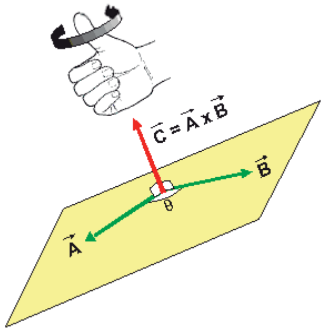
Tema 0
Cálculo vectorial



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

Tema 0. Cálculo vectorial

- Magnitudes físicas escalares y vectoriales. Vectores
- Vector unitario o versor
- Descomposición de un vector en el plano
- Descomposición de un vector en el espacio
- Suma y diferencia de vectores
- Producto y cociente de un vector por un escalar
- Producto escalar de dos vectores
- Producto vectorial de dos vectores
- Momento de un vector respecto de un punto
- Derivadas de un vector respecto de un escalar
- Derivada de un vector: sumas y productos
- Operaciones diferenciales: gradiente, divergencia y rotacional
- Ejercicos de cálculo vectorial

IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

1. Magnitudes físicas escalares y vectoriales. Vectores

- Las magnitudes físicas pueden ser **escalares o vectoriales:**

- **Magnitudes escalares** cuando quedan definida con un número, resultado de la medida, y la unidad correspondiente.

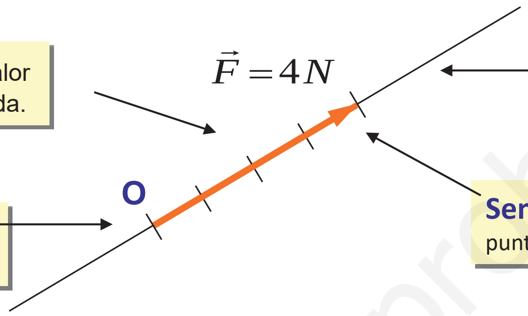
- Son magnitudes escalares: masa (5 kg), temperatura (34ºC), tiempo (3s), densidad, intensidad de corriente, resistencia eléctrica, etc.

- **Magnitudes vectoriales** cuando además de su valor numérico y su unidad necesitan, para quedar determinadas, una dirección y un sentido

- Las magnitudes vectoriales se representan mediante **vectores**, que son segmentos orientados que quedan definidos por:

Módulo o intensidad: valor de la magnitud en la unidad elegida.

Punto de aplicación: a partir del cual se dibuja el vector.



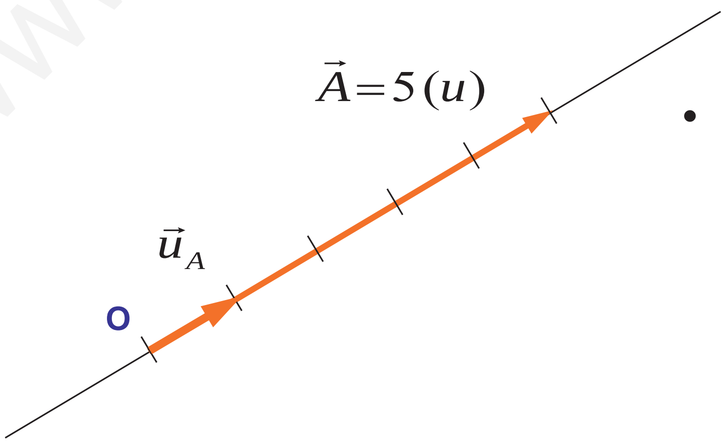
Dirección: corresponde a la recta (directriz) sobre la que se dibuja el vector.

Sentido: el de la punta de flecha

- Los vectores se nombran mediante letras con una flecha encima.

2. Vector unitario o versor

- **Si un vector $\vec{A}$ lo dividimos en tantas partes como indica su módulo A se obtiene otro vector $\vec{u}_A$ que tiene su misma dirección y sentido pero de módulo la unidad.**
- **Al vector $\vec{u}_A$ se le llama VECTOR UNITARIO O VERSOR del vector $\vec{A}$**



- Todo vector tiene su correspondiente vector unitario o versor:

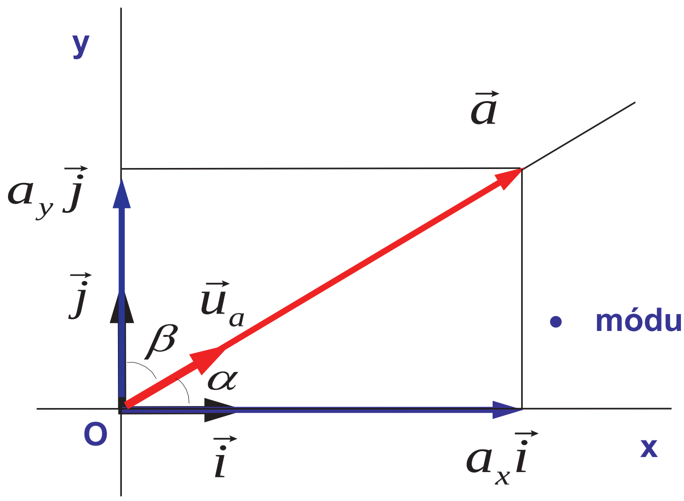
$$\frac{\vec{A}}{A} = \vec{u}_A$$

- **Cualquier vector se puede expresar de la forma:**

$$\vec{A} = A.\vec{u}_A$$

3.1 Descomposición de un vector en el plano

- **Todo vector puede descomponerse en sus dos componentes cartesianas, perpendiculares entre sí, que llevan las direcciones de los ejes x , y**



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

- **siendo $\vec{i}, \vec{j}$ vectores unitarios en las direcciones de los ejes x,y**

- **módulo del vector $\vec{a}$:** $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

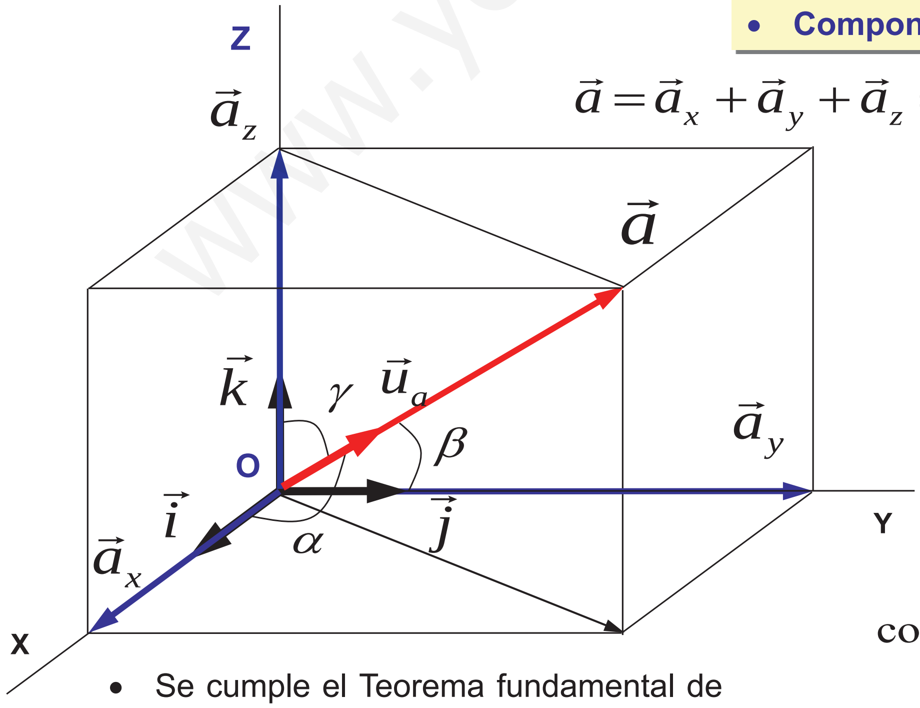
- **cosenos directores del vector $\vec{a}$:** $\cos\alpha = \dfrac{a_x}{a}$ $\quad \cos\beta = \dfrac{a_y}{a}$

- **Un vector queda determinado mediante:**

- **Sus dos componentes**
- **Su módulo y al menos un coseno director**

3.2 Descomposición de un vector en el espacio

- **Todo vector puede descomponerse en sus tres componentes cartesianas, perpendiculares entre sí, que llevan las direcciones de los ejes x , y, z**



- **Componentes del vector:**

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

- **módulo del vector:**

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- **cosenos directores:**

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{a}$$

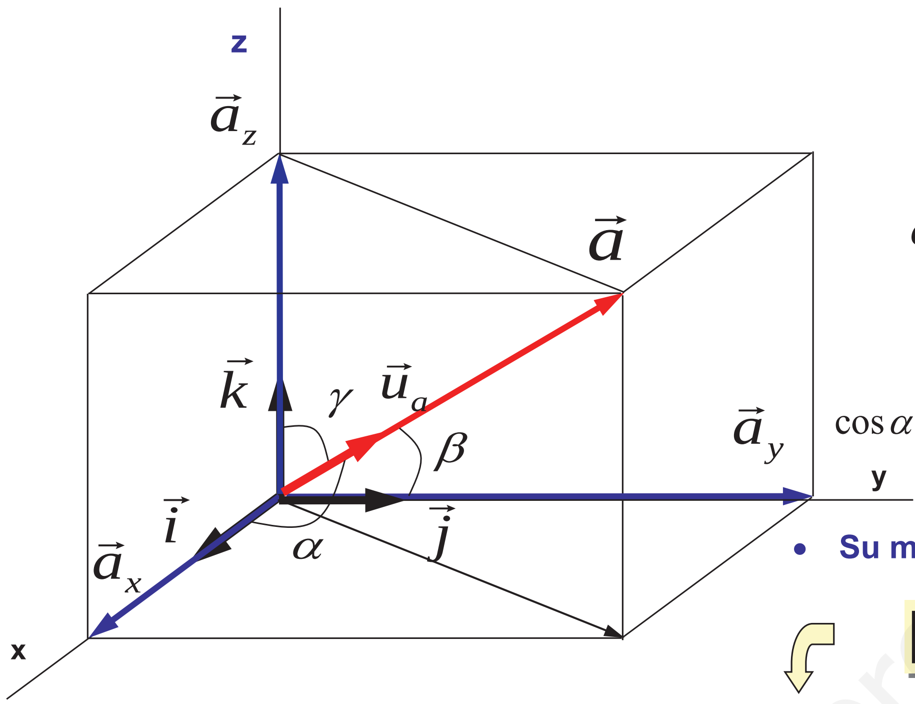
$$\cos\beta = \frac{a_y}{a} \qquad \cos\gamma = \frac{a_z}{a}$$

- Se cumple el Teorema fundamental de la trigonometría:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

3.3 Descomposición de un vector en el espacio

- **Un vector queda determinado mediante:**



- **Sus tres componentes:**

$$\left[a_x\,,\,a_y\,,\,a_z\right]$$

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{a}\qquad\cos\beta=\frac{a_y}{a}\qquad\cos\gamma=\frac{a_z}{a}$$

- **Su módulo y dos de sus ángulos:**

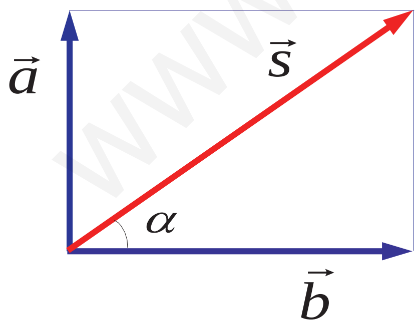
$$\left[a,\,\cos\alpha\,,\,\cos\beta\right]$$

$$a_x=a\cos\alpha\qquad a_y=a\cos\beta\qquad a_z=a\cos\gamma$$

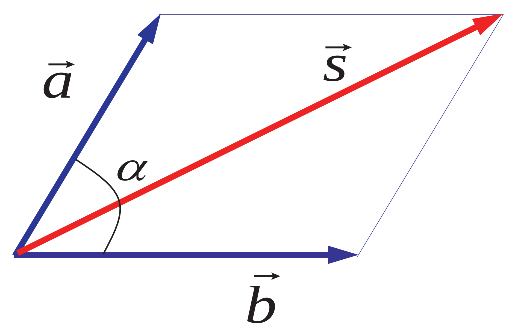
4.1 Suma y diferencia de vectores

- **La suma de dos vectores concurrentes es otro vector que se obtiene, gráficamente, trazando la diagonal del paralelogramo formado a partir de los vectores sumando:**

- **Vectores perpendiculares:**



- **Vectores no perpendiculares:**



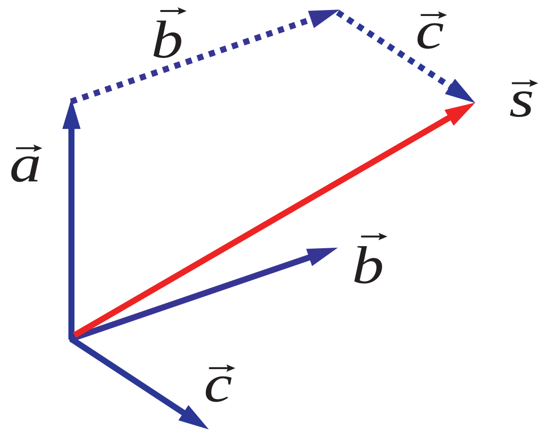
- **módulo:** $s=\sqrt{a^2+b^2}$ $\qquad s=\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}$
- **dirección:** $\alpha=arc\,tg\,\dfrac{a}{b}$

- **En este caso, es más útil, descomponer los vectores en sus componentes perpendiculares y realizar la sumas parciales según los ejes x , y**

- **El vector suma es la suma vectorial de ambos vectores** $\vec{s}=\vec{a}+\vec{b}$

4.2 Suma y diferencia de vectores

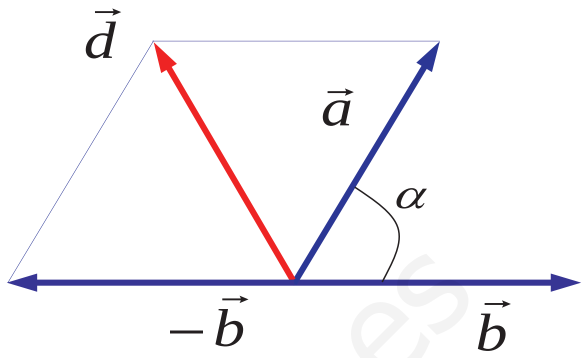
- **Para sumar varios vectores concurrentes se hace uso de la regla del polígono:**



$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

- **Diferencia de vectores:**

- **Para restar dos vectores, se suma al minuendo el vector opuesto del sustraendo:**



$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

- **La suma de vectores cumple las propiedades:**

- **Conmutativa**

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

- **Asociativa**

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

4.3 Suma y diferencia de vectores en función de sus componentes

- **La expresión de un vector en función de sus componentes cartesianas nos permite realizar sumas y restas con gran facilidad:**

- **Sean los vectores:** $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ $\quad \vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$

- **El vector suma:**

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right) + \left(b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}\right)$$

$$\vec{s} = \left(a_x + b_x\right)\vec{i} + \left(a_y + b_y\right)\vec{j} + \left(a_z + b_z\right)\vec{k}$$

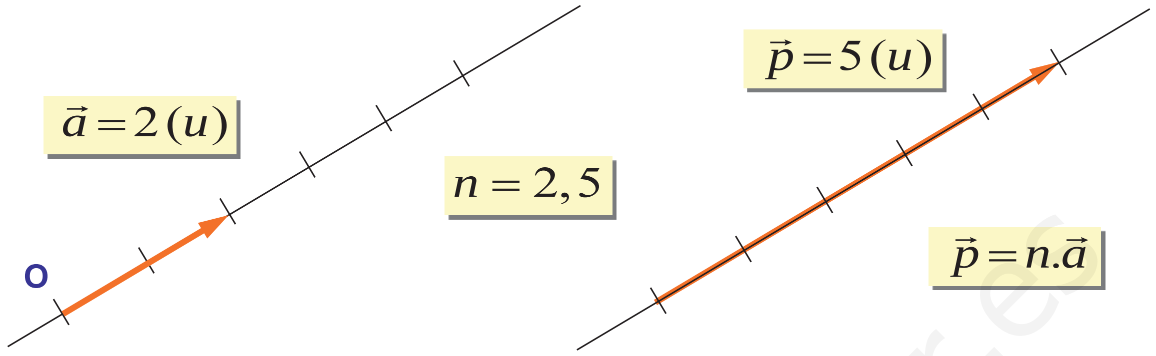
- **El vector diferencia:**

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right) + \left(-b_x\vec{i} - b_y\vec{j} - b_z\vec{k}\right)$$

$$\vec{d} = \left(a_x - b_x\right)\vec{i} + \left(a_y - b_y\right)\vec{j} + \left(a_z - b_z\right)\vec{k}$$

5.1 Producto y cociente de un vector por un escalar (número real)

- **Dado el vector $\vec{a}$ y el escalar n (número real), se define su producto como otro vector que tiene la misma dirección, sentido igual u opuesto (según sea el escalar positivo o negativo) y cuyo módulo se obtiene multiplicando el módulo del vector por el escalar**



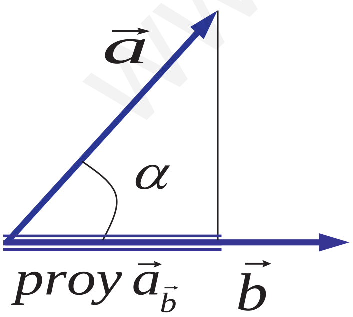
- **Para dividir un vector $\vec{a}$ por el escalar n (número real), se multiplica dicho vector por el inverso de n**

$$\vec{c} = \frac{\vec{a}}{n} = \frac{1}{n}\vec{a}$$

5.2 Producto escalar de dos vectores

- **Dado los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ se define producto escalar como el número que resulta de multiplicar el módulo de cada uno de ellos por el coseno del ángulo que forman:**

- **Producto Escalar** $\vec{a}.\vec{b} = a.b.\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{a.b}$



- Si los vectores son perpendiculares: $\cos 90 = 0 \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0$
- Si los vectores son paralelos: $\cos 0 = 1 \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = a.b\,(máx)$
- Propiedad Conmutativa: $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$
- Propiedad Distributiva: $\vec{c}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = \vec{c}.\vec{a} + \vec{c}.\vec{b}$

- **Producto escalar en función de sus componentes:**

$$\vec{a}.\vec{b} = \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right).\left(b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}\right) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

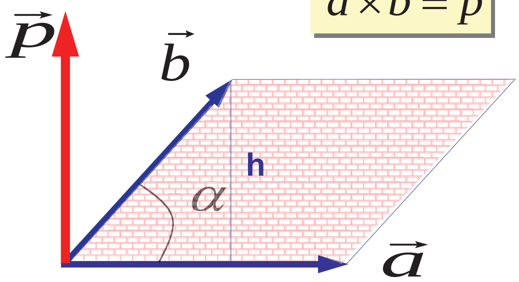
- **Puesto que:** $\vec{i}.\vec{i} = \vec{j}.\vec{j} = \vec{k}.\vec{k} = 1$ $\quad \vec{i}.\vec{j} = \vec{j}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{i} = 0$

5.3 Producto vectorial de dos vectores

- **El producto vectorial de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es otro vector que tiene por:**

- **Producto Vectorial:**

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{p}$$



- **Módulo:** $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\,b\,sen\,\alpha$
- **Dirección:** Perpendicular al plano formado por ambos vectores.
- **Sentido:** "Regla del sacacorchos" girando el primer vector sobre el segundo por el camino más corto.

- **Interpretación geométrica**

- **El módulo del producto vectorial es el ÁREA del paralelogramo construido sobre los vectores:**

$$\left|\,\vec{p}\,\right| = a\,b\;sen\,\alpha\; = a\,h\; = AREA$$

- **Si los vectores son perpendiculares:** $sen\,90=1 \Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=ab_{\;(máx)}$
- **Si los vectores son paralelos:** $sen\,0=0 \Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=0$
- **No cumple propiedad conmutativa:** $\vec{a}\times\vec{b}\neq\vec{b}\times\vec{a}$
- **Propiedad distributiva:** $\vec{c}\times\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\vec{c}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{b}$

5.4 Producto vectorial en función de sus componentes

- **Producto vectorial de dos vectores en función de sus componentes:**

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\right)\times\left(b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\right)=$$

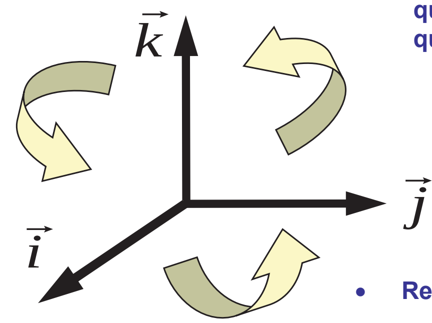
$$=a_xb_y\vec{k}-a_xb_z\vec{j}-a_yb_x\vec{k}+a_yb_z\vec{i}+a_zb_x\vec{j}-a_zb_y\vec{i}$$

- **Hemos tenido en cuenta que:**

$$\vec{i}\times\vec{i}=\vec{j}\times\vec{j}=\vec{k}\times\vec{k}=0$$

$$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k};\;\;\vec{j}\times\vec{k}=\vec{i};\;\vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$$

$$\vec{j}\times\vec{i}=-\vec{k};\;\;\vec{k}\times\vec{j}=-\vec{i};\;\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j}$$



- **Es un vector que tenemos que ordenar**
- **Regla práctica**

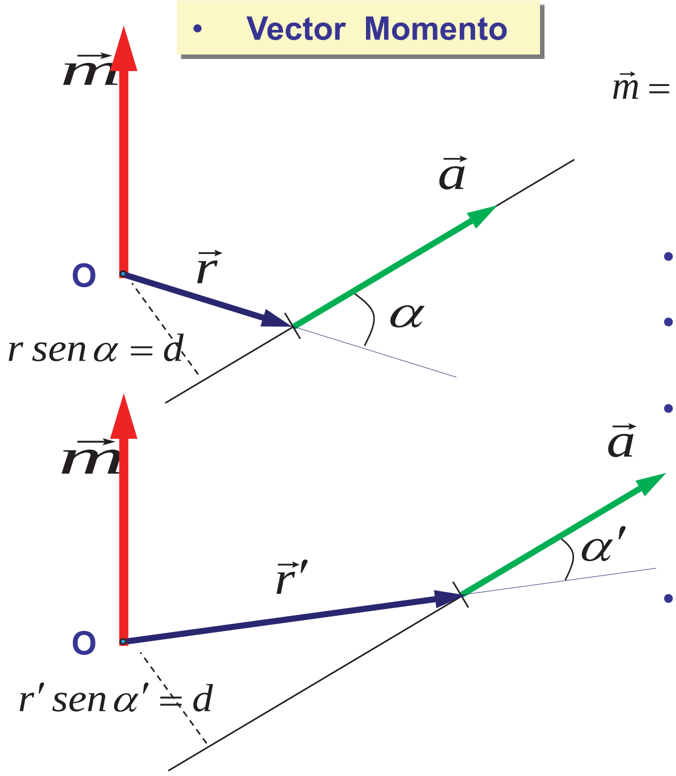
- **Resolvemos el determinante formado por:**

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_y&a_z\\b_y&b_z\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}a_x&a_z\\b_x&b_z\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}a_x&a_y\\b_x&b_y\end{vmatrix}\vec{k}=$$

$$=\left[a_yb_z-a_zb_y\right]\vec{i}-\left[a_xb_z-a_zb_x\right]\vec{j}+\left[a_xb_y-a_yb_x\right]\vec{k}$$

6.1 Momento de un vector respecto de un punto

- **El momento de un vector $\vec{a}$ con respecto a un punto O, se define como el producto vectorial del vector $\vec{r}$ por el vector $\vec{a}$.**



