



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK 25 URTETIK GORAKOAK

2016ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN
ZIENTZIETARAKO
MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

MAYO 2016

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES Y DE
LA SALUD**

- Contesta **cinco** de los seis ejercicios propuestos
- Cada ejercicio vale 2 puntos.

1.- Tenemos tres urnas: la urna A con 3 bolas rojas y 5 negras, la urna B con 2 bolas rojas y 1 negra y la urna C con 2 bolas rojas y 3 negras. Escogemos una urna al azar y extraemos una bola también al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea de color negro? ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?
- b) Si la bola ha sido roja, ¿cuál es la probabilidad de que la bola haya sido extraída de la urna A?

2.- Una empresa quiere repartir un dinero entre sus empleados. Se da cuenta de que si da a cada uno de los empleados 80 euros le sobran 20 euros y si da a cada uno 90 euros le faltan 40 euros.

- a) ¿Cuántos empleados tiene la empresa?
- b) ¿Cuánto dinero tiene para repartir?

3.- Calcular el área del recinto limitado por las parábolas

$$y = 4 - x^2, y = x^2 - 4.$$

4.- Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$$

5.- Una fábrica de lámparas ha estudiado la vida media de las lámparas que produce. Se supone que se distribuyen según una distribución normal. Su duración media es de 68 meses, con una desviación típica de 5 meses. De la fábrica ha salido un lote de 10.000 lámparas.

- a) ¿Qué porcentaje de lámparas superarán previsiblemente los 75 meses?
- b) ¿Cuántas lámparas se estropearán antes de 60 meses?

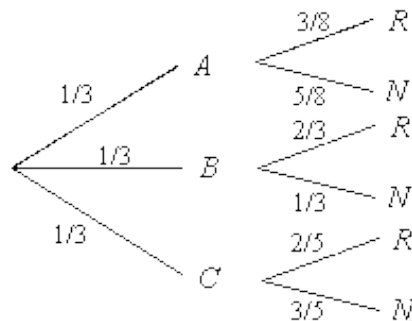
6.- El 15% de los habitantes de una determinada región son rubios. Se toma una muestra de 600 de esos habitantes. Se pide:

- a) Probabilidad de que el número de personas rubias sea mayor de 80.
- b) Probabilidad de que el número de rubios esté comprendido entre 80 y 110 personas.



1.- Solución

Si realizamos un esquema tipo diagrama en árbol



Podemos revolver el problema razonando sobre el diagrama:

a) La probabilidad de que sea negra es

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{127}{360}$$

Evidentemente la probabilidad de que sea roja será

$$1 - \frac{127}{360} = \frac{173}{360}$$

b) Razonando por Bayes, tenemos que:

$$P(A/R) = \frac{P(A) \cdot P(R/A)}{P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{45}{173} = 0.260$$

2.- Solución

Se eligen las incógnitas

x = nº de empleados

y = dinero para repartir

Así podemos plantear el siguiente sistema:

$$80x + 20 = y$$

$$90x - 40 = y$$

Resolviendo x = 6 , y = 500. Por tanto tiene 6 empleados y 500 euros a repartir.

3.- Solución



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK 25 URTETIK GORAKOAK

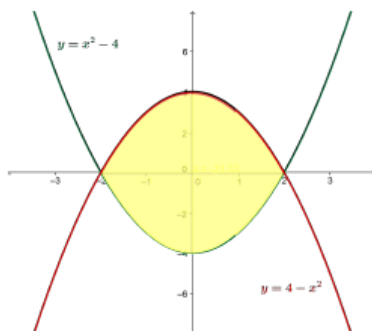
PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

2016ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN
ZIENTZIETARAKO
MATEMATIKA**

MAYO 2016

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES Y DE
LA SALUD**



Los puntos de corte de las dos parábolas son $x = 2$ y $x = -2$. Como puede verse la región encerrada está entre las dos parábolas.

El área pedida se calcula aplicando la regla de Barrow:

$$A = \int_{-2}^2 [(4 - x^2) - (x^2 - 4)] dx = 64/3$$

4.- Solución

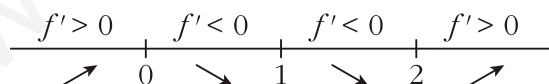
La función no está definida en el punto $x = 1$. Si calculamos la derivada tenemos.

