és isósceles.



Proves d'accés a la Universitat 2024, convocatòria ordinària. Criteri específic d'avaluació

Per calcular la seva àrea només necessitem la longitud de la base $d(A, B) = 2 \frac{4}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$, i la seva alçada, que és la distància de C al punt mitjà entre A i B :

$$h = d((-7, 6, 3), (-1, 0, 3)) = \sqrt{6^2 + 6^2 + 0^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}.$$

Per tant el triangle ABC té àrea

$$\text{Àrea} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 24 \text{ u}^2.$$

Criteris de correcció: (a) Compteu 0,5 per calcular l'equació del pla π , i 0,5 per justificar que es tracta exactament dels punts equidistants d' A i de B . (b) Compteu 0,25 per calcular les dues distàncies, i 0,5 per reconèixer que no és casualitat i explicar el motiu pel qual són iguals. (c) Compteu 0,25 per raonar que el triangle és isósceles, 0,25 per calcular l'alçada, i 0,25 per calcular la longitud de la base i l'àrea final.

Comentaris: Poden argumentar que el triangle és isósceles calculant directament la longitud dels tres costats i veient que dues coincideixen; compteu-ho bé si ho fan així, en la mesura que el que facin sigui correcte i estigui ben argumentat.