- **Vector Momento**

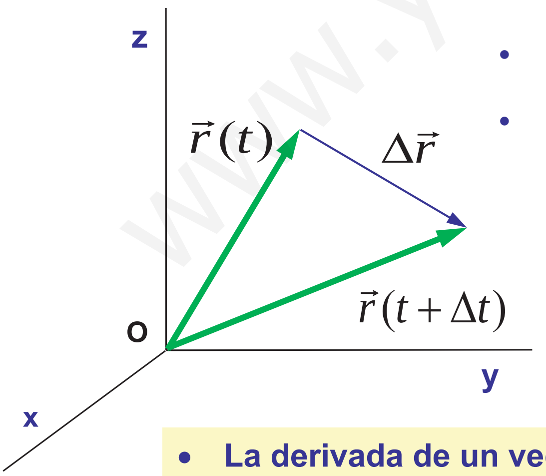
$$\vec{m} = \vec{r} \times \vec{a} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ a_x & a_y & a_z \end{pmatrix} = m_x\vec{i} + m_y\vec{j} + m_z\vec{k}$$

- **Módulo:** $|\vec{m}| = ra\,sen\,\alpha = ad$
- **Dirección:** Perpendicular al plano formado por ambos vectores.
- **Sentido:** "Regla del sacacorchos" girando el primer vector sobre el segundo por el camino más corto.
- El momento $\vec{m}$ no cambia cuando el vector $\vec{a}$ se desplaza a lo largo de su directriz, puesto que:

$$|\vec{m}| = ra\,sen\,\alpha = r'a\,sen\,\alpha' = ad$$

7.1 Derivada de un vector respecto de un escalar

- **Sea un vector $\vec{r}$ que depende de un escalar t (tiempo): $\vec{r} = \vec{r}(t)$.**
- **El vector $\vec{r}$ puede variar, en módulo, dirección o en ambos, con el tiempo.**



- **En la figura se cumple:** $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$
- **Dividiendo, la expresión anterior por Δt y hallando el límite cuando el tiempo es muy pequeño (tiende a cero):**

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- **Vector Derivada**

- **La derivada de un vector respecto de un escalar es otro vector:**

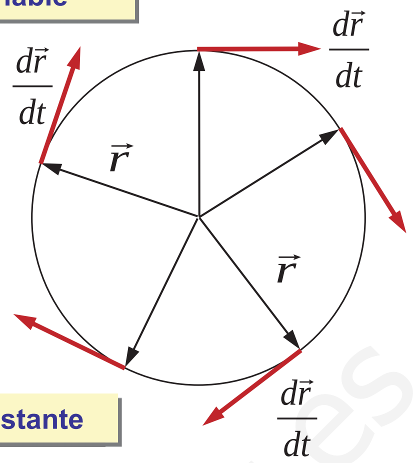
- **Dirección:** la tangente a la curva que describe el extremo del vector
- **Sentido:** el que corresponde a la variación del vector
- **Componentes:** las derivadas de sus componentes respecto del escalar t:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr_x}{dt}\vec{i} + \frac{dr_y}{dt}\vec{j} + \frac{dr_z}{dt}\vec{k}$$

7.2 Consecuencias de la derivada de un vector

- **Casos particulares:**

- **El vector $\vec{r}$ tiene módulo constante y dirección variable**



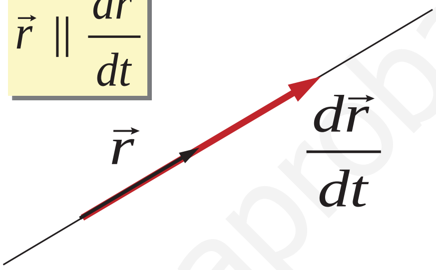
- El extremo del vector describe una circunferencia, por tanto:

$$\vec{r} \perp \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- **El vector $\vec{r}$ tiene módulo variable y dirección constante**

- El extremo del vector describe una línea recta, por tanto:

$$\vec{r} \parallel \frac{d\vec{r}}{dt}$$



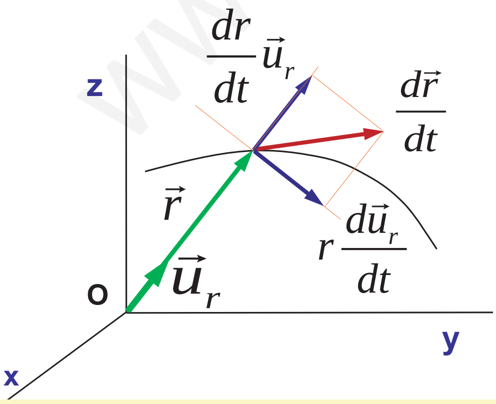
7.3 Consecuencias de la derivada de un vector

- **Caso general:**

- **La expresión de un vector es de la forma :** $\vec{r} = r\,\vec{u}_r$

- **Al escribir su derivada, respecto de t, se observa que se obtienen dos términos (vectores):**

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{u}_r + r\frac{d\vec{u}_r}{dt}$$



- El primer término es un vector en la dirección del vector r: $\frac{dr}{dt}\vec{u}_r$

- El segundo término es un vector en la dirección perpendicular al vector r: $r\frac{d\vec{u}_r}{dt}$

- **El vector derivada, que es tangente a la curva que describe el extremo de r, se puede descomponer en dos vectores: uno en la dirección de r y otro perpendicular a r.**

- Todos los $\vec{u}_r$ son iguales en módulo, si varían, describen circunferencias : ⇨ $\frac{d\vec{u}_r}{dt} \perp \vec{u}_r$

7.4 Derivada de un vector: sumas y productos

- **Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dependen del mismo escalar t, podemos calcular:**

- **Derivada de un vector:**

$$\frac{d\vec{a}}{dt}=\frac{d\left(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\right)}{dt}=\frac{da_x}{dt}\vec{i}+a_x\frac{d\vec{i}}{dt}+\ldots=\frac{da_x}{dt}\vec{i}+\frac{da_y}{dt}\vec{j}+\frac{da_z}{dt}\vec{k}$$

- Como $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ son constantes en módulo y dirección: $\frac{d\vec{i}}{dt}=\frac{d\vec{j}}{dt}=\frac{d\vec{k}}{dt}=0$

- **Derivada de su suma:**

$$\frac{d\left(\vec{a}+\vec{b}\right)}{dt}=\frac{d\vec{a}}{dt}+\frac{d\vec{b}}{dt}$$

- **Derivada de su producto escalar:**

$$\frac{d\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)}{dt}=\frac{d\vec{a}}{dt}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\frac{d\vec{b}}{dt}$$

- **Derivada de su producto vectorial:**

$$\frac{d\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)}{dt}=\frac{d\vec{a}}{dt}\times\vec{b}+\vec{a}\times\frac{d\vec{b}}{dt}$$

7.5 Derivación de sumas y productos

- **Dados los vectores que se expresan a continuación:**

$$\vec{a}=t^2\vec{i}-t\vec{j}+\left(2t+1\right)\vec{k} \qquad \vec{b}=\left(2t-3\right)\vec{i}+\vec{j}-t\vec{k}$$

- **Calcular para t = 1:**

- **A)** $\frac{d\vec{a}}{dt}=\frac{da_x}{dt}\vec{i}+\frac{da_y}{dt}\vec{j}+\frac{da_z}{dt}\vec{k}=2t\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}\Big|_{t=1}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$

- **B)** $\frac{d\vec{b}}{dt}=\frac{db_x}{dt}\vec{i}+\frac{db_y}{dt}\vec{j}+\frac{db_z}{dt}\vec{k}=2\vec{i}-\vec{k}$

- **C)** $\frac{d\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)}{dt}=\frac{d\vec{a}}{dt}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\frac{d\vec{b}}{dt}=\left(2t\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}\right)\cdot\left[\left(2t-3\right)\vec{i}+\vec{j}-t\vec{k}\right]+$
$\left[t^2\vec{i}-t\vec{j}+\left(2t+1\right)\vec{k}\right]\cdot\left(2\vec{i}-\vec{k}\right)\Big|_{t=1}=-6$

- **D)** $\frac{d\left(\vec{a}\times\frac{d\vec{b}}{dt}\right)}{dt}=\frac{d\vec{a}}{dt}\times\frac{d\vec{b}}{dt}+\vec{a}\times\frac{d^2\vec{b}}{dt^2}=\left(2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}\right)\times\left(2\vec{i}-\vec{k}\right)=\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}$

8.1 Operaciones diferenciales

- **GRADIENTE**

- **Vector gradiente** u operador diferencial nabla, es un operador vectorial que se define mediante la expresión:

$$\vec{grad} = \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \right)$$

- **El gradiente es un vector** que aplicado a una función escalar la transforma en una función vectorial:

- **Función escalar** → **Vector Gradiente** → **Función vectorial**

- Sea la función escalar F (x, y, z) , el gradiente de esta función es el vector:

$$\vec{grad}\, F = \vec{\nabla} F = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial F}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial F}{\partial z}\vec{k} \right)$$

- **Ejercicio**: Hallar el gradiente de la función escalar $F = 2xy^2 - 3yz^2$, en el punto (2, 1, -1) .

$$\vec{\nabla} F = 2y^2\,\vec{i} + \left(4xy - 3z^2\right)\vec{j} - 6yz\,\vec{k} \;=\; 2\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$$

Vector gradiente en el punto (2, 1, -1)

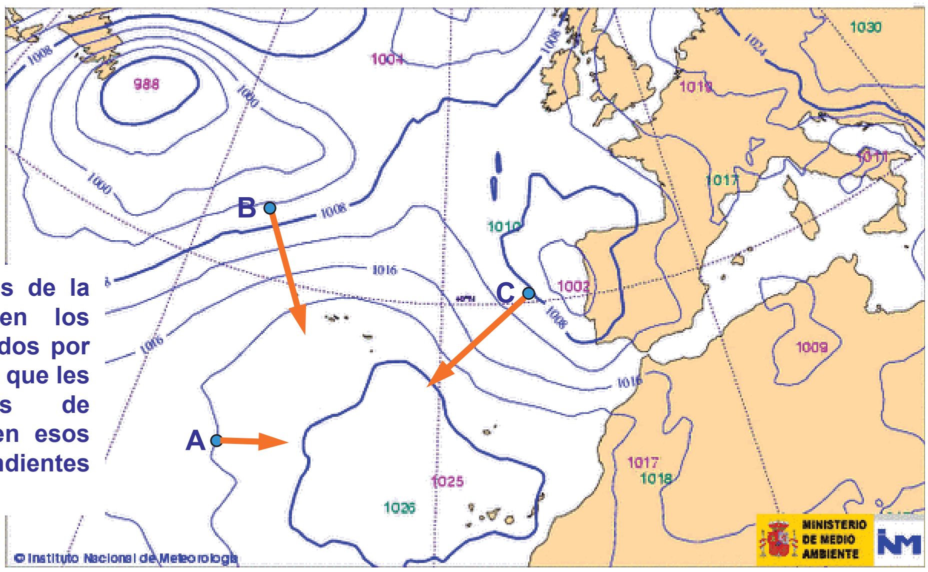
- El vector gradiente indica la dirección en que es máxima la variación por unidad de longitud de la función F.

8.2 Operaciones diferenciales

- **… GRADIENTE**

- Si calculamos el gradiente en un punto de un mapa de isobaras (líneas de igual presión), obtenemos un vector que nos indica la dirección en que es máxima la variación de la presión:
- **Su módulo será tanto mayor cuanto más juntas estén las isobaras.**
- **Su dirección es la de la máxima pendiente.**
- **Orientado en el sentido creciente de las isobaras y perpendicular a las mismas.**

- **En el mapa de isobaras de la figura, nos fijamos en los puntos A , B y C definidos por sus coordenadas y a los que les corresponden valores de presión, y dibujamos en esos puntos los correspondientes vectores gradiente.**



8.3 Operaciones diferenciales

- **DIVERGENCIA**

- **Divergencia** se define como el producto escalar del operador nabla por una función vectorial:

$$div\vec{V} = \vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot\left(V_x\vec{i}+V_y\vec{j}+V_z\vec{k}\right) = \left(\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)$$

- **El operador divergencia** transforma una función vectorial en una función escalar:

FUNCIÓN VECTORIAL → **Divergencia** → **FUNCIÓN ESCALAR**

- **Ejercicio:** Hallar la divergencia, en el punto (2, -2, 1) , de la expresión vectorial: $\vec{V} = 2xyz\,\vec{i} - x^2z^2\,\vec{j} + 2y^3z\,\vec{k}$

$$div\vec{V} = \vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot\left(2xyz\,\vec{i} - x^2z^2\,\vec{j} + 2y^3z\,\vec{k}\right) =$$
$$= 2yz + 2y^3 = -4 - 16 = -20$$

- Si la función vectorial representa un flujo de materia, la divergencia indica cómo varía ese flujo de materia (diferencia entre la que entra y sale) en las tres direcciones correspondientes a los ejes de coordenadas cartesianas, es decir, por unidad de volumen.

8.4 Operaciones diferenciales

- **ROTACIONAL**

- **Rotacional** se define como el producto vectorial del operador nabla por una función vectorial:

$$rot\,\vec{V} = \vec{\nabla}\times\vec{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\times\left(V_x\vec{i}+V_y\vec{j}+V_z\vec{k}\right) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

- El rotacional de un campo vectorial indica la tendencia a rotar del campo. Es decir, es un campo igual al aumento lateral del campo original por unidad de longitud. Se orienta según la regla de la mano derecha.

- **Ejercicio:** Hallar el rotacional de la función vectorial $\vec{V} = 2xz^3\,\vec{i} - xy^2z\,\vec{j} + 2y^2z^2\,\vec{k}$ en el punto (2, 1, -1) .

$$rot\,\vec{V} = \vec{\nabla}\times\vec{V} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xz^3 & -xy^2z & 2y^2z^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -xy^2z & 2y^2z^2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xz^3 & 2y^2z^2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 2xz^3 & -xy^2z \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$= \left(4z^2y + xy^2\right)\vec{i} + 6xz^2\,\vec{j} - y^2z\,\vec{k} = \boxed{6\,\vec{i} + 12\,\vec{j} + \vec{k}}$$

- **Valor del rotacional, en el punto (2,1,-1)**

9.1 Cálculo vectorial. Ejercicios

1. Dado el vector $\vec{A} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ calcular: a) su módulo, b) los ángulos que forma con los ejes de coordenadas y c) su vector unitario o versor.

2. Dados los vectores $\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ y $\vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ calcular: a) sus longitudes, b) los cosenos directores del vector B, c) los vectores suma y diferencia, d) su producto escalar, e) el ángulo formado por ambos y f) su producto vectorial.

3. Hallar el momento del vector $\vec{A} = -7\vec{i} + 11\vec{j} + \vec{k}$ cuyo punto de aplicación es O`(3,5,2) respecto del origen de coordenadas.

4. Dados los vectores Hallar el momento del vector $\vec{A}(1,2,0)$ y $\vec{B}(2,1,1)$, calcular el ángulo que forman y un vector perpendicular a ambos de longitud 2.

5. Dados los vectores $\vec{A} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ y $\vec{B} = \vec{i} - 2\vec{j}$, calcular su producto vectorial y comprobar que este es perpendicular a los vectores dados.

6. Los vectores $\vec{A}(6,0,0)$ y $\vec{B}(4,2,0)$, son los lados de un paralelogramo. Calcular su área.

7. Un vector $\vec{m}$ tiene su origen respecto de un cierto sistema de referencia el punto m_1 (-1,0,2) y de extremo el punto m_2 (2,-3,0), calcular: a) las componentes del vector, b) su módulo y sus cosenos directores, c) el vector unitario de $\vec{m}$. Sea otro vector $\vec{n}$ de módulo 5 y cosenos directores proporcionales a (3,4,0), calcular, d) el ángulo que forman los vectores $\vec{m}$ y $\vec{n}$, e) el área del paralelogramo que forman dichos vectores y f) $\vec{m} + \vec{n}$, $|m+n|$, $|\vec{m}|$, $|\vec{n}|$ y $2\vec{m}$

8. Dada una fuerza $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\ (N)$ aplicada en el punto $\vec{r} = 3\vec{i} - 7\vec{j}\ (m)$, calcular: a) el momento de la fuerza respecto del origen y b) el momento de la fuerza respecto del punto (1,1,-2).

9. ¿Qué diferencia existe entre las potencias escalares y vectoriales de un vector?.

10. Si un vector tiene módulo constante, su derivada puede no ser nula. Explícalo y cita un ejemplo.

9.1 Cálculo vectorial. Ejercicios

11. Dados los vectores $\vec{A} = t^2\vec{i} - t\vec{j} + (2t+1)\vec{k}$ y $\vec{B} = (2t-2)\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, calcular para t = 1

las siguientes expresiones: $d\vec{A}/dt,\ d\vec{B}/dt,\ d/dt(\vec{A}\cdot\vec{B}),\ d/dt(\vec{A}\times d\vec{B}/dt)$

12. Hallar la expresión analítica del vector velocidad y del vector aceleración y calcular los módulos de ambos vectores cuando una partícula se mueve a lo largo de la curva de ecuaciones: x = 3 cos2t, y = 3 sen2t y z = 5t.

13. Indica de la siguiente lista que magnitudes son escalares y cuáles vectoriales: masa, peso, calor específico, trabajo, longitud, potencia, energía, presión, velocidad, intensidad de campo eléctrico, intensidad de corriente eléctrica, intensidad de luz, tiempo, temperatura, densidad, aceleración y cantidad de materia.

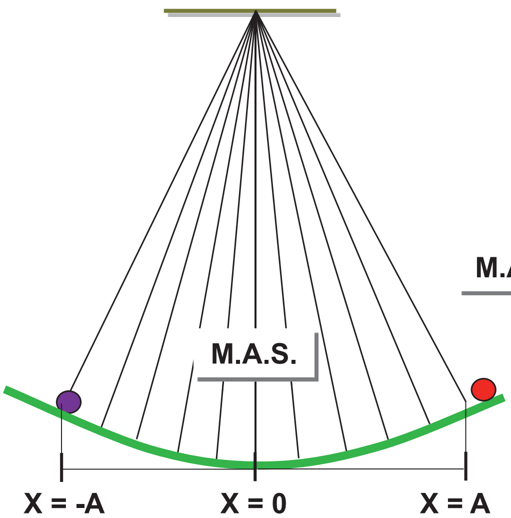
14. Un objeto se mueve en un cierto instante con una velocidad de 120 km/h formando un ángulo de 30º con la horizontal. Expresa el vector velocidad en función de sus componentes vertical y horizontal.

15. Un barquero está remando sobre su barca queriendo mantenerse siempre perpendicular a la orilla del rio y cruzarlo con una velocidad media de 36 km/h. ¿Con qué velocidad ha de impulsar la barca y en qué dirección si el agua del río fluye con una velocidad de 9 km/h?.

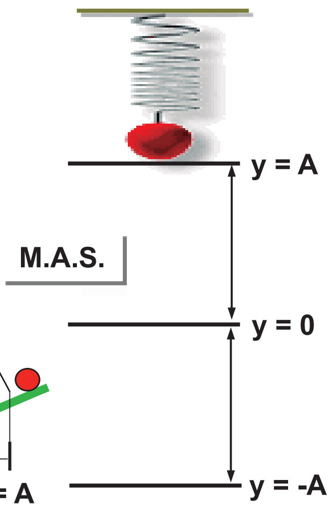
1a. Movimiento vibratorio armónico simple (m.a.s)

- **Es el que posee un péndulo o un muelle al desplazarlo de su posición de equilibrio y dejarlo libre.**
- **Es un movimiento rectilíneo variado no uniformemente, que se obtiene proyectando sobre el diámetro de una circunferencia las distintas posiciones de un punto que describe un movimiento circular uniforme.**

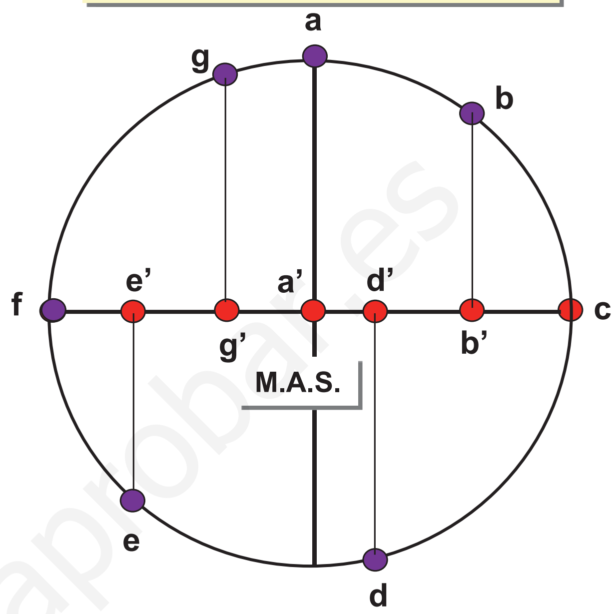
Péndulo Simple



Muelle



Proyección de un MCU sobre el diámetro de su circunferencia



1b. Movimiento armónico simple: magnitudes características

- **El M.A.S es un movimiento periódico, en el que se define:**

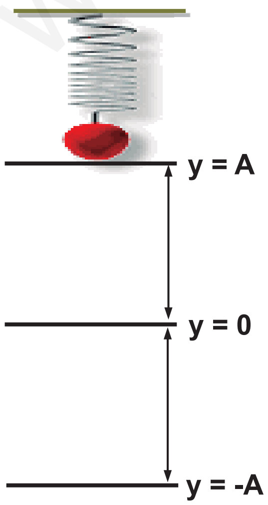
Ciclo: es una oscilación o vibración completa.

Período T(s): tiempo que tarda en una oscilación completa o ciclo.

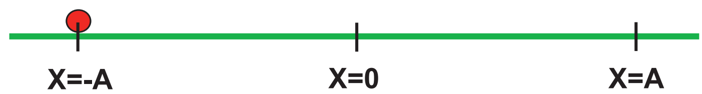
Frecuencia f (ciclos/s = Hz): es el número de oscilaciones realizadas en un segundo. La frecuencia es la inversa del período.

$$f = \frac{1}{T}(s^{-1})$$

Muelle



Oscilador Armónico o Mecánico



Elongación x(m): distancia entre una posición y la de equilibrio.

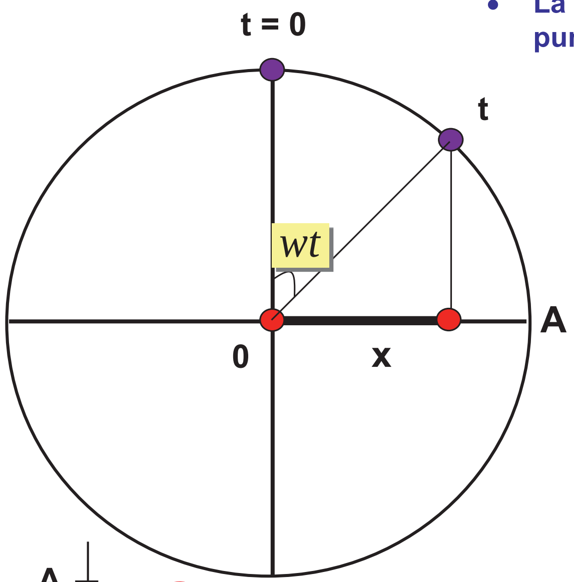
Amplitud A(m): es la máxima elongación.

Velocidad angular, pulsación o frecuencia angular w (rad.s^{-1}).

$$w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\,(rad.s^{-1})$$

2a. Ecuación del movimiento armónico simple (m.a.s).

- La ecuación del M.A.S. relaciona la elongación x en un instante determinado con el tiempo t.