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2-2x+2)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-2x+2-x^2+2x-2}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Analizando el signo de la derivada:

Signo de $f'(x)$.



Por tanto $f(x)$ es creciente para $x > 2$ y para los $x < 0$; es decreciente en los los intervalos $(0,1)$ y $(1, 2)$.

Tiene un máximo en $(0,-2)$ y un mínimo en $(2, 2)$.



5.- Solución.

Al ser una distribución Normal su estudio se hará acudiendo a la tabla

a) $P(X > 75) = P(t > 1,4) = 1 - P(t \leq 1,4) = 1 - 0,9192 = 0,0808$

Luego, el 8,08% de las lámparas (808 lámparas) superarán los 75 meses

b) $P(X \leq 60) = P(t \leq -1,6) = P(t > 1,6) = 1 - P(t \leq 1,6) = 0,0548$

Luego, 548 lámparas no llegarán probablemente a durar 60 meses

6.- Solución

La variable aleatoria sigue el modelo binomial . $p = 0.15$, $q = 0.85$

Por otra parte se cumplen las condiciones para proceder a una aproximación a la distribución normal ($n > 30$, $n.p > 5$, $n.q > 5$).

La normal utilizada debe tener como parámetros la media y la desviación típica de la binomial.

- Media $= n.p = (600)(0.15) = 90$
- Desviación típica $= \sqrt{n.p.q} = \sqrt{(600).(0.15).(0.85)} = \sqrt{76.5}$

a) Por tanto la probabilidad de que en la muestra existan más de 80 rubios es :

$$p(X \geq 80) = p\left(Z > -\frac{10}{\sqrt{76.5}}\right) = p(Z > -1.14) = 0.8729$$

b) La probabilidad de que el número de rubios esté comprendido entre 80 y 110 es

$$p(80 < X < 110) = p\left(-\frac{10}{\sqrt{76.5}} < Z < \frac{20}{\sqrt{76.5}}\right) = p(-1.14 < Z < 2.28) = 0.9887 - 0.1271 = 0.8616$$

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN.

1. El examen se valorará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: hasta 2 puntos.
3. Se valora el planteamiento correcto, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
4. No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
5. Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, etc., que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución se valorarán positivamente.
6. Se valora la buena presentación del examen.



Criterios particulares para cada uno de los problemas

Problema 1 (2 puntos)

- Planteamiento del problema por medio del diagrama en árbol o similar (0,75 puntos)
- Cada apartado de la pregunta a (0,30 puntos)
- Resolución adecuada del problema(0.65 puntos)

Problema 2 (2 puntos)

- Planteamiento del problema (1punto)
- Solución del mismo (1 punto)

Problema 3 (2 puntos)

- Dibujo del recinto y obtención de los puntos de corte (1 punto)
- Aplicación del Teorema de Barrow. (0,25 puntos)
- Exactitud de los cálculos realizados. (0,75 puntos)

Problema 4 (2 puntos)

- Derivación correcta de la derivada (0.75 punto)
- Discusión de los intervalos de crecimiento y obtención de puntos críticos (1.25 puntos)

Problema 5 (2 puntos)

- Cálculos asociados a la distribución normal y la probabilidad pedida (1 punto)
- Resolución correcta del problema(1 punto)

Problema 6 (2 puntos)

- Reconocimiento de que es una distribución binomial (0,5 puntos)
- Cálculos de la media, desviación típica (0,5 puntos)
- Cálculos asociados a la distribución normal como límite de la binomial(1 punto)

CORRESPONDENCIA ENTRE LAS PREGUNTAS DE LA PRUEBA Y LOS INDICADORES DE CONOCIMIENTO

Pregunta	Indicador de conocimiento
1	3.7; 3. 6 y 3.9
2	1. 4; 1.6 y 1.8
3	2.12 y 2.13
4	2.8; 2.9; 2.10 y 2.11
5	3.6
6	3.5 y 3.6