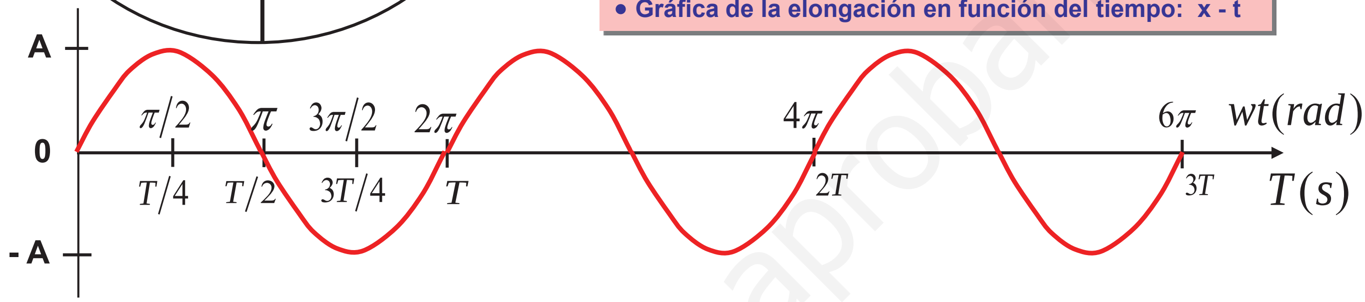


- La elongación x se calcula a partir de la proyección, del punto que describe el M.C.U, sobre el diámetro horizontal:

$$x = A\,sen\,wt = A\,sen(wt + \varphi)$$

- Función senoidal o sinusoidal, se repite cada T(s) o cada 2π (radianes).
- Se llama Fase en cualquier instante a: $(wt + \varphi)\ (rad)$
- Siendo la Fase Inicial: $\varphi\ (rad)$

- Gráfica de la elongación en función del tiempo: x - t



2b. Cálculo de la velocidad en el m.a.s.

- Derivando la elongación respecto del tiempo, obtenemos la ecuación de la velocidad en función del tiempo.

$$v = \frac{dx}{dt} = A\,w\cos wt \quad \Rightarrow$$

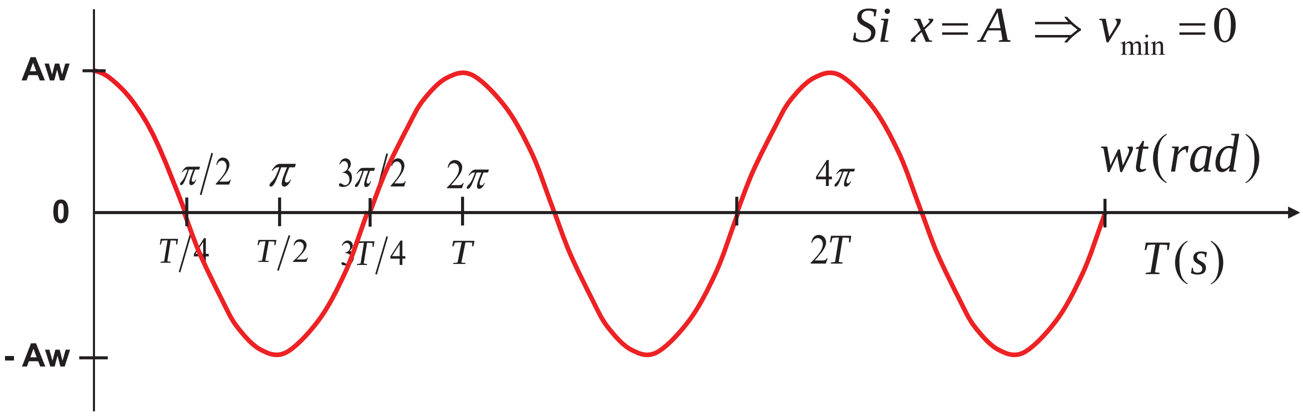
- La velocidad estás desfasada π/2 rad respecto de la elongación.
- La velocidad también se puede expresar en función de la posición o elongación.

$$\Rightarrow \quad A w\sqrt{1 - sen^2 wt} = w\sqrt{A^2 - A^2 sen^2 wt} = w\sqrt{A^2 - x^2}$$

- Gráfica de la velocidad en función del tiempo: v - t

$$Si\ \ x = 0 \Rightarrow v_{\max} = wA$$

$$Si\ \ x = A \Rightarrow v_{\min} = 0$$



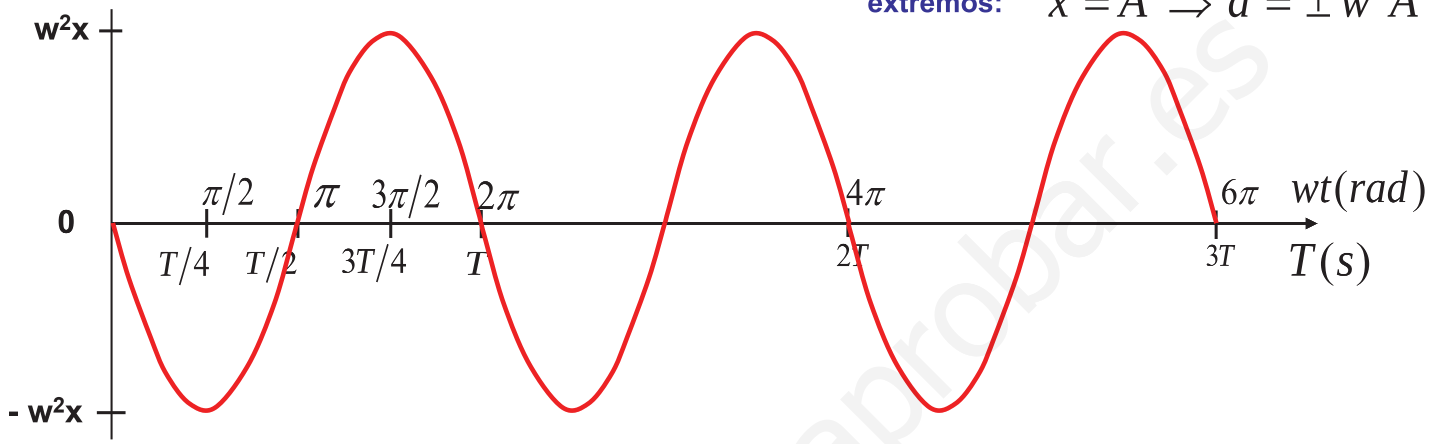
2c. Cálculo de la aceleración en el m.a.s.

- **Derivando, ahora la velocidad, obtenemos la aceleración en función del tiempo y en función de la elongación.**

$$a = \frac{dv}{dt} = -A w^2 sen\, wt = -w^2 x$$

- **También es periódica.**
- **Desfasada π/2 radianes de la velocidad.**
- **La constante de proporcionalidad es el cuadrado de la pulsación.**
- **Su valor es proporcional a la posición, pero de sentido contrario.**
- **Nula en el centro:** $x=0 \Rightarrow a=0$
- **Máxima en los extremos:** $x = A \Rightarrow a = \pm w^2 A$

- **Gráfica de la aceleración en función del tiempo: a - t**



3a. Dinámica del movimiento vibratorio armónico simple

- **El M.A.S. es un movimiento rectilíneo variado no uniformemente.**
- **Es una oscilación que se produce debido a la existencia de una fuerza recuperadora proporcional al desplazamiento que cumple la ley de Hooke (F = - kx).**
- **La fuerza que produce un M.A.S. es una fuerza central, dirigida siempre hacía el centro y proporcional a la distancia a este.**

$$F = ma = -m w^2 x = -kx \quad \Rightarrow \quad siendo \;\; k = m w^2$$

- **Nula en el centro:** $x=0 \Rightarrow F=0$
- **Máxima en los extremos:** $x = A \Rightarrow F = -kA$

- **Siendo k la constante recuperadora del resorte o sistema (muelle) que oscila.**
- **A partir de la que se puede calcular el período de oscilación del resorte mecánico:**

$$k = m w^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

3b. Dinámica del movimiento armónico simple. Péndulo simple

- **Para un PÉNDULO SIMPLE, la fuerza recuperadora es de naturaleza gravitatoria.**
- **Es la componente tangencial del peso la que actúa de fuerza recuperadora.**

$$F_{rec} = -mg\, sen\,\alpha = ma$$

- Para ángulos de oscilación pequeños, el arco de circunferencia descrito por el péndulo es casi una recta horizontal. Por ello, elegimos la coordenada x como representativa del movimiento.
- El valor del seno del ángulo coincide con el valor del propio ángulo (ambos en radianes).

$$sen\,\alpha = \alpha = \frac{x}{l}$$

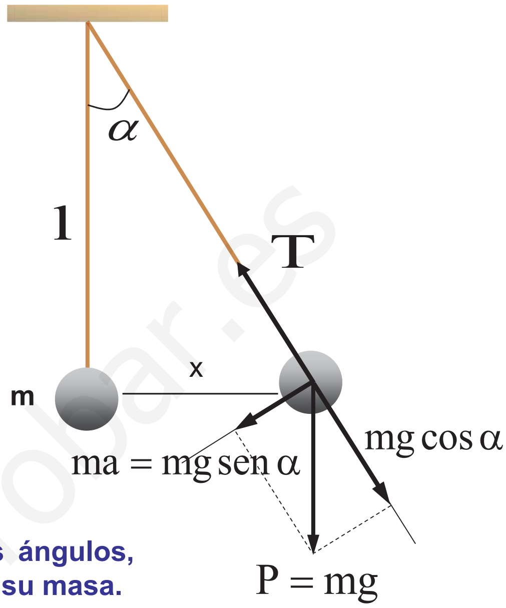
$$F_{rec} = -mg\, sen\,\alpha = ma \Rightarrow -mg\frac{x}{l} = -m\,w^2 x$$

- Simplificamos y sustituimos la pulsación por el período:

$$\frac{g}{l} = w^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

- Ahora se despeja el período:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

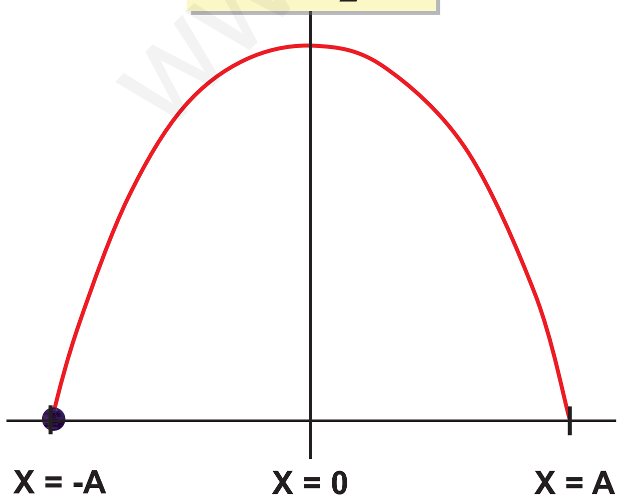


- **El período de un péndulo simple que oscila bajo pequeños ángulos, depende de la longitud del péndulo, pero es independiente de su masa.**

4a. Energía de un oscilador armónico (mecánico)

- **Una partícula que esté animada de un Movimiento Armónico Simple (MAS) recibe el nombre de OSCILADOR MECÁNICO O ARMÓNICO.**
- **Se llama así porque posee energía mecánica: cinética y potencial.**

$$E_{c\,max} = \frac{1}{2}kA^2$$



$$E_c = 0 \qquad E_c = 0$$

- **La Energía Cinética de un oscilador mecánico se calcula a partir de la velocidad:**

$$E_c = \frac{m v^2}{2} = \frac{m A^2 w^2 \cos^2 wt}{2} = \frac{m w^2\left[A^2 - x^2\right]}{2} = \frac{k\left[A^2 - x^2\right]}{2}$$

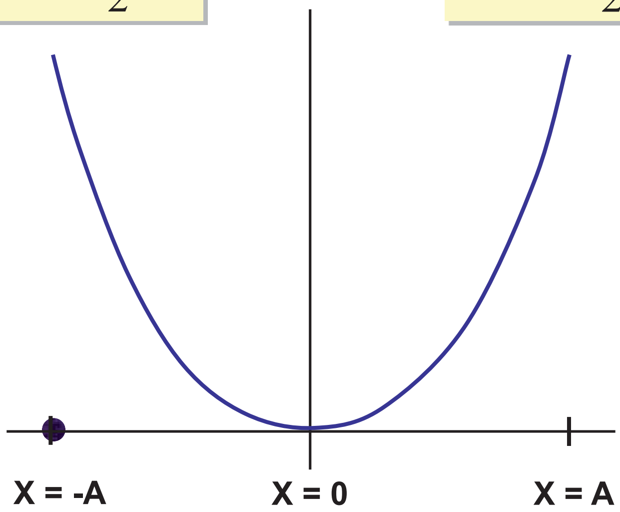
- **La Energía Cinética de un oscilador mecánico para cualquier elongación vale:**

$$E_c = \frac{1}{2}k\left[A^2 - x^2\right]$$

4b. Energía de un oscilador armónico (mecánico)

- La **Energía Potencial** de un oscilador mecánico se calcula a partir del trabajo que debemos hacer para deformar el resorte una distancia x venciendo la fuerza recuperadora elástica:

$$E_{p\,max} = \frac{1}{2} kA^2 \qquad E_{p\,max} = \frac{1}{2} kA^2$$



$$E_p = 0$$

$$E_{p.elástica} = \int_0^x F\,dx = \int_0^x k\,x\,dx = \frac{1}{2} k\,x^2 = \frac{1}{2} k\,A^2\,sen^2\,w$$

- La **Energía Potencial** de un oscilador mecánico para cualquier elongación vale:

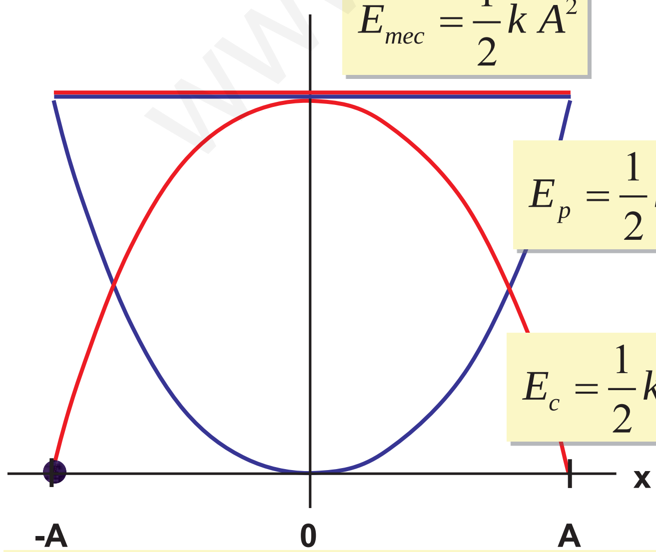
$$E_p = \frac{1}{2} k\,x^2$$

4c. Principio de conservación de la energía mecánica

- En un oscilador armónico hay un intercambio continuo de energía cinética en energía potencial y viceversa:

$$E_{mec} = E_c + E_p = \frac{1}{2} k\,A^2 \cos^2 wt + \frac{1}{2} k\,A^2\,sen^2\,wt = \frac{1}{2} k\,A^2 \left[\cos^2 wt + sen^2\,wt\right] = \boxed{\frac{1}{2} k\,A^2}$$

$$E_{mec} = \frac{1}{2} k\,A^2$$



$$E_p = \frac{1}{2} k\,x^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} k\left[A^2 - x^2\right]$$

- En la gráfica se representa la variación de la energía cinética y de la energía potencial en función de la elongación.
- Cuando aumenta una, la otra disminuye .
- La suma de ambas es la energía mecánica, que para cualquier elongación, es la misma.

- En el movimiento armónico simple la **Energía Mecánica permanece constante,** no depende de la posición x.

$$E_{mec} = \frac{1}{2} k\,A^2$$

5. Problemas sobre movimiento vibratorio armónico simple

- 1. Un movimiento armónico tiene una amplitud de 20 cm y un período de 0,2 s. Calcular: a) su frecuencia; b) ecuaciones de la elongación, velocidad y aceleración; c) velocidad máxima; d) aceleración a los 0,15s de iniciado el movimiento. Representar la aceleración en función del tiempo.
- Sol: a) f = 5 Hz; b) x = 0,2.sen10πt (m); v = 2π.cos10πt (m/s); a = -40π sen10πt (m/s²); c) 2π (m/s); d) 197,4 (m/s²) .

Frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2s} = 5\,s^{-1}\ (Hz)$$

Pulsación

$$w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2s} = 10\pi\, rad.s^{-1} (Hz)$$

Elongación

$$x = A\, sen\, wt = 0,2\, sen 10\pi\, t\,(m)$$

Velocidad

$$v = \frac{dx}{dt} = Aw\cos wt\ =\ 0,2.10\pi\cos 10\pi\, t = 2\pi\cos 10\pi\, t\,(m.s^{-1})$$

$$v_{máx} = 2\pi\,(m.s^{-1})$$

5. Problemas sobre movimiento vibratorio armónico simple

- Continuación……………………1. Un movimiento armónico tiene una amplitud de 20 cm y un período de 0,2 s. Calcular: a) su frecuencia; b) ecuaciones de la elongación, velocidad y aceleración; c) velocidad máxima; d) aceleración a los 0,15s de iniciado el movimiento. Representar la aceleración en función del tiempo.

Aceleración

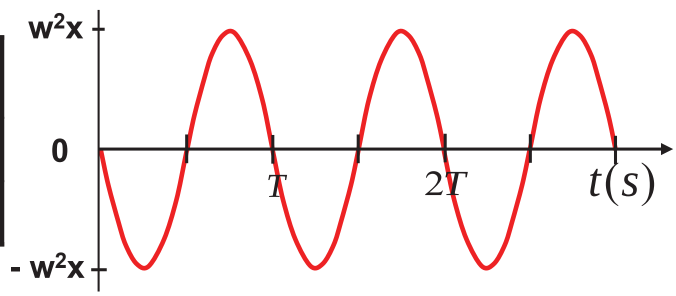
$$a = \frac{dv}{dt} = -Aw^2 sen\, wt = \ -(10\pi)^2 0,2\, sen 10\pi\, t = -20\pi^2 sen 10\pi\, t\,(m.s^{-2})$$

Aceleración a los 0,15 s

$$a_{t=0,15s} = -20\pi^2 sen 10\pi.0,15 = 197,4\ (m.s^{-2})$$

- Para representar la aceleración en función del tiempo, hacemos, la correspondiente tabla de valores:
- A partir de esta tabla representamos a – t. Se obtiene una gráfica senoidal o sinusoidal.

T (s)	0	T/4	T/2	3T/4	T
t (s)	0	0,05	0,10	0,15	0,20
a (m/s²)	0	-197,4	0	197,4	0



- 2. Un MAS tiene de ecuación x = 0,1.sen 4πt (m). Calcular: a) su período; b) su amplitud; c) ecuación de la velocidad, velocidad máxima y velocidad a los 0,3s de iniciado el movimiento.
- Sol: a) T = 0,5s; b) A = 0,1m; c) v = 0,4π cos 4πt (m/s); $v_{máx}$ = 0,4π (m/s); $v_{t=0,3s}$ = -1,016(m/s).

- Comparando la ecuación: $x = 0{,}1.sen\ 4\pi t\ (m)$
- con la ecuación: $x = A.sen\ wt\ (m)$
- obtenemos: $w = 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0{,}5\,s \qquad A = 0{,}1\,m$
- La velocidad se calcula derivando la elongación respecto del tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} = Aw\cos wt = 0{,}1.4\cos 4\pi t = 0{,}4\pi\cos 4\pi t\ (m.s^{-1})$$

$$v_{máx} = 0{,}4\pi = 1{,}26\ m.s^{-1}$$

$$v_{t=0,3s} = 0{,}4\pi\cos 4\pi.0{,}3 = -1{,}02\ m.s^{-1}$$

- 3. Un muelle de 40 g de masa se estira 5 cm por efecto de una fuerza de 10 N, y a continuación se suelta, iniciando un mas. Calcular: a) la constante recuperadora; b) período del movimiento; c) ecuación de la velocidad y velocidad a los 0,15 s de iniciar el movimiento.
- Sol: a) k = 200 N/m; b) T = 0,09 s; c) v = 3,5 cos 69,8t; v = 3,5 (m/s).

- A partir de la ley de Hooke: $F_{rec.} = -kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{10N}{0{,}05\,cm} = 200\ Nm^{-1}$
- La fuerza recuperadora que actúa sobre el muelle toma la expresión:

$$F_{rec} = ma = -mw^2x = -kx \Rightarrow k = mw^2 \Rightarrow w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

- De la expresión anterior calculamos el período del movimiento:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}04\,kg}{200\,N.m^{-1}}} = 0{,}09\,s$$

- La ecuación de la velocidad y la velocidad a los 15 s:

$$v = \frac{dx}{dt} = Aw\cos wt = 0{,}05.\frac{2\pi}{0{,}09}\cos\frac{2\pi}{0{,}09}t = 3{,}5\cos 69{,}8\,t\ \ m.s^{-1}$$

$$v_{t=0,15\,s} = 3{,}5.\cos 69{,}8.0{,}15 = 3{,}44\ m.s^{-1}$$

- 4. Una masa de 200g describe un mas de ecuación y = 0,3. sen 8πt (m). Calcular: a) la fuerza máxima que actúa sobre ese cuerpo; b) la constante recuperadora; c) la velocidad máxima; d) el período.
- Sol: a) $F_{máx}$ = 37,9N; b) k = 12,8π^2 N/m; c) v = 7,54m/s; d) T = 0,25s.

- A partir de la ecuación fundamental de la dinámica:

$$F_{máx} = ma_{máx} = -mw^2 x_{máx} = -kA = -126,33.0,3 = -37,9\ N$$

- Siendo la constante recuperadora:

$$k = mw^2 = 0,2\,kg.(8\pi)^2 = 126,33\ N.m^{-1}$$

- La velocidad máxima se calcula a partir de la derivada de la elongación respecto del tiempo:

$$V_{máx} = 0,3.8\pi.\cos 8\pi t = 7,54\ m.s^{-1}$$

- 5. Un resorte lleva en su extremo una masa m y oscila con un período de 2s. Si se aumenta la masa en 2kg, el nuevo período es de 3s.
Calcular m y la longitud de un péndulo simple del mismo período (3s).

- El período de oscilación del resorte es función de la masa y de la constante de recuperación:

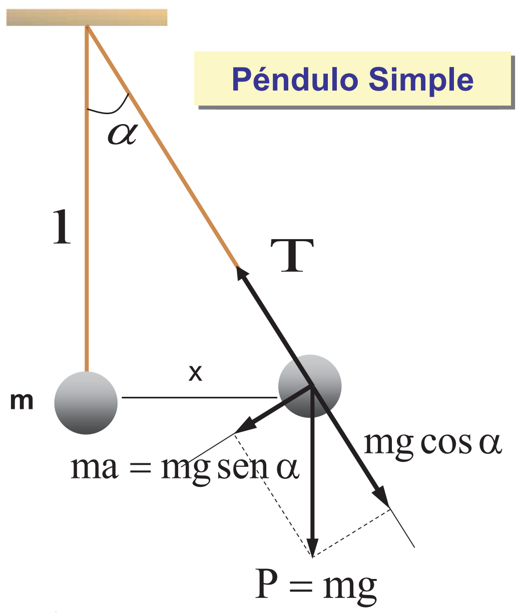
$$k = mw^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Para la masa "m", el período vale 2 s: $2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

- Para la masa "m+2", el período vale 3 s: $3 = 2\pi\sqrt{\frac{m+2}{k}}$

- Dividiendo miembro a miembro, las dos ecuaciones anteriores, calculamos la masa m:

$$\frac{2}{3} = \sqrt{\frac{m}{m+2}} \Rightarrow m = 1.6\,kg$$



- A partir del período de un péndulo simple, se calcula la longitud que nos piden:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

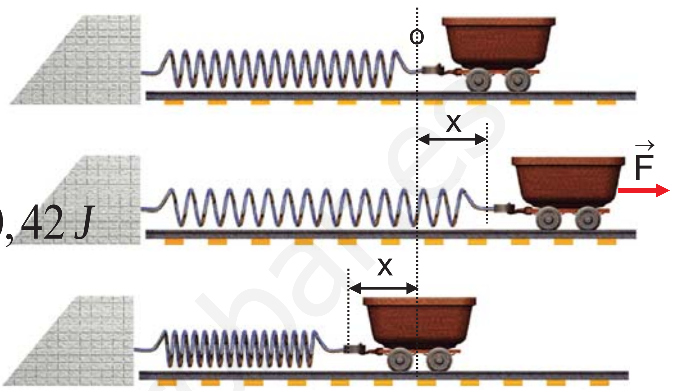
$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 2,23\,m$$

- 6. Un muelle elástico de 10cm tiene unos de sus extremos fijo en la pared vertical y descansa en una superficie horizontal sin rozamiento. Se le aplica una fuerza de 20N para mantenerlo estirado una longitud de 15cm. En esta posición se suelta y oscila libremente con un período de 4s. Calcular: a) constante de recuperación del muelle; b) ecuación del movimiento resultante; c) energías potencial y cinética para x = 2cm y d) velocidad y aceleración máximas.

- A partir de la ley de Hooke: $F = -kx \;\Rightarrow\; k = \dfrac{F}{x} = \dfrac{20\,N}{(0{,}15-0{,}10)\,m} = 400\,N.m^{-1}$
- Ecuación del movimiento:

$$x = A\,sen\,wt = 0{,}05\,sen\frac{\pi}{2}t\,(m)$$

- Siendo: $w = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{4\,s} = \dfrac{\pi}{2}\,rad.s^{-1}$



$$E_{c(x=2cm)} = E_{mec} - E_{p(x=2cm)} = 0{,}5 - 0{,}08 = 0{,}42\,J$$

$$E_{p(x=2cm)} = \frac{kx^2}{2}\;\frac{400.0{,}02^2}{2} = 0{,}08\,J$$

$$v_{máx} = Aw\cos wt = Aw = 0{,}05.\frac{\pi}{2} = 7{,}85.10^{-2}\,m.s^{-1} \quad a_{máx} = -Aw^2 = -\frac{\pi^2}{2^2}.0{,}05 = -0{,}12\,m.s^{-2}$$

- 7. Una partícula de 0,5kg que describe un m.a.s. de frecuencia 5/π Hz, tiene inicialmente una energía cinética de 0,2J y una energía potencial de 0,8J. a) Calcule la posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima. b) Haga un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?.

$$E_{po} = \frac{kx^2}{2} \;\Rightarrow\; 0{,}8 = \frac{50x^2}{2} \;\Rightarrow\; x = 0{,}18\;m$$

$$E_{co} = \frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow\; 0{,}2 = \frac{0{,}5v^2}{2} \;\Rightarrow\; v = 0{,}89\;m.s^{-1}$$

$$E_{mec} = 1\,J = \frac{kA^2}{2}\;\; cómo\;\; k = mw^2 = m4\pi^2 f^2 = 50\,N.m^{-1} \;\Rightarrow\; A = 20\;cm$$

$$E_{c\,máx} = \frac{kA^2}{2} \;\Rightarrow\; 1\,J = \frac{0{,}5v_{máx}^2}{2} \;\Rightarrow\; v_{máx} = 2\;m.s^{-1}$$

- Ver principio de conservación de la energía mecánica y gráfica.

$$E_c = E_p = \frac{1}{2}\frac{kA^2}{2} \;\Rightarrow\; \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{4} \;\Rightarrow\; x = A\sqrt{\frac{1}{2}}\;cm$$

5. Problemas sobre movimiento vibratorio armónico simple

- 8. Un mas viene descrito por la expresión: x(t) = A sen (ωt + δ). a) Indique el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en ella. b) Escriba la velocidad y aceleración de la partícula en función del tiempo y explique si ambas magnitudes pueden anularse simultáneamente.

- Ver apuntes de teoría
- Las ecuaciones de la velocidad y la aceleración no pueden anularse simultáneamente.

- 9. Una partícula describe un m.a.s , entre dos puntos A y B que distan 20cm, con un período de 2s. a) Escriba la ecuación de dicho mas, sabiendo que para t=0 la partícula se encuentra en el punto medio del segmento AB. b) Explique cómo varían las energías cinética y potencial durante una oscilación completa.

- Ecuación del movimiento: $x = A\,sen\,wt = 0{,}1\,sen\,\pi t\ (cm)$
- Siendo: $w = 2\pi / T = 2\pi / 2 = \pi\ (rad)$
- Ver cuadro resumen del movimiento armónico simple.

5. Cuadro resumen del movimiento vibratorio armónico simple

wt (rad)	x (m)	v (m/s)	a (m/s²)	E_p (J)	E_c (J)	E_{mec} (J)
0	0	A w	0	0	$kA^2 / 2$	$kA^2 / 2$
π/2	A	0	$-A\,w^2$	$KA^2 / 2$	0	$kA^2 / 2$
π	0	-A w	0	0	$kA^2 / 2$	$kA^2 / 2$
3π/2	-A	0	$-A\,w^2$	$kA^2 / 2$	0	$kA^2 / 2$
2π	0	A w	0	0	$kA^2 / 2$	$kA^2 / 2$

6. PBAU. Movimiento vibratorio armónico simple.

Cuestiones

- 1. Un bloque de masa m cuelga del extremo inferior de un resorte de masa despreciable, vertical y fijo por su extremo superior. a) Indicar las fuerzas que actúan sobre la partícula explicando si son o no conservativas. b) Se tira del bloque hacia abajo y se suelta, de modo que oscila verticalmente. Analizar las variaciones de energía cinética y potencial del bloque y del resorte en una oscilación completa.

- 2. Explicar las variaciones energéticas que se dan en un oscilador armónico durante una oscilación. ¿ Se conserva la energía del oscilador? Razonar la respuesta. b) Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, ¿cómo varía la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones? Razonar la repuesta.

- 3. a) ¿Qué características debe tener una fuerza para que al actuar sobre un cuerpo le produzca un movimiento armónico simple? b) Represente gráficamente el movimiento armónico simple de una partícula dado por. y otro movimiento armónico que tenga una amplitud doble y una frecuencia mitad que el anterior.

Problemas

- 4. Al suspender un cuerpo de 0,5 kg del extremo libre de un muelle que cuelga verticalmente, se observa un alargamiento de 5 cm. Si a continuación, se tira hacia abajo del cuerpo, hasta alargar el muelle 2 cm más, y se suelta, comienza a oscilar. a) Hacer un análisis energético del problema y escribir la ecuación del movimiento de la masa. b) Si, en lugar de estirar el muelle 2 cm, se estira 3 cm, ¿cómo se modificaría la ecuación del movimiento del cuerpo?

- 5. Un muelle de constante elástica 250 $N.m^{-1}$, horizontal y con un extremo fijo, está comprimido 10 cm. Un cuerpo de 0,5 kg situado en su extremo libre, sale despedido al liberarse del muelle. a) Explicar las variaciones de energía del muelle y del cuerpo, mientras se estira el muelle. b) Calcular la velocidad del cuerpo en el instante de abandonar el muelle.

6. PBAU. Movimiento vibratorio armónico simple.

Problemas

- 6. Sobre una superficie horizontal se dispone un cuerpo de 0,5 kg, unido a uno de los extremos de un muelle que está fijo por el otro. Cuando se tira del cuerpo hasta alargar el muelle 10 cm y se suelta, comienza a oscilar con un período de 2s. a) Hacer un análisis energético del problema y calcular los valores de las energías cinética y potencial en los puntos extremos de la oscilación y en el punto de equilibrio. b) Representar la posición del cuerpo en función del tiempo. ¿Cómo cambiaría dicha representación si la masa del cuerpo fuera de 2 kg?.

- 7. Un bloque de 0,2 kg, inicialmente en reposo, se deja caer por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Tras recorrer 2 m, queda unido al extremo libre de un resorte, de constante elástica 200 $N.m^{-1}$, paralelo al plano y fijo por el otro extremo. El coeficiente de rozamiento del bloque con el plano es 0,2. a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas. ¿Con qué aceleración desciende el bloque?. b) Explique los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte y calcule la máxima compresión de éste.

- 8. Un cuerpo de 10 kg se lanza con velocidad de 30 m.s-1 por una superficie horizontal lisa hacia el extremo libre de un resorte horizontal, de constante elástica 200 $N.m^{-1}$, fijo por el otro extremo. a) Analizar las variaciones de energía que tienen lugar a partir de un instante anterior al impacto con el resorte y calcular la máxima compresión del resorte. b) Discutir en términos energéticos las modificaciones relativas al apartado a) si la superficie horizontal tuviera rozamiento.

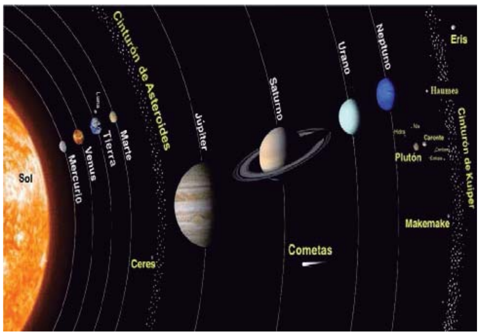
- 9. Un bloque de 8 kg desliza por una superficie horizontal sin rozamiento con una velocidad de 10 $m.s^{-1}$ e incide sobre el extremo libre de un resorte, de masa despreciable y constante elástica k = 400 $N.m^{-1}$, colocado horizontalmente. a) Analizar las transformaciones de energía que tienen lugar desde un instante anterior al contacto del bloque con el resorte hasta que éste, tras comprimirse, recupera la longitud inicial. ¿Cómo se modificaría el balance energético anterior si existiera rozamiento entre el bloque y la superficie?. b) Calcular la comprensión máxima del resorte y la velocidad del bloque en el instante de separarse del resorte, en el supuesto inicial de que no haya rozamiento.

Problemas

- 10. Un cuerpo de 0,5 kg se encuentra inicialmente en reposo a una altura de 1 m por encima del extremo libre de un resorte vertical, cuyo extremo inferior está fijo. Se deja caer el cuerpo sobre el resorte y, después de comprimirlo, vuelve a subir. El resorte tiene una masa despreciable y una constante elástica k = 200 $N.m^{-1}$. a) Hacer un análisis energético del problema y justifique si el cuerpo llegará de nuevo al punto de partida. b) Calcular la máxima comprensión que experimenta el resorte. g = 10 $m.s^{-2}$.

- 11. Una partícula de 2 g oscila con movimiento armónico simple de 4 cm de amplitud y 8 Hz de frecuencia y en el instante t = 0 se encuentra en la posición de equilibrio. a) Escribir la ecuación del movimiento y explicar las variaciones de energías cinética y potencial de la partícula cuando la elongación es de 1 cm. b) Calcular las energías cinética y potencial de la partícula cuando la elongación es de 1 cm.

Tema 01
La gravitación universal



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

01. La gravitación universal: Índice

CONTENIDOS	
1. El movimiento de los planetas a través de la Historia · 2. Nociones actuales sobre el sistema solar · 3. La traslación de los planetas · 4. Precedentes de la ley de gravitación · 5. La ley de gravitación universal · 6. Consecuencias de la ley de gravitación universal · 7. Análisis de los factores que intervienen.	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
1. Contextualizar las leyes de Kepler en el estudio del movimiento planetario.	1.1. Comprueba las leyes de Kepler a partir de tablas de datos astronómicos correspondientes al movimiento de algunos planetas. 1.2. Describe el movimiento orbital de los planetas del Sistema Solar aplicando las leyes de Kepler y extrae conclusiones acerca del periodo orbital de los mismos.
2. Asociar el movimiento orbital con la actuación de fuerzas centrales y la conservación del momento angular.	2.1. Aplica la ley de conservación del momento angular al movimiento elíptico de los planetas, relacionando valores del radio orbital y de la velocidad en puntos de la órbita. 2.2. Utiliza la ley fundamental de la dinámica para explicar el movimiento orbital de diferentes cuerpos como satélites, planetas y galaxias, relacionando el radio y la velocidad orbital con la masa del cuerpo central.
3. Determinar y aplicar la ley de Gravitación Universal a la estimación del peso de los cuerpos y a la interacción entre cuerpos celestes teniendo en cuenta su carácter vectorial.	3.1. Expresa la fuerza de la atracción gravitatoria entre dos cuerpos cualesquiera, conocidas las variables de las que depende. 3.2. Compara el valor de la atracción gravitatoria de la Tierra sobre un cuerpo en su superficie con la acción de cuerpos lejanos sobre el mismo cuerpo.

1.1 El movimiento de los planetas a través de la historia

- **Teoría geocéntrica de Pitágoras:** 569 - 500 a.c. Filósofo y matemático griego.

- La escuela pitagórica explicó la estructura del universo en términos matemáticos: el número es el principio de todo.

- El gran Fuego Central, origen de todo, se relacionaba con el Uno, origen de los números.

- La Tierra, el Sol, la Luna y los Planetas giraban alrededor de ese Fuego Central.

- El periodo de revolución de la Tierra en torno al fuego central era de 24 horas, a quien le ofrecía siempre su cara oculta.

Pitágoras nació en Samos hacia el año 569 a.C.

- Los periodos de la Luna y el Sol eran un mes y un año respectivamente.
- El universo concluiría en una esfera celeste de estrellas fijas, y más allá se encontraba el Olimpo.
- El número de cuerpos que formaban el universo era de 10 (obsesión por los números).

- Como solo observaban nueve, suponían que el décimo estaba situado entre la Tierra y el gran fuego, al que llamaron antitierra.

1.2 El movimiento de los planetas a través de la historia

- **Teoría geocéntrica de Aristóteles:** 384 - 322 a.c. Filósofo griego.

- Según las ideas aristotélicas, **la Tierra inmóvil se encuentran en el centro del Universo**, mientras que los restantes cuerpos celestes, giran con movimiento circular uniforme alrededor de la Tierra.

- El Universo está formado por cuatro elementos de la región terreste: Tierra, Agua, Aire, Fuego;

- Más la Quintaesencia o Éter que forma los cuerpos celestes.

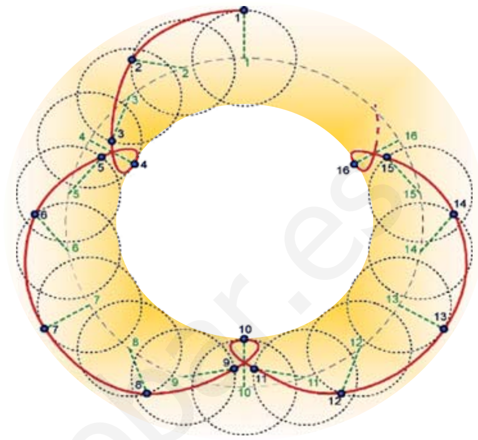
- **El modelo geocéntrico de Aristóteles** defiende una visión antropocéntrica del universo al situar al hombre, y con él a la Tierra, como centro del universo.

- **Las ideas de Aristóteles sobre el Universo predominaron en el mundo científico cerca de 20 siglos.**

- Tierra: Luna Mercurio Venus Sol Marte Júpiter Saturno Estrellas lejanas

1.3 El movimiento de los planetas a través de la historia

- **Teoría geocéntrica de Ptolomeo:** 100–170 d.c. Astrónomo greco-egipcio. Vivió en Alejandría (127-145).
- Su obra cumbre Megiste (El más grande), en árabe Almagesto, incluye un catálogo de 1022 estrellas, basado en el catálogo de Hiparco.
- **Defendió el modelo geocéntrico de de Aristóteles** (la Tierra es el centro del Universo) que dominó el pensamiento islámico y occidental durante la edad media, hasta el s.XVI. (Copérnico).
- Ptolomeo observó que los planetas realizaban movimientos retrógrados, volviendo sobre su trayectoria formando lazos en la esfera celeste.



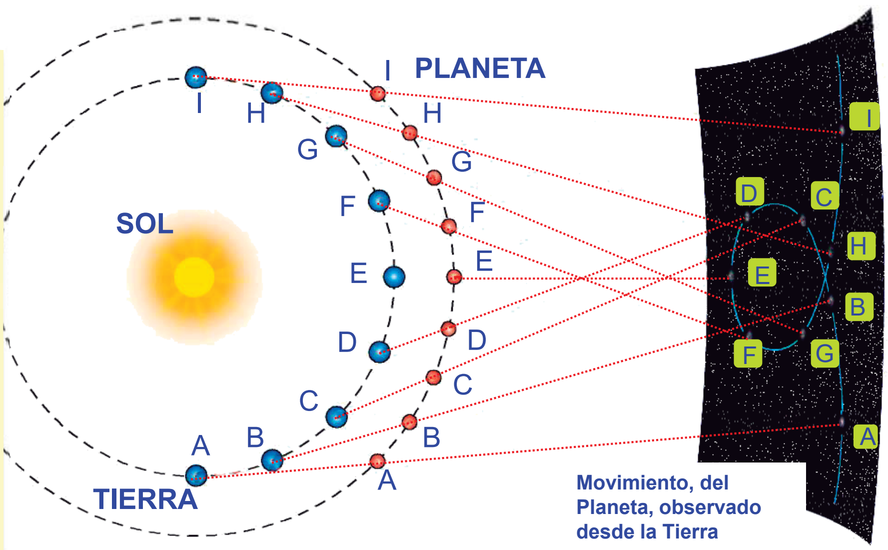
- Postuló que los planetas (salvo el Sol y la Luna) efectuaban dos tipos de movimientos: orbital (en el **epiciclo**) y otro que llevaba a cabo el centro del epiciclo alrededor de la Tierra en la órbita llamada **deferente**.

- El modelo de los epiciclos no daba respuesta a las caprichosas órbitas de algunos planetas, por lo que **hubo que introducir varios epiciclos, e incluso epiciclos dentro de otros epiciclos.**

1.4 El movimiento de los planetas a través de la historia

- **Teoría heliocéntrica de Copérnico:** 1473–1543 d.c. Astrónomo polaco.
- Se basó en escritos de astrónomos griegos, como Aristarco de Samos.
- En su obra más importante, Revolutionibus Orbium Coelestium 1543, el Sol está inmóvil y los planetas, incluida la Tierra, giran en órbitas circulares alrededor de él: **modelo heliocéntrico.**
- Las estrellas están fijas a gran distancia. Sus ideas tardaron en tomarse en serio.

- Desde la Tierra se apreciaba que planetas como Mercurio y Venus, que están más cercanos al Sol, tenían **un brillo variable** a lo largo del año, parecía indicar que las **distancias con respecto a la Tierra variaban** y por tanto no podían girar alrededor de esta.
- Se llegó a la conclusión que todos los planetas tenían que girar alrededor del Sol.



- Nicolás Copérnico establece los periodos orbitales alrededor del Sol (muy aproximados a los que hoy conocemos) y las distancias relativas de los planetas al Sol.

1.5 El movimiento de los planetas a través de la historia

- **Teoría heliocéntrica de Galileo Galilei:** 1564 Pisa – 1642 Florencia. Astrónomo y físico italiano.

- En 1609 construyó su primer telescopio con el que observó el cielo.
- Hace una defensa del sistema copernicano aportando pruebas.
- **Descubrió en sus observaciones:**
  - **la Vía Láctea**
  - **los Cráteres Lunares**
  - **los Satélites de Júpiter**
  - **las Manchas Solares**
  - **Las Fases de Venus**


Galileo Galilei. Pisa 1564

- Su obra, **Dialogo sobre los dos grandes sistemas del mundo** (1632), está escrita en forma de dialogo entre tres personajes:
- **Salviati** que defiende las ideas de Galilieo, **modelo heliocéntrico.**
- **Sagredo** que hace las preguntas y se deja convencer por Salviati.
- **Simplicio** que defiende la teoría de Ptolomeo.

- Es uno de los creadores del Método Científico.
- Fue profesor de matemáticas de la Universidad de Padua.
- La Inquisición le hizo abjurar.
- Procesado por el papa Urbano IV y confinado en su casa hasta su muerte.

1.6 El movimiento de los planetas a través de la historia

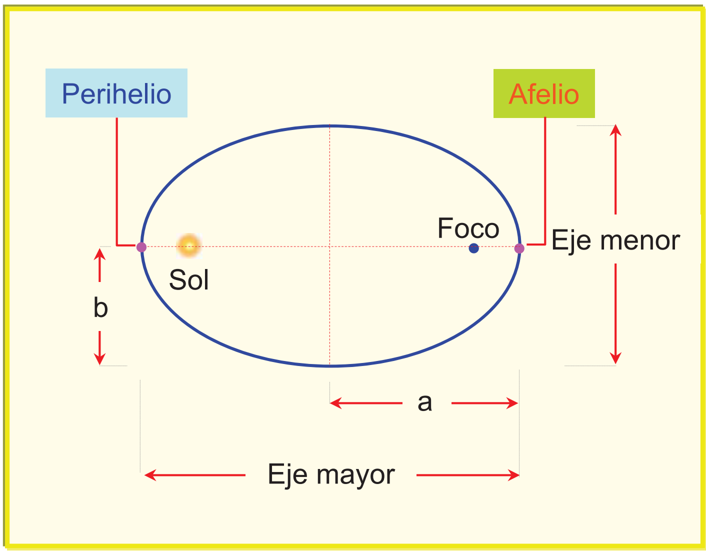
- **Teoría heliocéntrica de Johannes Kepler:** 1571 – 1630. Astrónomo alemán.

- Basándose en medidas precisas del danés **Ticho Brahe (1546-1601)** calcula las órbitas de los planetas, especialmente Marte, y enuncia las tres leyes que llevan su nombre.
- Cien años después, Newton, demostró que estas leyes son la consecuencia de una sola fuerza que existe entre dos masa cualesquiera y desarrolló su **Teoría de la Gravitación Universal.**

- **Leyes de Kepler**

- Primera ley Kepler:
- Las órbitas de las planetas son elípticas. El Sol ocupa uno de los focos.

- **Afelio:** es la posición del extremo del semieje mayor más alejada del Sol.
- **Perihelio:** es la posición más cercana, al Sol.

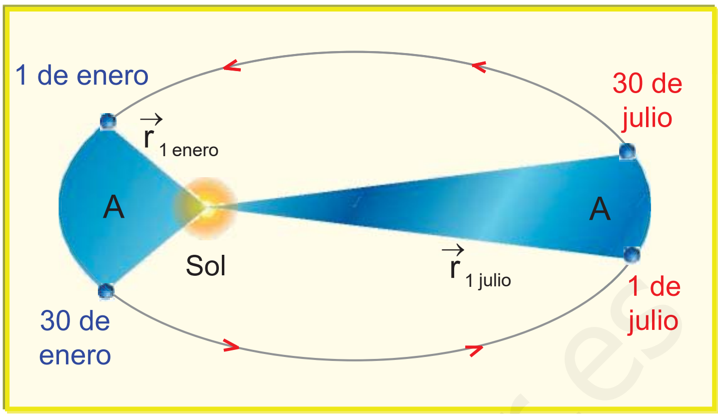


1.7 El movimiento de los planetas a través de la historia

- Segunda ley de Kepler:
- El radio que une el planeta con el Sol, barre áreas iguales en tiempos iguales: la velocidad areolar es constante.

- Consecuentemente el planeta va más deprisa al pasar cerca del Sol.
- Las dos primeras leyes se publican en el año 1609 en su obra Astronomía Nova.

$$V_{areolar} = \frac{dA}{dt} = cte$$



- Tercera ley de Kepler:
- Los cuadrados de los períodos orbitales de los planetas son proporcionales a los cubos de las distancias medias al Sol.

$$T^2 = k.a^3$$

- Esta ley es publicada en el año 1618 en su obra Armonías del Mundo.
- Las leyes de Kepler permiten deducir la Teoría de la Gravitación Universal.

1.8 El movimiento de los planetas a través de la historia

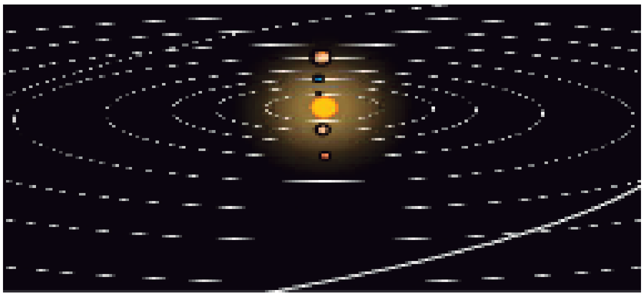
- **Comprobación de la tercera ley de Kepler**

Planeta	a Distancia al Sol (UA)	T Período de revolución (a)	$T^2\ (años)^2$	$a^3\ (UA)^3$	$K = \frac{T^2}{a^3}$
• **Mercurio**	0,387	0,241	0,058	0,058	1
• **Venus**	0,723	0,615	0,378	0,378	1
• **Tierra**	1,000	1,000	1,000	1,000	1
• **Marte**	1,524	1,881	3,538	3,540	1
• **Júpiter**	5,203	11,860	140,700	140,800	1
• **Saturno**	9,539	29,460	867,900	868,000	1
Urano	19,198	84	7056	7075	0,997
Neptuno	29,987	165	27225	26964	1,0097

- Planetas conocidos en la época en la que vivió KEPLER.

2.1 Nociones actuales sobre el sistema solar

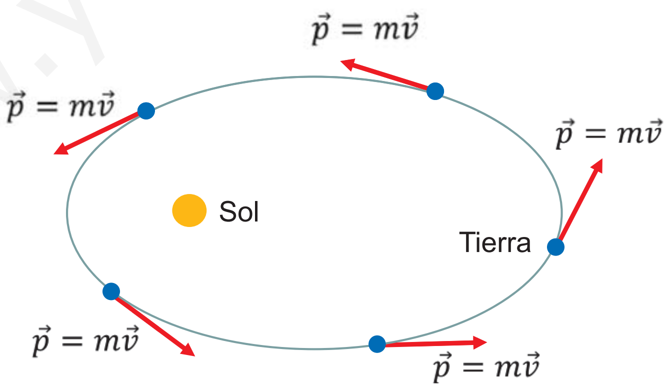
- El Sol no es centro de nada y nuestro sistema planetario es uno más.
- Nuestra galaxia (Vía Láctea) es una de los billones de galaxias que existen.



- Todos los planetas describen órbitas planas alrededor del Sol, casi todas ellas en el mismo plano.
- Todos los planetas se trasladan en el mismo sentido alrededor del Sol.
- El eje de rotación (excepto Urano y Plutón), es prácticamente perpendicular al plano de la órbita.
- Todos los planetas efectúan dos movimientos: rotación y traslación.

3.1 La traslación de los planetas

- Al estudiar la traslación de un planeta o satélite los consideraremos como puntos materiales dotados de masa.



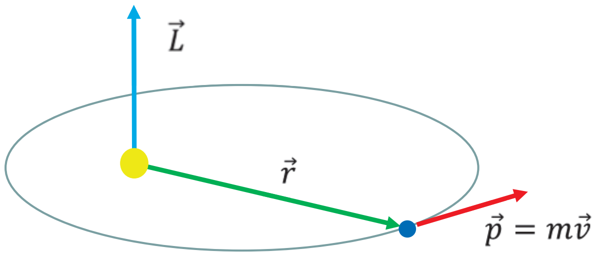
- La magnitud física que nos informa del estado de movimiento de un cuerpo es el **momento lineal o cantidad de movimiento.**

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

- Sin embargo esta magnitud no permanece constante en el movimiento planetario.

3.2 La traslación de los planetas

- **El momento angular se define como:** $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$
  - Depende del origen de referencia que se escoja



- La dirección de $\vec{L}$ es perpendicular al plano que forman $\vec{r}\ y\ \vec{p}$
- Su sentido se determina por la regla de la mano derecha
- El módulo viene dado por la expresión $L = r\,m\,v\ sen\,\alpha$
- Su unidad en el S.I. es kg.m^2/s
- **Se demuestra que el momento angular, es la magnitud física que permanece constante en el movimiento planetario.**

3.3 La traslación de los planetas

- **Conservación del momento angular**

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\left(\vec{r} \times \vec{p}\right)}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \vec{F}$$

- **El momento angular de un cuerpo varía cuando sobre él actúa el momento de una fuerza:** $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$

- **El momento angular será constante cuando:**

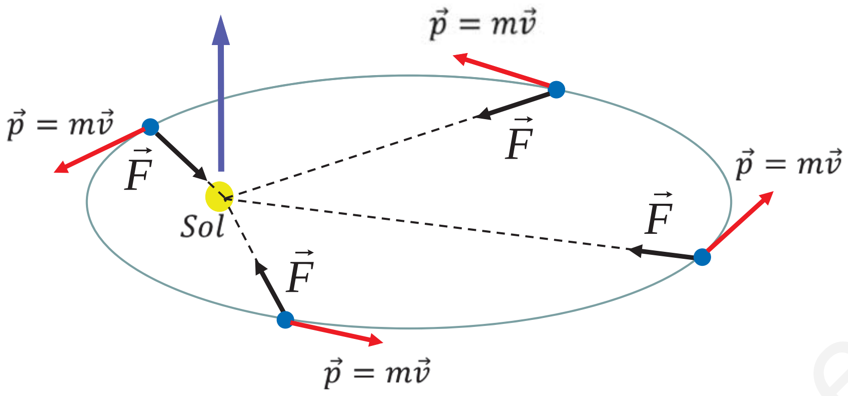
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte$$

- Cuando no actúa ninguna fuerza ($\vec{F} = 0$).
- Cuando $\vec{r}$ y $\vec{F}$ sean paralelos **(fuerzas centrales).** En este caso las fuerzas van dirigidas siempre al mismo punto.
- Dado que $\vec{L}$ es constante, la **trayectoria es siempre plana.**

3.4 La traslación de los planetas

- **Consecuencias de la constancia del momento angular**

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$



- Las órbitas de los planetas son estables y planas.
- La fuerza que gobierna el movimiento planetario es central.

- Los órbitas de los satélites en torno a los planetas son estables y planas.
- La fuerza que gobierna el movimiento de los satélites es central.

4.1 Precedentes de la ley de gravitación

- La fuerza que gobierna el movimiento de los astros es de tipo centrípeta, es decir, está dirigida hacia un punto.

- **Hooke y Halley** (en la época de Newton) suponían que la fuerza que gobierna el movimiento de los planetas era:
- **atractiva, centrípeta y disminuía con el cuadrado de la distancia.**

- Newton pensó que esa fuerza era la misma que hacia que una piedra cayera al suelo.

- Supuso que la Luna "*caía*" de forma continua igual que un proyectil. Así halló que la aceleración de caída disminuía con el cuadrado de la distancia.

- **La fuerza centrípeta:** $$F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$$

- **De acuerdo con la 3ª ley de Kepler:** $$F_c = m\frac{4\pi^2}{T^2}r = m\frac{4\pi^2}{k\,r^3}r = m\frac{4\pi^2}{k}\frac{1}{r^2}$$

- Las fuerzas que gobiernan los movimientos planetarios son centrípetas.
- Dichas fuerzas varían según el inverso del cuadrado de la distancia.
- Pero, *¿cuál era el significado físico de la constante k de la 3º ley de Kepler*?

4.2 Precedentes de la ley de gravitación. Ejercicio

- Teniendo en cuenta que la aceleración de “caída de la Luna hacia la Tierra” es de aproximadamente 0,0027 m/s^2, y que esta aceleración se debe a una fuerza centrípeta que responde a la expresión anterior.
- Determina el valor de k para el movimiento lunar despejándolo de dicha expresión.
- Compáralo posteriormente con el que se obtendría a partir de la tercera ley de Kepler.

- **Valor de k para el movimiento de “caída de la Luna”:**

$$F_c = m\frac{4\pi^2}{k}\frac{1}{r^2} = m\,a \;\Rightarrow\; k = \frac{4\pi^2}{a\,r^2} = 9{,}9.10^{-14}\,\frac{s^2}{m^3}$$

- **Valor de k de acuerdo con la 3ª ley de Kepler:**

$$k = \frac{T^2}{r^3} = 9{,}9.10^{-14}\,\frac{s^2}{m^3}$$

- De la coincidencia de resultados se asume que la fuerza que gobierna el movimiento de los planetas es centrípeta, de acuerdo con la 3ª ley de Kepler.

- La fuerza que hace caer una manzana, girar un satélite o “caer le Luna” es la misma: es centrípeta y depende inversamente del cuadrado de la distancia.

5.1 La ley de gravitación universal

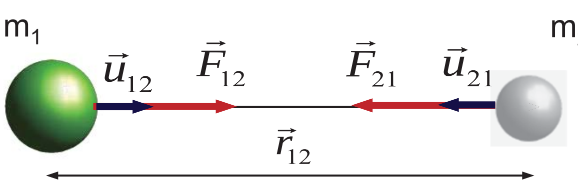
- **Issac Newton:** 1642-1727. Matemático, físico y astrónomo británico.
- Padre de la física clásica, por sus tres principios. Desde 1667 profesor en Cambridge.

- Teoría de la Gravitación Universal.
- Descomposición de la luz blanca.
- Cálculo infinitesimal junto con Leibniz.
- Binomio de Newton.
- Anillos de Newton.
- Teoría corpuscular de la luz.
- Construyó los primeros telescopios de reflexión.

Isacc Newton nació en Woolsthorpe, en 1642.

- Su gran obra, **“Los Principios Matemáticos de la Filosofía Natural”,** publicada en 1687, es el “final de la revolución iniciada por Copérnico”.

- **Teoría de la Gravitación Universal:**
- La interacción gravitatoria entre dos cuerpos es atractiva; una fuerza central directamente proporcional a las masas de los cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa (desde sus centros).



$$\vec{F} = -G\frac{m_1 . m_2}{r^2} . \vec{u}_r$$

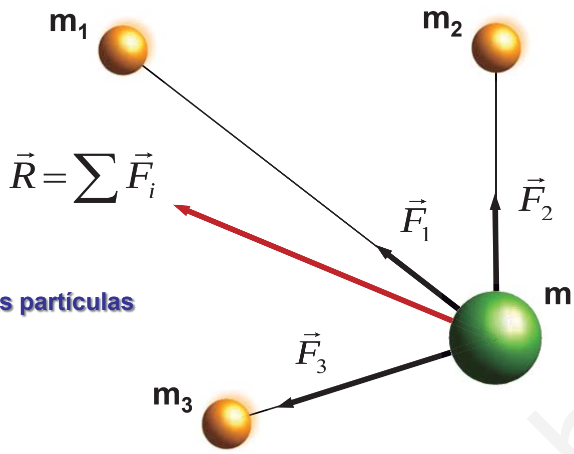
- Siendo G = 6,67.10^{-11} N.m^2/kg^2
- Una constante universal
- Determinada experimentalmente por Cavendish.

5.2 La ley de gravitación universal: principio de superposición

- La fuerza con que interaccionan dos masas es independiente de la presencia de otras; por tanto el **Principio de Superposición dice**:

- La fuerza que ejerce un conjunto de masas sobre otra es igual a la suma de las fuerzas que ejercen cada una sobre ella, consideradas individualmente.

- **Interacción entre varias partículas**



$$\vec{F}_{total\ sobre\ m}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3...=\sum\vec{F}_i=\vec{R}$$

6.1 Consecuencias de la ley de gravitación universal

- Aceleración de caída libre de los cuerpos en las superficies de los planetas

- Un cuerpo de masa m se encuentra a una altura h sobre la superficie de la Tierra, se halla sometido a una fuerza:

$$F=G\frac{M_T\,m}{(R_T+h)^2}$$

- Dicha fuerza le comunica una aceleración:

$$a=\frac{F}{m}=G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

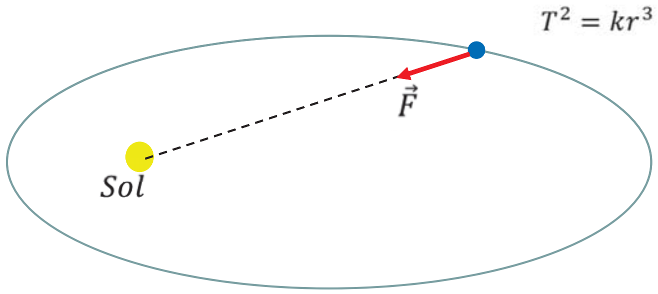
- La aceleración varía de manera inversa al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra. Si $h<<R_T$:

$$a=\frac{F}{m}=G\frac{M_T}{R_T^2}=9,8\ m.s^{-2}$$

- La aceleración con la que cae a la Tierra un objeto de masa m solo depende de la masa de la Tierra y no de la del objeto.

6.2 Consecuencias de la ley de gravitación universal

- Significado físico de la constante k en la 3ª ley de Kepler



- Sea un planeta de masa m que orbita en torno al Sol:

$$G\frac{M_{Sol}\, m}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r \quad\Rightarrow\quad T^2 = \frac{4\pi^2}{G\,M_{Sol}}r^3 \quad\Rightarrow\quad k = \frac{4\pi^2}{G\,M_{Sol}}$$

- El valor de k para el movimiento de todos los planetas del sistema solar es el mismo, y sólo depende de la masa del Sol pero no de la masa de cada planeta.

- **Determinación de las masas planetarias**

- Consideremos un satélite de un planeta

$$G\frac{M_P\, m}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r \quad\Rightarrow\quad M_P = \frac{4\pi^2}{G\,T^2}r^3$$

7.1 Análisis de los factores que intervienen en la LGU

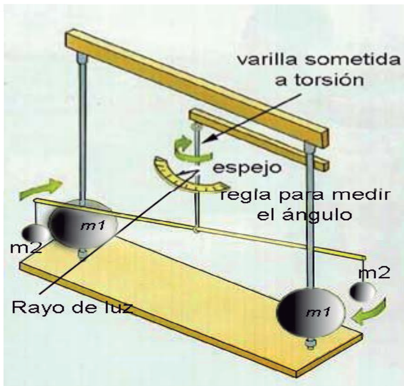
- Determinación de la constante de gravitación universal G

- Newton no mencionó la constante G.
- Para calcular G había que conocer la masa de la Tierra:

$$G = g\frac{R_T^2}{M_T}$$

- **Cavendish (1731 – 1810),** utilizando la balanza de torsión, logro medir la constante G. O, dicho de otra forma, ¡logró medir la masa de la Tierra!

- Es una constante universal: $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2/kg^2$



- Masa inercial y masa gravitacional

- Masa inercial, m_i, es la medida cuantitativa de la inercia de un cuerpo.

- Masa gravitatoria, m_g, es la responsable de la interacción gravitatoria.

- ¿La masa inercial es a su vez responsable de la gravitación?

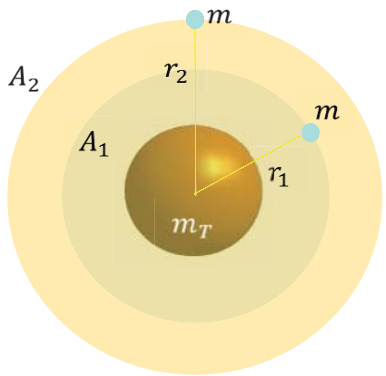
$$F = G\frac{M_{Tg}\, m_g}{R_T^2} = m_i g \quad\Rightarrow\quad g = \frac{m_g}{m_i}\, G\frac{M_{Tg}}{R_T^2}$$

- Como g es la misma para todos los cuerpos, (m_g/m_i) siempre es igual para todos los cuerpos
- **La masa inercial y la masa gravitacional son la misma magnitud.**

7.2 Análisis de los factores que intervienen en la LGU

- El inverso del cuadrado de la distancia

- La acción gravitatoria se distribuye por igual en todas direcciones, de cada una de las esferas de radios r_1 y r_2 .
- La masa del cuerpo está concentrada en su centro, como de si de un foco puntual se tratase.



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{4\pi r_2^2}{4\pi r_1^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

- **Es la ley del inverso del cuadrado de la distancia**

8. Ejercicios

1. A partir de los datos orbitales terrestres con respeto al Sol (T = 365 días y distancia Tierra-Sol $1{,}496.10^{11}$ m) determina cuanto tardará Júpiter en completar una órbita alrededor del Sol (en segundos y años terrestres) sabiendo que su distancia al Sol es de $7{,}78.10^{11}$ m.

2. Un cuerpo de 3 kg de masa se mueve con una velocidad de $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}\ m/s$. Determina su momento angular con respecto al origen (0,0) cuando el cuerpo se encuentra en el punto (4,1). ¿Qué dirección tiene el momento angular?

3. Teniendo en cuente que la masa de la Tierra es de 6.10^{24} kg, que su distancia media al Sol es $1{,}496.10^{11}$ m y que su periodo orbital es de 365 días, determina:
a) Su momento angular de traslación respecto del Sol
b) La velocidad areolar del movimiento de traslación respecto del Sol.
c) A partir del valor anterior y dando por cierto que la distancia al sol permanece invariable en el trascurso de un día, determina que distancia recorre la Tierra en un día durante su movimiento orbital. Compáralo con el que se obtendría al dividir la longitud orbital entre los 365 días.

4. Si G = $6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2 , la masa de la Tierra = 6.10^{24} kg y el radio de la Tierra es 6370 km, determina:
   a) La fuerza con que la Tierra atrae a una piedra de100 g.
   b) La fuerza con que la piedra atrae a la Tierra.
   c) El valor de la aceleración que adquiere la piedra sometida a esa fuerza.
   d) El valor de la aceleración que adquiere Tierra sometida a esa misma fuerza.
   e) La fuerza con que la Tierra atraerá a otra piedra a una piedra cuya masa es de de10 kg, así como la aceleración que adquiere.

8. Ejercicios

5. Tenemos cuatro partículas iguales de 2 kg de masa en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Determina el módulo de la fuerza gravitatoria que experimenta cada partícula debido a la presencia de las otras tres.

6. El diámetro de Venus es de 12120 km y su densidad media es de 5200 kg/m^3. ¿Hasta que altura ascendería un objeto lanzado desde su superficie con una velocidad inicial de 30 m/s?

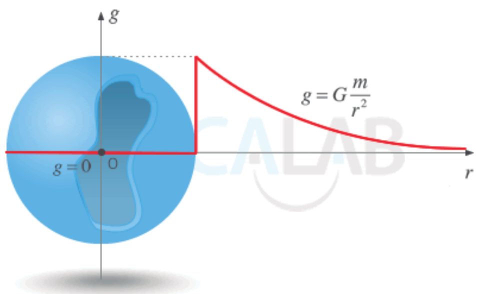
7. El satélite de Júpiter llamado Ío tiene un período de revolución de 42 horas 29 minutos, y su distancia media a Júpiter es de 422 000 km. ¿Cuál es la masa de Júpiter?

8. Si el período de un péndulo simple que oscila bajo ángulos pequeños viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

a) ¿Qué le ocurriría a dicho período si lo alejáramos hasta el doble de la distancia que hay entre el péndulo y el centro de la Tierra?
b) ¿Qué le ocurriría en ese mismo caso a la frecuencia de oscilación?

Tema 02
El campo gravitatorio



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

02. El campo gravitatorio: Índice

CONTENIDOS	
1. Concepto de campo · 2. Campo gravitatorio · 3. Enfoque energético del campo · 4. Representación gráfica del campo · 5. Movimiento de cuerpos en un campo gravitatorio	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
1. Asociar el campo gravitatorio a la existencia de masa y caracterizarlo por la intensidad del campo y el potencial.	1.1. Diferencia entre los conceptos de fuerza y campo, relación entre intensidad del campo gravitatorio y la aceleración de la gravedad. 1.2. Representa el campo gravitatorio mediante las líneas de campo y las superficies de equipotencial.
2. Reconocer el carácter conservativo del campo gravitatorio por su relación con una fuerza central y asociarle un potencial gravitatorio.	2.1. Carácter conservativo del campo gravitatorio y determina el trabajo realizado por el campo a partir de las variaciones de energía potencial.
3. Interpretar las variaciones de energía potencial y el signo de la misma en función del origen de coordenadas energéticas elegido.	3.1. Calcula la velocidad de escape de un cuerpo aplicando el principio de conservación de la energía mecánica.
4. Justificar las variaciones energéticas de un cuerpo en movimiento en el seno de campos gravitatorios.	4.1. Aplica la ley de conservación de la energía al movimiento orbital de diferentes cuerpos como satélites, planetas y galaxias.
5. Relacionar el movimiento orbital de un cuerpo con el radio de la órbita y la masa generadora del campo.	5.1. Velocidad orbital de un cuerpo, y la relaciona con el radio de la órbita y la masa del cuerpo. 5.2. Hipótesis de la existencia de materia oscura a partir de de rotación de galaxias y la masa del agujero negro central.
6. Conocer la importancia de los satélites de comunicaciones, GPS y meteorológicos y las características de sus órbitas.	6.1. Aplicaciones virtuales para el estudio de satélites de órbita media (MEO), órbita baja (LEO) y de órbita geoestacionaria (GEO).

1.1 Concepto de campo

- **Campo** se define como una región del espacio dónde existe una determinada propiedad escalar o vectorial. Según dicha propiedad, podemos hablar de :

- **Campo escalar:** es aquel en el que la magnitud física que lo define es escalar.
- **La temperatura, la presión atmosférica, la densidad del aire o el potencial gravitatorio o eléctrico, en distintos lugares de la Tierra, son ejemplos de campos escalares.**
- En general los campos escalares son función del tiempo y se representan por la función T (x, y, z, t), son campos no estáticos.

- **Campo vectorial:** cuando la magnitud física que lo define es un vector.
- Entre los campo vectoriales, son especialmente importantes los campos de fuerzas.
- **Son campos vectoriales de fuerzas el campo gravitatorio y el campo eléctrico.**

- Un campo vectorial es de fuerzas cuando en cada punto del mismo actúa una fuerza sobre un partícula sensible (testigo) que coloquemos en él.

- **El valor de la fuerza que el campo ejerce depende de:**

- **Una magnitud vectorial** $\vec{E}$ propia del campo, función de las coordenadas que llamamos, **intensidad de campo.**

- **Una magnitud escalar m/q** que es característica de la **partícula sensible** que se coloque en el campo.

1.2 Concepto de campo

- Un campo de fuerzas como el gravitatorio se pone de manifiesto por la fuerza que el campo ejerce sobre una partícula de masa m que se coloque en él. Se cumple:

$$\vec{F} = m.\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{m}$$

- Siendo $\vec{E}$ **la Intensidad de Campo** o fuerza que el campo ejerce sobre la unidad de masa que se coloque en un punto de él.

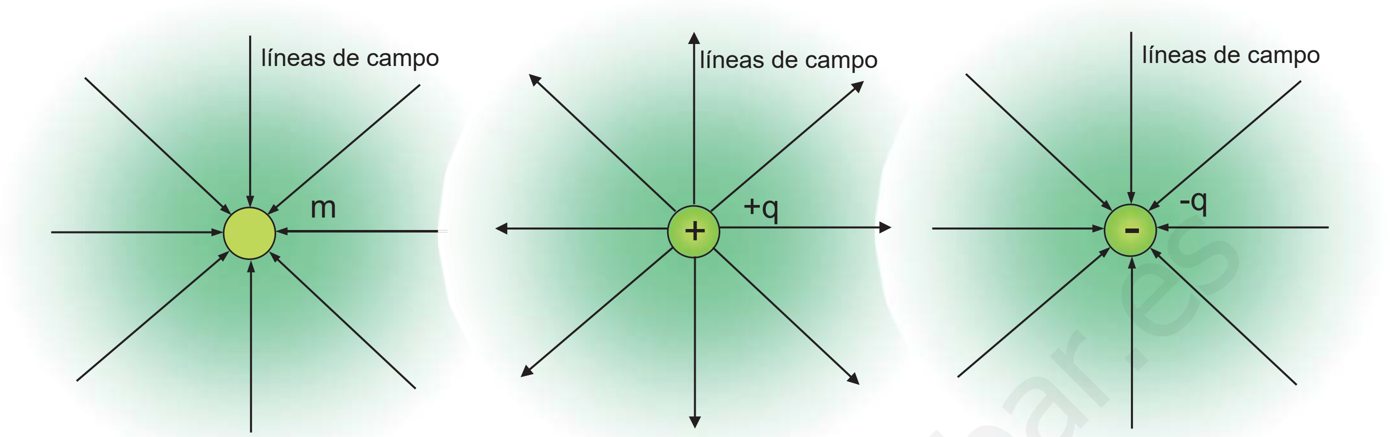
- Posee la misma dirección y sentido que la fuerza y se mide en N/kg.

- Análogamente se define la **Intensidad de Campo Eléctrico**, sin más que hablar de cargas en vez de masas, como la fuerza que el campo ejerce sobre la unidad de carga positiva.

- **Los campo gravitatorio y eléctrico son campos de fuerzas centrales:** la dirección de la fuerza en cada uno de sus puntos pasa siempre por un punto fijo, llamado centro de fuerzas.
- **Presentan simetría esférica.**
- **Estas fuerzas son conservativas** y cumplen el principio de conservación de la energía mecánica.

1.3 Líneas de campo

- **Un campo de fuerzas se representa gráficamente mediante líneas de campo o de fuerza.**
- Son en todo punto tangentes al campo y corresponden al camino que sigue una partícula sensible dejada libremente en el campo.
- La partícula sensible será la unidad de masa en el campo gravitatorio y la unidad de carga positiva en el campo eléctrico.
- Si el campo es más intenso se dibujan un mayor número de líneas de campo.



Las masas son sumideros de líneas de campo

Las cargas positivas son manantiales de líneas de campo

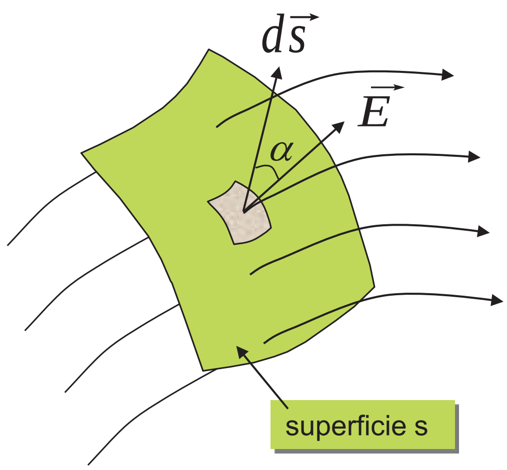
Las cargas negativas son sumideros de líneas de campo

- Son **campos radiales** porque la fuerza está dirigida en la dirección del radio vector que une los centros de las cargas o de las masas; este tipo de campos se llaman también campos de fuerzas centrales.

1.4 Flujo del vector intensidad de campo a través de una superficie

- **El flujo y la circulación son dos propiedades matemáticas de los campos** que nos sirven para poder describirlos.
- Sea una superficie cualquiera situada en un campo vectorial. Dicha superficie está atravesada por líneas de campo.
- Se define el flujo elemental del vector intensidad de campo a través de la superficie de área ds mediante la expresión:

$$d\phi = \vec{E}.d\vec{s} = E.ds\cos\alpha$$



- **El flujo elemental que atraviesa la superficie elemental de la figura es el producto escalar del vector intensidad de campo y vector superficie.**
- El flujo total se calcula integrando a toda la superficie:

$$\phi_{TOTAL} = \int_s \vec{E}.d\vec{s}$$

- **La integral es el flujo total del vector intensidad de campo a través de la superficie.**

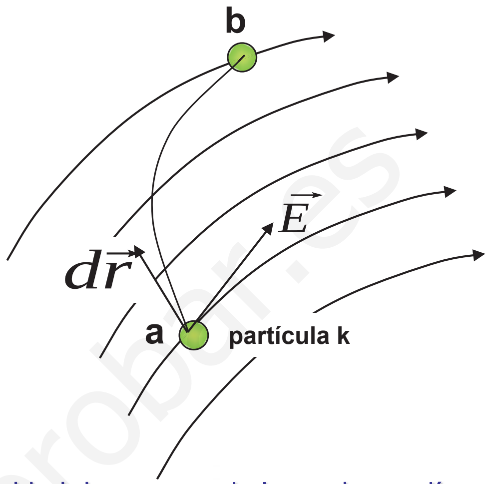
1.5 Circulación del vector intensidad de campo a lo largo de la curva ab

- Sea un campo vectorial de fuerzas representado por sus líneas de fuerza o de campo.
- Cuando una partícula (de masa o carga) k, se traslada por las fuerzas del campo, desde un punto a hasta otro punto b, dicho campo realiza un trabajo que viene dado por la expresión:

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}.d\vec{r} = \int_a^b k\vec{E}.d\vec{r} = k\int_a^b \vec{E}.d\vec{r}$$

- Llamamos **circulación del vector intensidad de campo a lo largo de la curva ab** a la siguiente expresión:

$$\boxed{C = \int_a^b \vec{E}.d\vec{r}}$$



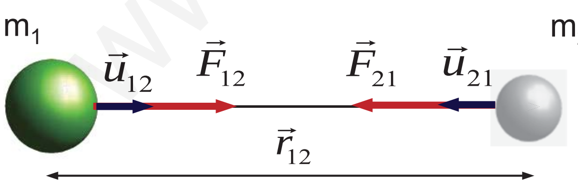
- A lo largo de una línea cerrada la circulación vale:

$$C = \oint \vec{E}.d\vec{r} = \int_a^b \vec{E}.d\vec{r} + \int_b^a \vec{E}.d\vec{r}$$

- **En un campo conservativo la circulación del vector intensidad de campo a lo largo de una línea cerrada es cero.**

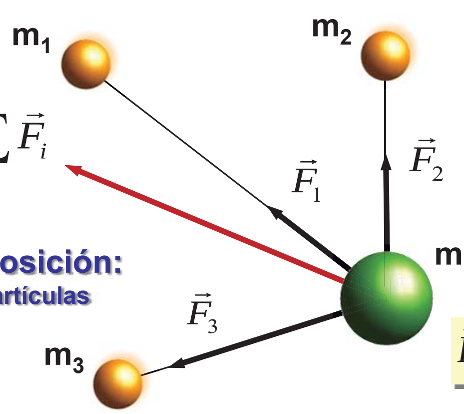
2.1 La ley de gravitación universal

- **Issac Newton:** 1642-1727. Matemático, físico y astrónomo británico.
- Padre de la física clásica, por sus tres principios. Desde 1667 profesor en Cambridge.
- **Teoría de la Gravitación Universal:**
- La interacción gravitatoria entre dos cuerpos es atractiva; una fuerza central directamente proporcional a las masas de los cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa (desde sus centros).



$$\boxed{\vec{F} = -G\frac{m_1.m_2}{r^2}.\vec{u}_r}$$

- Siendo G = 6,67.10^{-11} N.m^2/kg^2
- Una constante universal
- Determinada experimentalmente por Cavendish.



- **Principio de superposición:**
  Interacción entre varias partículas

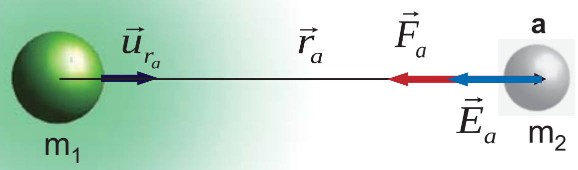
- La fuerza que ejerce un conjunto de masas sobre otra es igual a la suma de las fuerzas que ejercen cada una sobre ella, consideradas individualmente.

$$\boxed{\vec{R}_m = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 ... = \sum \vec{F}_i = \vec{R}}$$

2.2 Intensidad de campo gravitatorio: campo creado por una masa puntual

- **Intensidad de campo gravitatorio.** Se define la intensidad en un punto de un campo gravitatorio como la fuerza que actúa en ese punto sobre la unidad de masa (1kg) que se coloque en él.

- Consideramos la masa m_1 la que crea el campo gravitatorio, y en el punto "a" determinado por su vector de posición $\vec{r}_a$, calculamos la **Intensidad de Campo Gravitatorio**:



$$\vec{E}_a = \frac{\vec{F}_a}{m_2} = -G\frac{m_1}{r_a^2}.\vec{u}_{r_a}$$

- la masa m_1 es la que crea el campo gravitatorio
- m_2 se encuentra en el campo gravitatorio creado por m_1
- Vector Intensidad de campo en a

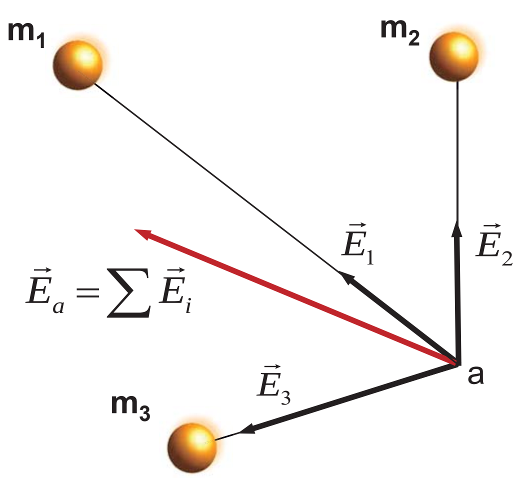
- El valor de $\vec{E}_a$ depende de la masa m_1 que crea el campo y del punto $\vec{r}_a$.

- El campo gravitatorio se puede representar mediante líneas de fuerza o de campo que son siempre tangentes en cada punto al vector intensidad de campo. El número de líneas de fuerza nos dará idea del valor de la intensidad de campo.

2.3 Intensidad de campo gravitatorio: Principio de superposición

- **La intensidad de campo gravitatorio creado por varias masas puntuales en un punto es la suma vectorial de los campos que crean en ese punto cada una de esas masas.**

- Campo creado por varias masas, **m_1, m_2 y m_3, en un punto a :**



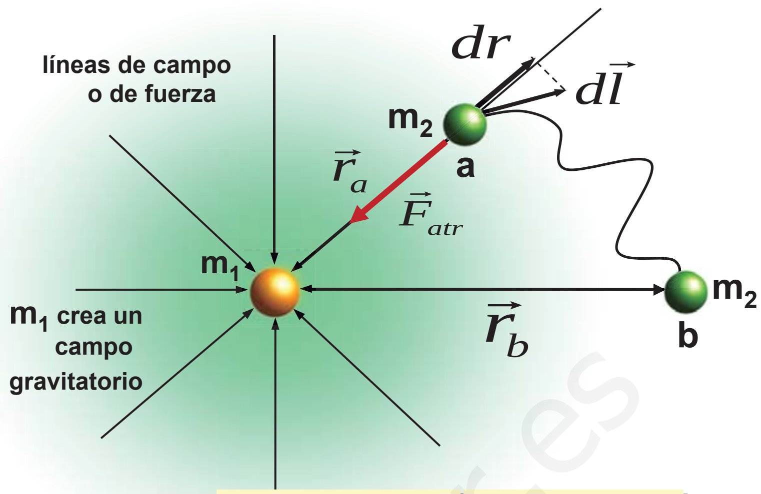
$$\vec{E}_{total\ en\ a} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \sum \vec{E}_i$$

3.1 Trabajo en el campo gravitatorio

- **Vamos a calcular el trabajo realizado por las fuerzas (conservativas) del campo para llevar la partícula de masa m_2 desde el punto a hasta el punto b.**

- Cualquier desplazamiento elemental $d\vec{l}$ a lo largo del camino seguido, al multiplicarlo escalarmente por el vector unitario $\vec{u}_r$, que nos indica la dirección del vector fuerza, da lugar a que sólo contribuya a la expresión del trabajo, el desplazamiento radial dr :

$$\vec{u}_r \cdot d\vec{l} = 1 \cdot dl \cos\alpha = dr$$



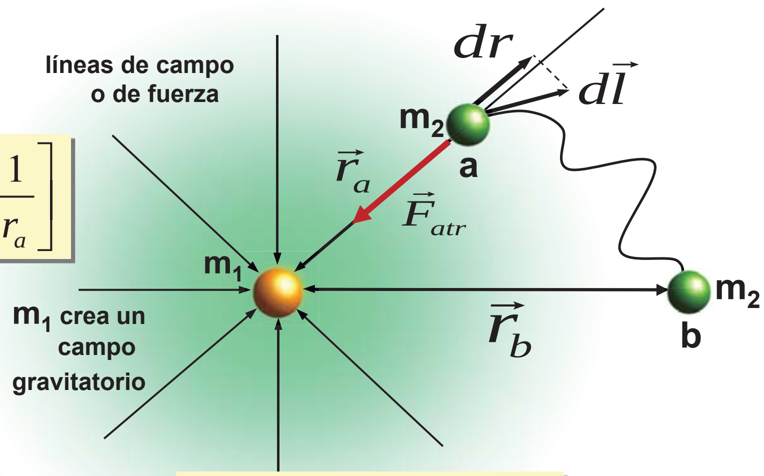
$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r \cdot d\vec{l} = \int_a^b -G\frac{m_1 m_2}{r^2} dr = -Gm_1m_2\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = Gm_1m_2\left[\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right]$$

- El trabajo realizado por el campo depende sólo de los **puntos inicial a y final b, no del camino recorrido,** por lo tanto **el campo gravitatorio es conservativo y la fuerza que ejerce el campo es conservativa.**

3.2 Trabajo en el campo gravitatorio

- **Trabajo realizado por las fuerzas (conservativas) del campo para llevar la partícula de masa m_2 desde el punto a hasta el punto b.**

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = Gm_1m_2\left[\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right]$$



- **Las masas se acercan, el trabajo lo realiza la fuerza gravitatoria (campo):** $Si\ r_b < r_a \Rightarrow W_{ab}\ es\ (+)$

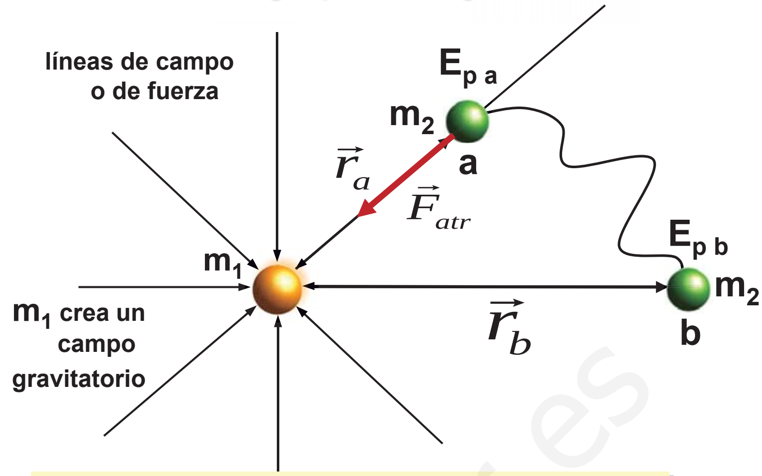
- **Las masas se separan, el trabajo lo realiza un agente exterior al campo (nosotros):** $Si\ r_b > r_a \Rightarrow W_{ab}\ es\ (-)$

- Que el trabajo realizado por el campo dependa sólo de los puntos inicial a y final b, no del camino recorrido, nos permite decir que el **campo gravitatorio es conservativo** y consecuentemente la fuerza que ejerce el campo es conservativa.

4.1 Trabajo y energía potencial gravitatoria

- **Energía potencial:** en los campo conservativos, como el campo gravitatorio, se puede definir una función escalar que sólo depende de cada uno de sus puntos, a esa función de las coordenadas le llamamos energía potencial gravitatoria.

- El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria del campo representa una disminución de energía potencial.
- Asignamos a cada punto del campo un valor de energía potencial, tomando el punto que nos interese como origen de energías.
- Al punto b, supuesto en el infinito, le asignamos valor cero de Energía Potencial.



$$Si\ r_b \to \infty \Rightarrow \frac{1}{r_b} \to 0\ :\ E_{pb} = 0$$

$$W_{ab} = -\Delta E_p = E_{p_a} - E_{p_b} = G m_1 m_2 \left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right]$$

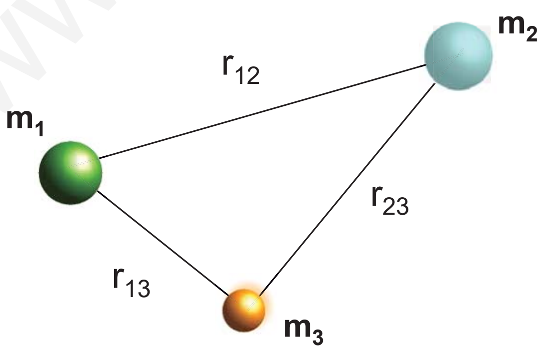
$$E_{p_a} = -G\frac{m_1 m_2}{r_a}$$

- **Energía Potencial en a**

- El signo menos (-) representa el trabajo que “nosotros” hemos de hacer para llevar la masa m_2 desde el punto a hasta el punto b.
- La energía potencial en “a” depende: del punto del campo, y de ambas masas m_1 y m_2.

4.2 Energía potencial gravitatoria de un sistema de partículas

- **La energía potencial gravitatoria**, de un sistema de tres o más partículas es la suma de la energía de todas las parejas de partículas que constituyen el sistema:



- **Siempre es negativa**

$$E_{p\ sistema} = -G\left[\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right] = -G\sum_{pares}\frac{m_i m_j}{r_{ij}}$$

- **Energía Potencial Gravitatoria de un Sistema de Partículas**

5.1 Potencial gravitatorio

- **El Potencial Gravitatorio** se define como el trabajo o la energía potencial por unidad de masa. Es una magnitud escalar, por lo que describe de manera más sencilla el campo.

- La diferencia de potencial (V_a - V_b) entre dos puntos de un campo gravitatorio, es el trabajo que realiza el campo para llevar la unidad de masa desde el punto a hasta el punto b:

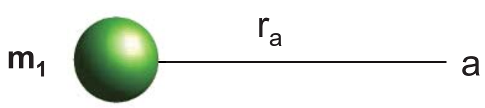
$$-\Delta V = V_a - V_b = \frac{W_{ab}}{m_2} = G\, m_1\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

- Se mide en J/kg en el S.I

- El punto b, supuesto en el infinito, toma el valor cero de Potencial:

$$Si\ r_b \to \infty \Rightarrow \frac{1}{r_b} \to 0\ :\ V_b = 0$$

- Por tanto el Potencial en cualquier otro punto a vale:

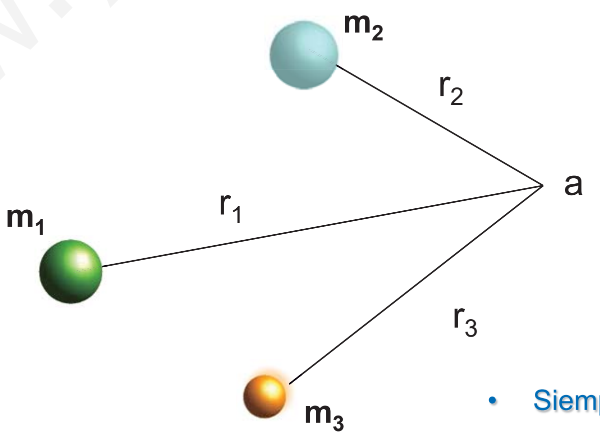


$$V_a = -G\frac{m_1}{r_a}$$

- Siempre es negativo

5.2 Potencial gravitatorio

- **El potencial gravitatorio** de un sistema de varias partículas, en un punto, es la suma escalar de los potenciales de cada una de las partículas que constituyen el sistema:



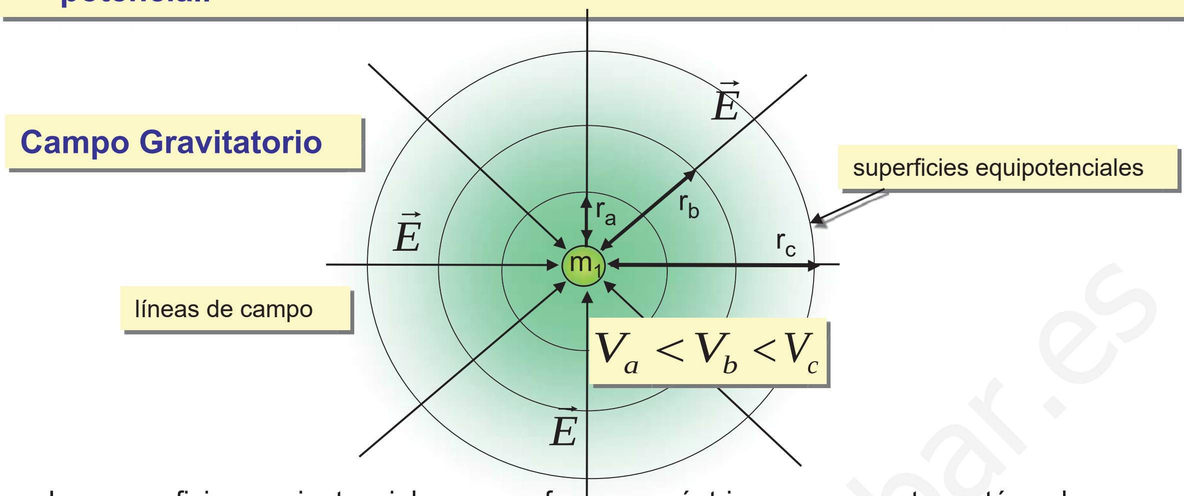
- Siempre es negativo

- El potencial creado por un Sistema de Partículas:

$$V_{a\ part} = -G\left[\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3}\right] = -G\sum_{part}\frac{m_i}{r_i}$$

6.1 Superficies equipotenciales

- Si un campo de fuerzas es conservativo, además de representarlo por líneas de fuerza, también se representa por superficies equipotenciales.
- Por lo tanto, el **campo gravitatorio se puede representar mediante superficies equipotenciales: lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial.**



- Las superficies equipotenciales son esferas concéntricas, cuyo centro está en la masa m_1 que crea el potencial (el campo).
- **Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de campo.**
- A lo largo de una superficie equipotencial el trabajo que se realiza es nulo.
- **El vector intensidad de campo gravitatorio/eléctrico se dirige siempre hacia potenciales decrecientes.**

7.1 Relación entre intensidad de campo y potencial

- **Una masa, crea un campo, que podrá definirse mediante una:**
  - **una magnitud vectorial: INTENSIDAD DE CAMPO**
  - **una magnitud escalar: POTENCIAL**
- Si derivamos la expresión del potencial respecto de r:

$$V = -G\frac{m}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{dV}{dr} = G\frac{m}{r^2} = -\vec{E} \qquad dV = -\vec{E}.d\vec{r}$$

- El signo menos indica que el vector intensidad de campo siempre se dirige hacia potenciales decrecientes.
- Si el vector desplazamiento dr y el vector E son del mismo sentido, el trabajo es positivo (+W), nos movemos hacia potenciales decrecientes.

- **En general el potencial V es función de tres coordenadas: V (r) = V (x,y,z); a partir de él podemos calcular las componentes cartesianas del campo:**

- **El vector intensidad de campo es:**

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)V = -grad\,V = -\nabla V$$

- **Estas expresiones son las derivadas parciales de V respecto de x, y, z.**

- **Ej: si la función potencial es V = 4X²·2Y + y + Z³; el vector intensidad de campo es:**

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\left(4x^2y + y + z^3\right)$$
$$= -8xy\,\vec{i} - \left(4x^2 + 1\right)\vec{j} - 3z^2\,\vec{k}$$

8.1 Campo gravitatorio terrestre

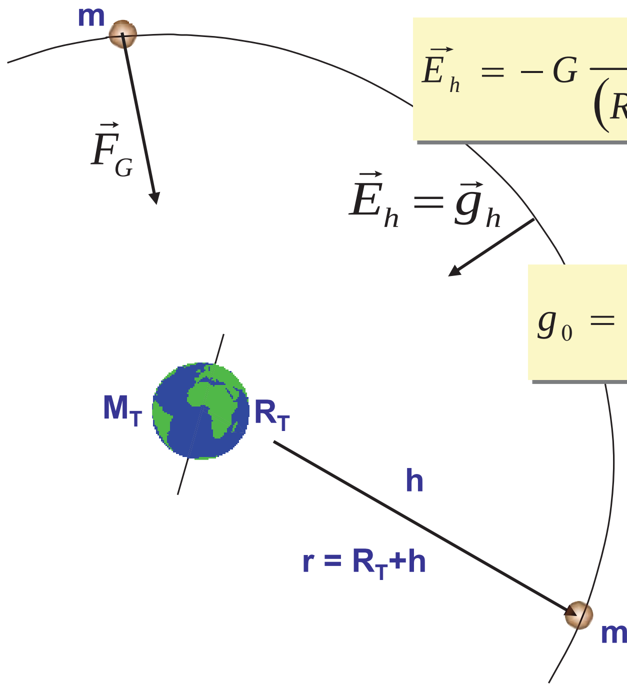
- La fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo de masa m situado a una distancia r de su centro, es el PESO de ese cuerpo:

$$\vec{F}_G = -G\frac{M_T m}{r^2}\vec{u}_r = -G\frac{M_T\, m}{(R_T+h)^2}\vec{u}_r = m\,\vec{g}_h = Peso$$

- Se deduce, que **la intensidad en un punto de un campo gravitatorio terrestre….**

$$\vec{E}_h = -G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\vec{u}_r = \vec{g}_h$$

- **….es igual a la aceleración de la gravedad en ese punto del campo.**



- **Cálculo de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra (g_o) y a una altura h (g_h) :**

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_h = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = g_0\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

- **Siendo:** $g_o R_T^2 = GM_T$

$$E_{p_h} = -G\frac{M_T m}{R_T+h}$$

$$V_h = -G\frac{M_T}{R_T+h}$$

- **Los valores de la Energía Potencial y Potencial, en campo gravitatorio terrestre, son siempre negativos.**

8.2 Campo gravitatorio terrestre: satélites artificiales

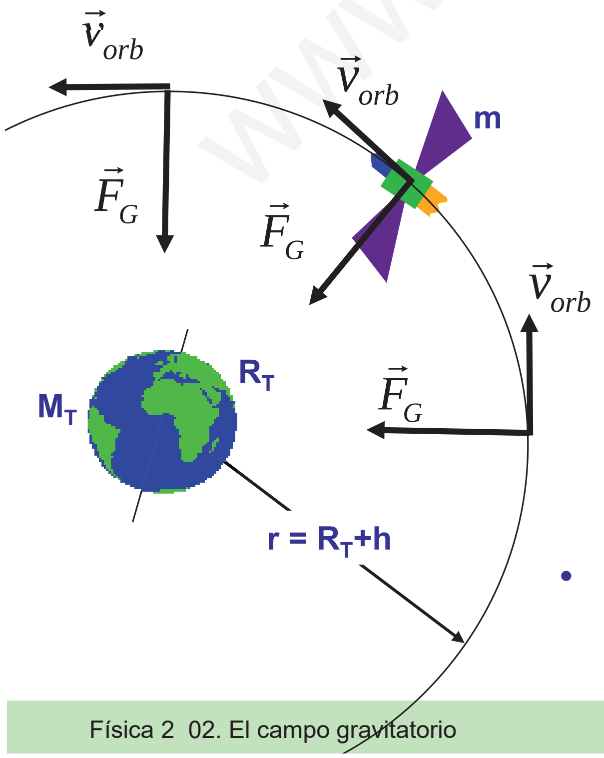
- **La fuerza gravitatoria terrestre es la responsable de que el satélite esté ligado a la Tierra:**

$$F_G = G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v_{orb}^2}{r} = mw^2 r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

- **A partir de la fuerza gravitatoria se calcula la velocidad orbital del satélite en su órbita y el periodo T:**

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi\, r}{v_{orb}}$$



- **La Energía Mecánica de un satélite en su órbita será la suma de su Energía Cinética más su Energía Potencial:**

$$E_{MEC} = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv_{orb}^2 - G\frac{M_T m}{r}$$

$$= \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{r} - G\frac{M_T m}{r} = -\frac{GM_T m}{2r}$$

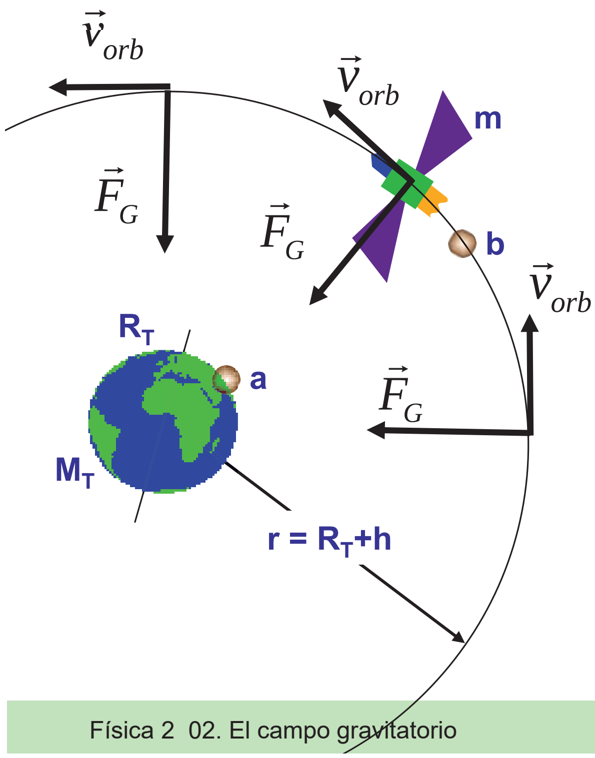
- **La Energía Mecánica de un satélite siempre es negativa, significa que el satélite está atrapado en su órbita, y para sacarlo de ella hay que suministrarle esa energía.**

8.3 Campo gravitatorio terrestre: P. conservación energía mecánica

- **Entre dos puntos cualesquiera, supuesto uno en la superficie de la Tierra (a) y otro a una cierta altura h (b), se cumple el PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA:**

$$E_{Mec_a} = E_{Mec_b}$$

$$\frac{1}{2} m v_a^2 - \frac{G M_T m}{R_T} = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{G M_T m}{(R_T + h)}$$



- **Podemos calcular la velocidad comunicada en "a" al satélite para ponerlo en esa órbita.**

- **Velocidad de escape de un satélite (V_e)**

- **Velocidad con la que debe lanzarse un cuerpo desde la superficie de la Tierra, para vencer la atracción terrestre y no volver a la Tierra.**
- **Hay que comunicarle una energía cinética equivalente al trabajo para desplazar el satélite desde la superficie de la Tierra hasta el infinito:**

$$E_{C_a} = W_{R_T \to \infty} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_a^2 - \frac{G M_T\, m}{R_T} = 0 \Rightarrow$$

$$v_{escape\ Tierra} = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}} = \sqrt{2 g_0 R_T} = 11,2\ \frac{km}{s}$$

8.4 Movimiento de cuerpos en el campo gravitatorio

- **Satélites de órbita terrestre**

Órbita terrestre baja (LEO)	Órbita terrestre media (MEO)	Órbita geoestacionaria (GEO)
• El radio de la órbita está entre 600 y 1200 km. • El plano de la órbita tiene una orientación fija respecto del Sol (heliosíncronas). • Usos: - Localización de personas. - Observación de la Tierra. - Estudio de cosechas. - Análisis de la masa forestal. - Telefonía móvil. - Transmisión de datos.	• El radio de la órbita está entre 10000 y 20000 km. • Usos: - Telefonía móvil. - Televisión. - Medida de elementos espaciales. - Localización de personas, vehículos con fines civiles y militares (GPS, a 20200 km)	• Se encuentra siempre sobre el mismo punto de la superficie terrestre, a una altura sobre la superficie de unos 35900 km. • El periodo de la órbita coincide con el de rotación de la Tierra (24 h). • Usos: - Meteorología. - Comunicaciones

9. Ejercicios de campo gravitatorio

5. Un objeto de $m_1 = 10^{20}$ kg se considera fijo; a 2000 km hay otro $m_2 = 10^5$ kg. Calcular: a) la fuerza que actúa sobre esta última; b) el módulo de la intensidad de campo en el sitio ocupado por m_2 ; c) el trabajo que se realiza para alejar m_2 10 km de m_1 .

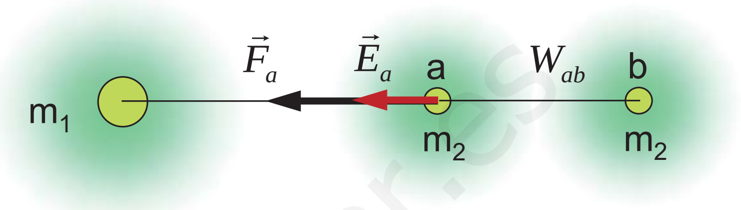
- Sol: -166,75 N ; $-1{,}66.10^{-3}$ N/kg ; $-1{,}65.10^6$ J.

- a) La fuerza gravitatoria entre ambas masas se calcula a partir de la ley de Newton:

$$\vec{F}_{grav} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r = -6{,}67.10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}.\frac{10^{20}kg.10^5 kg}{(2.10^6 m)^2}\vec{u}_r = -166{,}75\vec{u}_r\ N$$

- b) La intensidad de campo en a:

$$\vec{E}_{grav} = \frac{\vec{F}_{grav}}{m_2} = \frac{-166{,}75\vec{u}_r\ N}{10^5\ kg} = -1{,}66.10^{-3}\ N.kg^{-1}$$



- c) El trabajo realizado para alejar la masa 2 una distancia de 10 km:

$$W_{ab} = Gm_1m_2\left[\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right] = 6{,}67.10^{-11}.10^{20}.10^5\left[\frac{1}{2010.10^3}-\frac{1}{2000.10^3}\right] = -1{,}65.10^6\ J$$

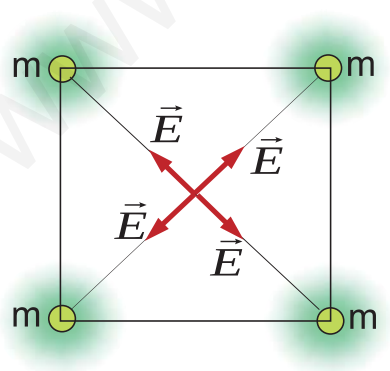
- El trabajo negativo significa que lo realiza un agente externo al campo.

9. Ejercicios de campo gravitatorio

6. En los vértices de un cuadrado de 1 m de lado se sitúan masas iguales de 1 kg. Determinar el campo y el potencial en el centro. G=6,67.10-11 N.m2 /kg2 .

- Sol: 0 N/kg , $-3{,}77.10^{-10}$ J/kg .

- Por simetría, el campo gravitatorio en el centro del cuadrado se anula por pares, es nulo:



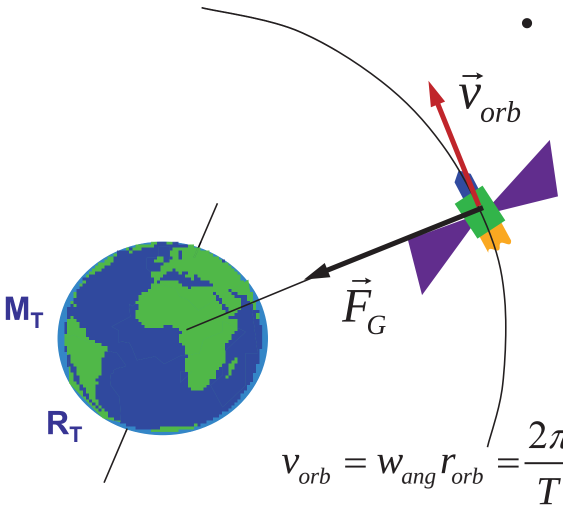
$$\vec{E}_{total\ en\ el\ centro} = 0$$

- El potencial gravitatorio en el centro del cuadrado es la suma escalar de cada uno de los potenciales que crean las cuatro masas. Por tanto vale:

$$V_{grav.o} = -4G\frac{m}{r} = -4.6{,}67.10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}\frac{1\,kg}{\sqrt{2}/2\,m} = -3{,}77.10^{-10}\ J.kg^{-1}$$

9. Ejercicios de campo gravitatorio

18. Un satélite artificial de 100 kg de masa gira alrededor de la Tierra a 200 km de altura. Calcular: a) la velocidad de giro y el período de revolución; b) su energía cinética, potencial y mecánica.
$G=6,67.10^{-11}$ N.m^2 /kg^2 .M_T = 5,98.10^{24}/kg. R_T = 6370 km. Sol: 7791 m/s, 1,47 h, -3,04.10^9 J.



- La fuerza gravitatoria terrestre mantiene ligado el satélite a la Tierra: fuerza normal, radial o centrípeta, de módulo:

$$F_{grav}=G\frac{M_T m_{sat}}{(R_T+h)^2}=\frac{m_{sat}v_{orb}^2}{R_T+h}$$

- despejamos la velocidad orbital

$$v_{orb}=\sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}=\sqrt{\frac{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}}{6370.10^3+200.10^3}}=7792\,m.s^{-1}$$

- calculamos el período de revolución:

$$v_{orb}=w_{ang}r_{orb}=\frac{2\pi}{T}r_{orb}\Rightarrow T=\frac{2\pi(R_T+h)}{v_{orb}}=\frac{2\pi.6570.10^3\,m}{7792\,m.s^{-1}}=5298s=1,47h$$

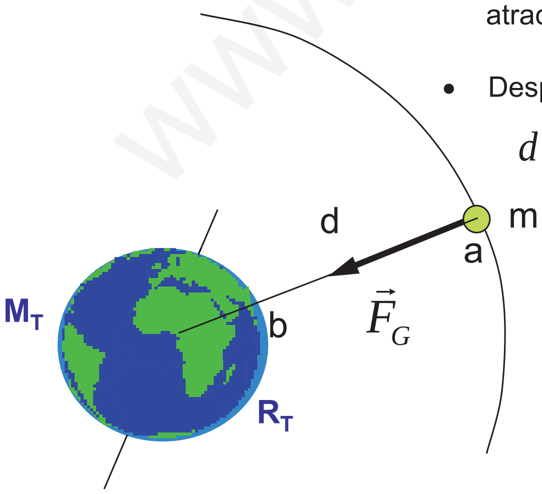
- **Las órbitas son, supuestamente, circulares y el movimiento uniforme.**

- **Energía mecánica del satélite en su órbita:**

$$E_{mec}=E_c+E_p=\frac{mv^2}{2}-\frac{GM_Tm}{R_T+h}=-\frac{GM_Tm}{2(R_T+h)}=3,03.10^9\,J-6,07.10^9\,J=-3,04.10^9\,J$$

9. Ejercicios de campo gravitatorio

22. ¿A que distancia del centro de la Tierra un objeto de 1 kg de masa pesa 1N?. Si desde esa altura se le deja caer sin velocidad inicial, calcular: a) la aceleración inicial; b) la velocidad del objeto al llegar a la superficie de la Tierra.
Datos: G., M_T. y R_T . Sol: 19955 km; 1 m/s^2; 9284m/s.



- El peso se debe a la atracción gravitatoria: $P=F_G=G\frac{M_Tm}{d^2}=mg=1N$

- Despejamos la distancia:

$$d=\sqrt{GM_Tm}=\sqrt{6,67.10^{-11}.5,97.10^{24}.1}=19955\,km$$

- aceleración con la que la masa cae: $F=ma\Rightarrow a=\frac{1N}{1kg}=1m.s^{-2}$

- También se puede calcular a partir de la intensidad de campo gravitatorio en ese punto:

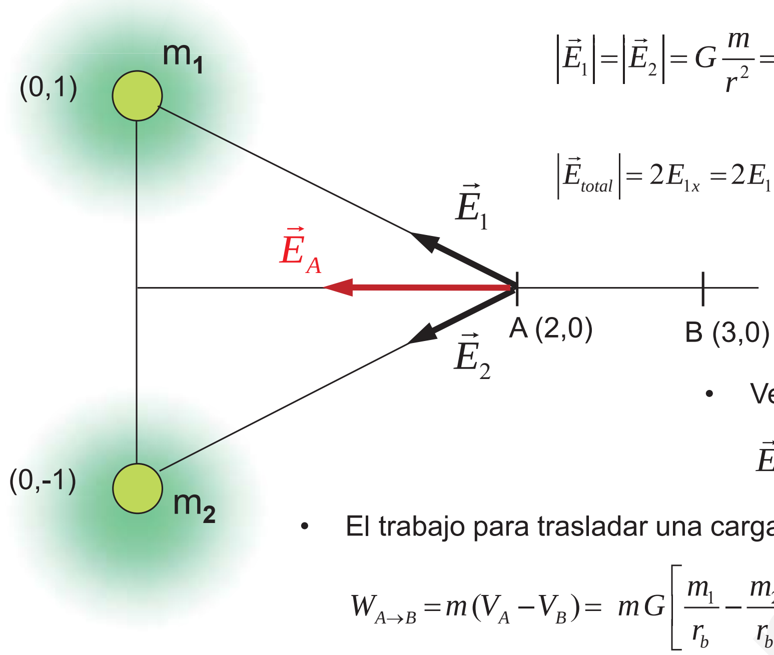
$$a=g_d=E_d=G\frac{M_T}{d^2}=1m.s^{-2}$$

- **Aplicando el Principio de Conservación de la Energía Mecánica entre los puntos a y b:**

$$E_{pa}=E_{cb}+E_{pb}\Rightarrow -G\frac{M_Tm}{R_T+h}=\frac{mv_b^2}{2}-G\frac{M_Tm}{R_T}\Rightarrow v_b=9284\,m.s^{-1}$$

24. Dos masas puntuales de 10 kg cada una están situadas en los puntos (0,1) y (0,-1) respectivamente. Calcular: a) el campo gravitatorio en el punto A (2,0); b) el trabajo necesario para trasladar una masa de 3 kg desde el punto A hasta el B (3,0), indicando quien realiza dicho trabajo.

- **El campo gravitatorio en el punto A** es la suma vectorial de los campo que originan en dicho punto cada una de las masas. Los módulos de esos campos valen:



$$\left|\vec{E}_1\right|=\left|\vec{E}_2\right|=G\frac{m}{r^2}=6,67.10^{-11}\frac{10}{\left(\sqrt{5}\right)^2}=2,98.10^{-10}\,N.kg^{-1}$$

$$\left|\vec{E}_{total}\right|=2E_{1x}=2E_1\cos\alpha=2,98.10^{-10}\frac{1}{\sqrt{5}}=1,33.10^{-10}\,N.kg^{-1}$$

- Vector campo gravitatorio en el punto A:

$$\vec{E}_A=-1,33.10^{-10}\,\vec{i}\;N.kg^{-1}$$

- El trabajo para trasladar una carga desde el punto A hasta el punto B:

$$W_{A\to B}=m(V_A-V_B)=mG\left[\frac{m_1}{r_b}-\frac{m_2}{r_b}\right]-mG\left[\frac{m_1}{r_a}-\frac{m_2}{r_a}\right]=-5,22.10^{-11}\,J$$

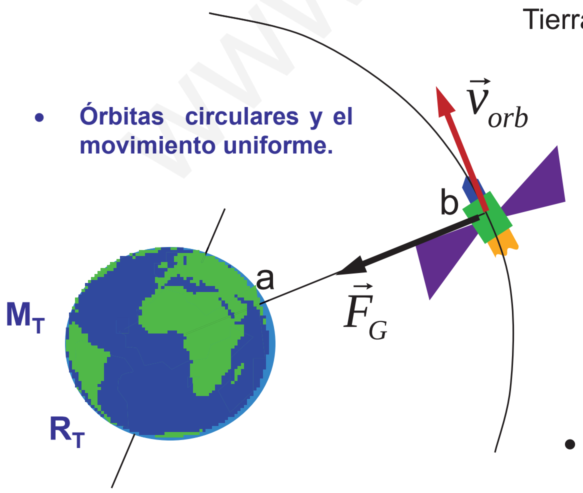
- **El trabajo para trasladar la masa desde A hasta B, lo hace un agente externo al campo.**

26. Se pone en órbita un satélite a una distancia del centro de la Tierra igual a las 5/4 partes del radio terrestre. Calcular: a) velocidad que hay que comunicarle. b) su período. c) el valor de la aceleración de la gravedad en el interior?

Datos: g_0 = 9,81 m/s2 y R_T = 6400 km. Sol: 8734,3 m/s , 7024,8 s , 0 m/s^2 .

- La fuerza gravitatoria terrestre mantiene ligado el satélite a la Tierra, es una fuerza normal, radial o centrípeta, de módulo:

- **Órbitas circulares y el movimiento uniforme.**



$$F_{grav}=G\frac{M_T m_{sat}}{(\frac{5}{4}R_T)^2}=\frac{m_{sat}v_b^2}{\frac{5}{4}R_T}$$

- despejamos la velocidad orbital

$$v_b^2=\frac{g_0R_T^2}{\frac{5}{4}R_T}\Rightarrow v_b=7155,4\,m.s^{-1}\qquad GM_T=g_0R_T^{\;2}$$

- hemos sustituido

- ahora podemos calcular el período de revolución:

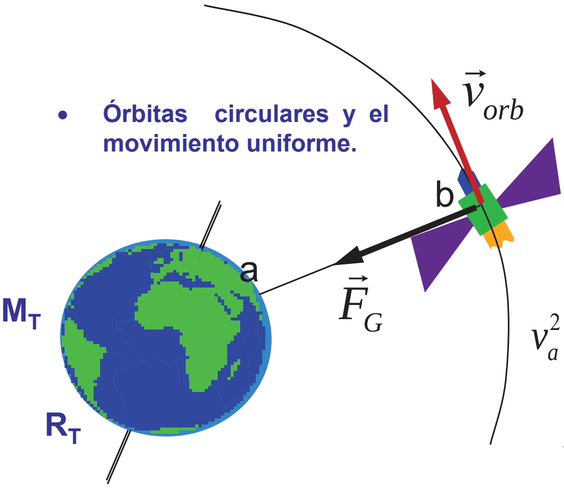
$$v_{orb}=w_{ang}r_{orb}=\frac{2\pi}{T}r_{orb}\Rightarrow T=\frac{2\pi.5R_T}{4v_{orb}}=7024,8s=1,95h$$

- **Aplicamos el Principio de Conservación de la Energía Mecánica entre los puntos a y b:** $\Longrightarrow$

9. Ejercicios de campo gravitatorio

Continuación…..26. Se pone en órbita un satélite a una distancia del centro de 5/4 parte

- **Aplicamos el Principio de Conservación de la Energía Mecánica entre los puntos a y b:**



- **Órbitas circulares y el movimiento uniforme.**

$$E_{mec_a} = E_{mec_b} \Rightarrow E_{c_a} + E_{p_a} = E_{c_b} + E_{p_b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{mv_a^2}{2} - G\frac{M_T m}{R_T} = \frac{mv_b^2}{2} - G\frac{M_T m}{d_{R_T+h}}$$

- sustituimos la distancia, y despejamos la velocidad del satélite para lanzarlo desde a:

$$v_a^2 = v_b^2 + \frac{10GM_T}{5R_T} - \frac{8GM_T}{5R_T} = v_b^2 + \frac{2GM_T}{5R_T} = v_b^2 + \frac{2g_0R_t^2}{5R_T}$$

$$v_a^2 = v_b^2 + \frac{2g_0R_t^2}{5R_T} = 7155,4^2 + \frac{2.9,8.6400.10^3}{5} = 8734,3\,m.s^{-1}$$

- Aceleración gravitatoria y centrípeta en cualquier punto de la órbita vale:

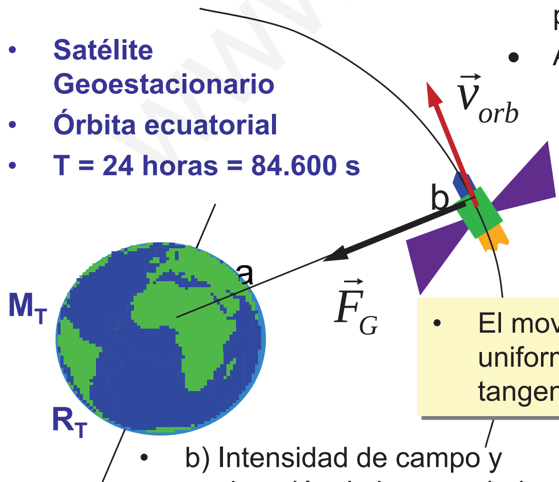
$$g_b = G\frac{M_T}{\left(\frac{5}{4}R_T\right)^2} = G\frac{g_0R_T^2}{\left(\frac{5}{4}R_T\right)^2} = 6,4\,m.s^{-2} \Leftrightarrow a_c = \frac{v_b^2}{\frac{5}{4}R_T} = 6,4\,m.s^{-2}$$

- El satélite está cayendo con una aceleración centrípeta igual a la aceleración de la gravedad; en el **interior del mismo la aceleración es 0, es decir, existe un estado de "INGRAVIDEZ".**

9. Ejercicios de campo gravitatorio

29. Un satélite de comunicaciones de 500 kg de masa está en órbita geoestacionaria circular en torno al Ecuador terrestre. Calcula: a)radio de la trayectoria, aceleración tangencial del satélite y trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando el satélite ha dado media vuelta en torno a la Tierra. b) intensidad de campo gravitatorio y la aceleración de la gravedad en cualquier punto de la órbita. $G=6,67.10^{-11}$ N.m^2 .kg^{-2} .M_T = 5,98.10^{24} kg. Sol: 42250 km , 0 m/s^2 , 0 J , 0,22 m/s^2 .

- **Satélite Geoestacionario**
- **Órbita ecuatorial**
- **T = 24 horas = 84.600 s**



- Un satélite en órbita geoestacionaria gira con el mismo período que lo hace la Tierra: T = 24 h = 86.400 s.
- A partir de la fuerza gravitacional:

$$F_{grav} = G\frac{M_T m_{sat}}{r^2} = \frac{m_{sat}v_{orb}^2}{r} = mw_{ang}^2 r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \Rightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = 42.250\ km \approx 6,6\,R_T$$

- El movimiento es circular uniforme, la aceleración tangencial es cero
- El trabajo de la fuerza gravitatoria es cero porque les perpendicular al desplazamiento.

- b) Intensidad de campo y aceleración de la gravedad:

$$\vec{E}_{grav} = \vec{g} = G\frac{M_T}{r^2}\vec{u}_r = 0,224\vec{u}_r\ m.s^{-2}$$

- El satélite está cayendo con una aceleración centrípeta:

$$a_c = \frac{v_{orb}^2}{r} = w^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 0,22\,m.s^{-2}$$

- El satélite está cayendo con una aceleración centrípeta igual a la aceleración de la gravedad; en el **interior del mismo la aceleración es 0, es decir, existe un estado de "INGRAVIDEZ".**

10. Cuestiones de campo gravitatorio.

1. Comentar las siguientes frases: a) La energía mecánica de una partícula permanece constante si todas las fuerzas que actúan sobre ella son conservativas. b) Si la energía mecánica de una partícula no permanece constante, es porque una fuerza disipativa realiza trabajo.

2.a) Explicar el concepto de velocidad de escape y deducir razonadamente su expresión. b) ¿Qué ocurriría en la realidad si lanzamos un cohete desde la superficie de la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape?.

4. Se suele decir que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m situado a una altura h viene dado por la expresión Ep = mgh. a) ¿Es correcta esta afirmación? ¿Por qué?. b) ¿En qué condiciones es válida dicha fórmula?

6. Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B. a) Hacer un análisis energético del movimiento del cometa y comparar los valores de las energías cinética y potencial en A y en B. b) ¿En cuál de los dos puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad? ¿Y de la aceleración?.

8. Razonar las repuestas a las siguientes preguntas: a) Si el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m se sitúa en la superficie de la Tierra, ¿cuál es el valor de la energía potencial de la partícula cuando ésta se encuentra a una distancia infinita de la Tierra? b) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?, ¿puede ser negativa la energía potencial?.

9. a) Definir los términos "fuerza conservativa" y "energía potencial" y explicar la relación entre ambos. b) Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa?.

10. Cuestiones de campo gravitatorio

11. Dos satélites idénticos A y B se encuentran en órbitas circulares de diferente radio ($R_A > R_B$) alrededor de la Tierra. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a) Si los dos satélites estuvieran en la misma órbita ($R_A = R_B$) y tuviesen distinta masa ($m_A < m_B$), ¿cuál de los dos se movería con mayor velocidad? ¿cuál de ellos tendría más energía cinética?.

13. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a)¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento? b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la energía potencial entre dos puntos?

14. Explicar las relaciones que existen entre trabajo, variación de energía cinética y variación de energía potencial de una partícula que se desplaza bajo la acción de varias fuerzas. ¿Qué indicaría el hecho de que la energía mecánica no se conserve? b) ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Puede ser negativa su energía potencial en un punto? Razonar las repuestas.

15. Comentar las observaciones siguientes y razonar si son ciertas o falsas: a) El trabajo de una fuerza conservativa aumenta la energía cinética de la partícula y disminuye su energía potencial. b) El trabajo de una fuerza no conservativa aumenta la energía potencial de la partícula y disminuye su energía mecánica.

16. Una partícula de masa m, situada en un punto A, se mueve en línea recta hacia otro punto B, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M. a) Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es menor que en el punto A, razonar si la partícula se acerca o se aleja de M. b) Explicar las transformaciones energéticas de la partícula durante el desplazamiento indicado y escribir su expresión. ¿Qué cambios cabría esperar si la partícula fuera de A a B siguiendo una trayectoria no rectilínea?.

18. Se desea colocar un satélite en una órbita circular, a una cierta altura sobre la Tierra. a) Explicar las variaciones energéticas del satélite desde su lanzamiento hasta su situación orbital. b)¿Influye la masa del satélite en su velocidad orbital?.

20. La masa de la Luna es 0,01 veces la de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae desde una altura de 50 m sobre la superficie lunar. a) Determinar la masa del cuerpo y su peso en la Luna. b) Realizar el balance de energía en el movimiento de caída y calcular la velocidad con que el cuerpo llega a la superficie. $g_T = 10\ ms^{-2}$.

21. Un cuerpo se lanza hacia arriba por un plano inclinado de 30º, con una velocidad inicial de 10 ms^{-1}. a) Explicar cualitativamente cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica del cuerpo durante la subida. b) ¿Cómo varía la longitud recorrida si se duplica la velocidad inicial? ¿ Y si se duplica el ángulo del plano?. $g = 10\ ms^{-2}$.

22. a) Explicar la influencia que tiene la masa y le radio de un planeta en la aceleración de la gravedad en su superficie y en la energía potencial de una partícula próxima a su superficie. b) Imaginemos que la Tierra aumentara su radio al doble y su masa al cuádruple, ¿cuál sería el nuevo valor de g?, ¿y el nuevo período de la Luna?. $G = 6{,}67.10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; R_T= 6400 km; $M_L = 7.10^{22}$ kg; R_L= 1600 km.

23. Un satélite artificial en órbita geoestacionaria es aquel que , al girar con la misma velocidad angular de rotación de la Tierra, se mantiene sobre la misma vertical. a) Explicar las características de esa órbita y calcular su altura respecto a la superficie de la Tierra. b) Razonar qué valores obtendría para la masa y el peso de un cuerpo situado en dicho satélite sabiendo que su masa en la Tierra es de 20 kg. $G = 6{,}67.10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; R_T= 6400 km.

24. Un satélite artificial de 1000 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de 12000 km de radio. a) Explicar las variaciones de energía cinética y potencial del satélite desde su lanzamiento en la superficie terrestre hasta que alcanzó su órbita y calcular el trabajo realizado. b) ¿Qué variación ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre?. $G = 6{,}67.10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; R_T= 6400 km.

25. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula , la desplaza desde un punto x_1 hasta otro punto x_2, y realiza un trabajo de 50J. a) Determinar la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en x_1, ¿cuánto vale en x_2 ? b) Si la partícula, de 5g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en x_1, ¿cuál será la velocidad en x_2? ¿cuál será la variación de energía mecánica?

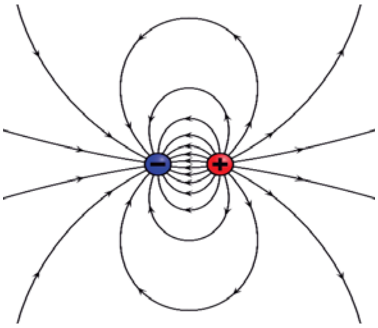
26. Se eleva un cuerpo de 200 kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 km. a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario. b) Si, por error, hubiéramos supuesto que el campo gravitatorio es uniforme y de valor igual al que tiene en la superficie de la Tierra, razonar si el valor del trabajo sería mayor, igual o menor que el calculado en el apartado a). $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; R_T= 6400 km.

27. Un satélite se encuentra a una altura de 600 km sobre la superficie de la Tierra, describiendo una órbita circular. a) Calcular el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, razonando la estrategia seguida para dicho cálculo. b) Si la velocidad orbital disminuyera, explique si el satélite se acercaría o se alejaría de la Tierra, e indicar que variaciones experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite. $G = 6{,}67.10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; R_T= 6400 km.

30. Un cuerpo, inicialmente en reposo a una altura de 150 km, sobre la superficie terrestre, se deja caer libremente. a) Explicar cualitativamente cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica del cuerpo durante el descenso, si se supone nula la resistencia del aire, y determine la velocidad del cuerpo cuando llega a la superficie terrestre. b) Si, en lugar de dejar caer el cuerpo, lo lanzamos verticalmente hacia arriba desde la posición inicial, ¿cuál sería su velocidad de escape?. $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2\ kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; R_T= 6400 km.

31. Dos partículas de masas m_1 = 2 kg y m_2 = 5 kg están situadas en los puntos P1(0,2) y P2(1,0) respectivamente. a) Dibujar el campo gravitatorio producido por cada una de las masas en el punto 0(0,0) m y en el punto P(1,2) m y calcular el campo gravitatorio total en el punto P. b) Calcular el trabajo necesario para desplazar una partícula de 0,1 kg desde el punto 0 al P.

Tema 03
El campo eléctrico



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

03. El campo eléctrico: Índice

CONTENIDOS	
1. Interacción electrostática · 2. Campo eléctrico · 3. Enfoque dinámico · 4. Enfoque energético · 5. Movimiento de partículas en un campo eléctrico uniforme · 6. Teorema de Gauss. 7. Analogías y diferencias entre los campos gravitatorio y eléctrico	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
1. Asociar el campo eléctrico a la existencia de carga y caracterizarlo por la intensidad de campo y el potencial.	1.1. Relaciona los conceptos de fuerza y campo, estableciendo la relación entre intensidad del campo eléctrico y carga eléctrica. 1.2. Utiliza el principio de superposición para el cálculo de campos y potenciales eléctricos creados por una distribución de cargas puntuales.
2. Reconocer el carácter conservativo del campo eléctrico por su relación con una fuerza central y asociarle en consecuencia un potencial eléctrico.	2.1. Representa gráficamente el campo creado por una carga puntual, incluyendo las líneas de campo y las superficies de energía equipotencial. 2.2. Compara los campos eléctrico y gravitatorio estableciendo analogías y diferencias entre ellos.
3. Caracterizar el potencial eléctrico en diferentes puntos de un campo generado por una distribución de cargas puntuales y describir el movimiento de una carga cuando se deja libre en el campo.	3.1. Analiza cualitativamente la trayectoria de una carga situada en el seno de un campo generado por una distribución de cargas, a partir de la fuerza neta que se ejerce sobre ella.

03. El campo eléctrico: Índice

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
4. Interpretar las variaciones de energía potencial de una carga en movimiento en el seno de campos electrostáticos en función del origen de coordenadas energéticas elegido.	4.1. Calcula el trabajo necesario para transportar una carga entre dos puntos de un campo eléctrico creado por una o más cargas puntuales a partir de la diferencia de potencial. 4.2. Predice el trabajo que se realizará sobre una carga que se mueve en una superficie de energía equipotencial y lo discute en el contexto de campos conservativos.
5. Asociar las líneas de campo eléctrico con el flujo a través de una superficie cerrada y establecer el teorema de Gauss para determinar el campo eléctrico creado por una esfera cargada.	5.1. Calcula el flujo del campo eléctrico a partir de la carga que lo crea y la superficie que atraviesan las líneas del campo.
6. Valorar el teorema de Gauss como método de cálculo de campos electrostáticos.	6.1. Determina el campo eléctrico creado por una esfera cargada aplicando el teorema de Gauss.
7. Aplicar el principio de equilibrio electrostático para explicar la ausencia de campo eléctrico en el interior de los conductores y lo asocia a casos concretos de la vida cotidiana.	7.1. Explica el efecto de la Jaula de Faraday utilizando el principio de equilibrio electrostático y lo reconoce en situaciones cotidianas como el mal funcionamiento de los móviles en ciertos edificios o el efecto de los rayos eléctricos en los aviones.

1.1 Interacción electrostática

- **¿Qué es la carga eléctrica?**

- **La carga eléctrica en reposo o en movimiento es la propiedad de la materia que señalamos como causa de la interacción electromagnética.**

- **La unidad en el SI es el culombio (C),** cantidad de carga que atraviesa una sección de conductor en un segundo cuando la intensidad de corriente es de un amperio.
- **La carga eléctrica está cuantizada** y su unidad más elemental es la del electrón,

$$e = 1,6.10^{-19}\ C$$

- **Existen dos tipos de cargas, positiva y negativa,** de este modo la interacción puede ser atractiva o repulsiva.

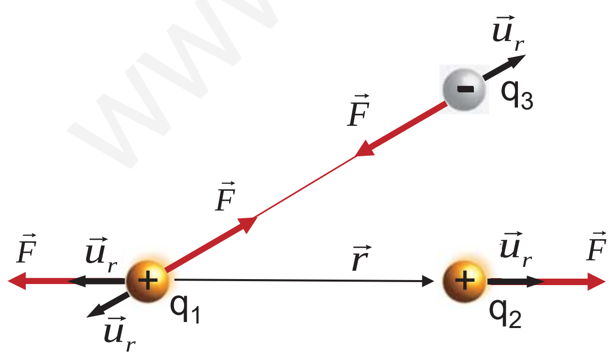
- **La carga eléctrica se conserva** en cualquier proceso que tenga lugar en un sistema aislado.

1.- Determina la carga correspondiente a 1 mol de electrones. Dicha carga se conoce comúnmente como la unidad de Faraday. Datos: $N_{Avogadro} = 6,022.10^{23}$ partículas/mol. $e = 1,6.10^{-19}$ C.

1.2 Fuerza eléctrica: ley de Coulomb

- **Estudia la interacción entre cargas eléctricas en reposo.**

- **La fuerza con que se atraen o se repelen dos cargas eléctricas depende directamente del producto de dichas cargas e inversamente del cuadrado de las distancia que las separa.**



$$\vec{F}_{atra/rep} = K\frac{q_1 . q_2}{r_{12}^{\ 2}}.\vec{u}_r$$

- Cargas del mismo signo se repelen
- Cargas de signo contrario se atraen.

- La constante K depende del medio donde estén las cargas.
- En el vacío/aire toma el valor:

$$K = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} = 9.10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}$$

- Donde ε_o es la constante dieléctrica o permitividad del medio, vacío/aire:

$$\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$$

- **La fuerza varía conforme al inverso del cuadrado de la distancia, es una fuerza central, por tanto conservativa, y depende del medio.**

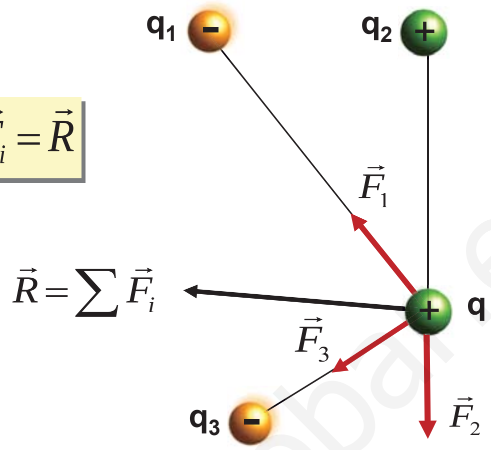
1.3 Principio de Superposición

- La fuerza con que interaccionan dos o más cargas puntuales es independiente de la presencia de otras.

- **La fuerza resultante que actúa sobre una carga es igual a la suma de las fuerzas individuales que ejercen cada una de ellas sobre dicha carga.**

- **Interacción entre varias partículas**

$$\vec{F}_{total\ sobre\ q} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots = \sum \vec{F}_i = \vec{R}$$



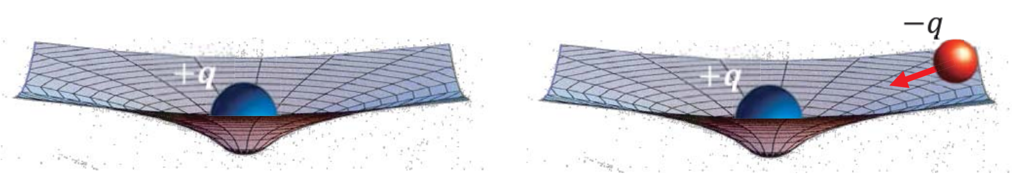
2.- Tres cargas, q_1 = +4 μC, q_2 = -10 μC y q_3 = -6 μC, están situadas, respectivamente, en los puntos (0,3), (0,0) y (4, 0). Determina la fuerza que actúa sobre la carga q_3.

2.1 El campo eléctrico

- **Campo eléctrico:** región del espacio dónde existe una determinada propiedad escalar o vectorial, debido a la presencia de cargas eléctricas.

- **El campo esta definido por:**
  - Intensidad en cada punto (punto de vista dinámico)
  - Potencial en cada punto (punto de vista energético)

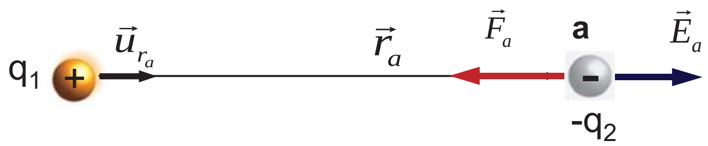
- **Efecto del campo sobre una carga testigo:**
  - **Fuerza que actúa sobre la carga** (punto de vista dinámico)
  - **Energía potencial de la carga** (punto de vista energético)



3.1 Intensidad de campo eléctrico

- Se define la **intensidad en un punto de un campo eléctrico** como la fuerza que actúa sobre la unidad de carga positiva (+1C) situada en ese punto.

- La carga $+q_1$ es la que crea el campo eléctrico, y en el punto "a" determinado por su vector de posición r_a, calculamos la Intensidad de campo eléctrico:



- **Carga $+q_1$ es la que crea el campo eléctrico**
- **Carga $-q_2$ se encuentra en el campo eléctrico creado por $+q_1$**

$$\vec{E}_a = \frac{\vec{F}_a}{q_2} = K\frac{q_1}{r_a^2}.\vec{u}_{r_a} \qquad (S.I): \frac{N}{C}$$

- **Vector Intensidad de campo en a**

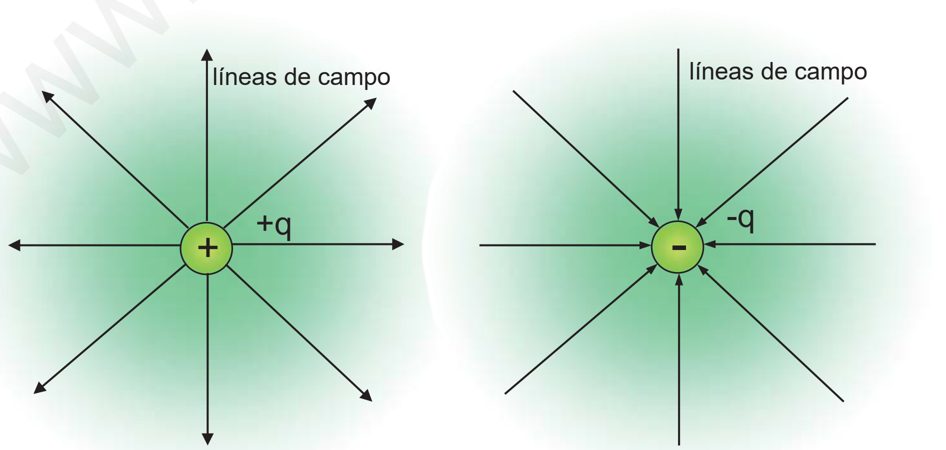
- El valor de $\vec{E}_a$ depende de la carga $+q_1$ que crea el campo y del punto $\vec{r}_a$.

3.- Un electrón y un protón son abandonados en reposo en una región donde el campo eléctrico es E = 200 i N/C. Determina: a) La fuerza que actúa sobre cada partícula; b) La aceleración que adquieren; c) La distancia que habrán recorrido en 1 μs.

3.2 Campo eléctrico: líneas de fuerza

- **Representación del campo eléctrico mediante líneas de fuerza**

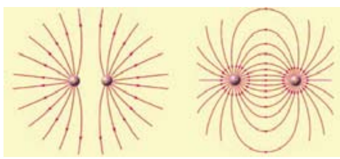
- Las **líneas de fuerza** se trazan de modo que su dirección y sentido coinciden en cada punto del espacio con los de la fuerza que actuaría sobre una carga testigo positiva.



Las cargas positivas son manantiales de líneas de campo

Las cargas negativas son sumideros de líneas de campo

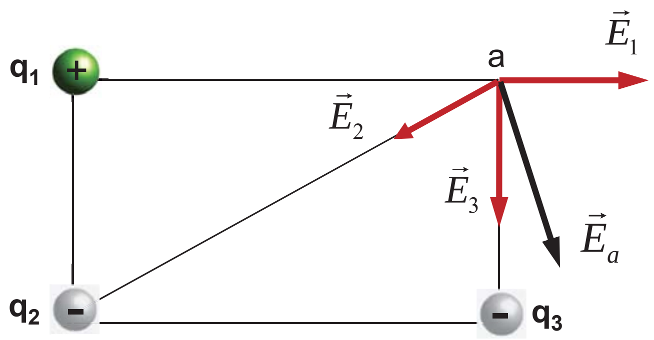
- Son radiales y simétricas en cargas puntuales (fuentes y sumideros)
- Su número es proporcional al valor de la carga
- Son tangentes al vector intensidad de campo
- Dos líneas no pueden cortarse nunca



3.3 Intensidad de campo eléctrico: Principio de superposición

- **La intensidad de campo eléctrico creado por varias cargas puntuales en un punto es la suma vectorial de los campos que crean en ese punto cada una de esas cargas.**

- El campo creado por varias cargas eléctricas, **$+q_1$,$-q_2$ y $-q_3$, en un punto a :**



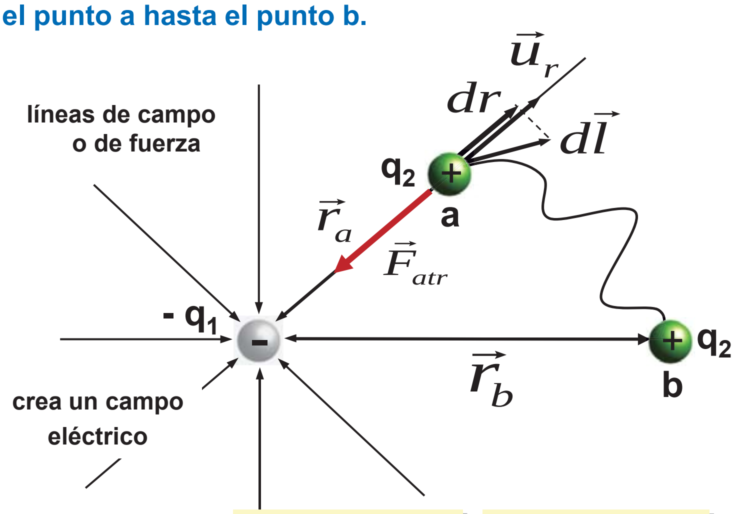
$$\vec{E}_{total\ en\ a} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \ldots = \sum \vec{E}_i$$

4.1 Trabajo en el campo eléctrico

- **Vamos a calcular el trabajo realizado por las fuerzas (conservativas) del campo para llevar la partícula de carga q_2 desde el punto a hasta el punto b.**

- El desplazamiento elemental $d\vec{l}$ a lo largo del camino, al multiplicarlo escalarmente por el vector $\vec{u}_r$ que indica la dirección de la fuerza, da lugar a que sólo realice trabajo, el desplazamiento radial dr:

$$\vec{u}_r . d\vec{l} = 1 . dl . \cos\alpha = dr$$



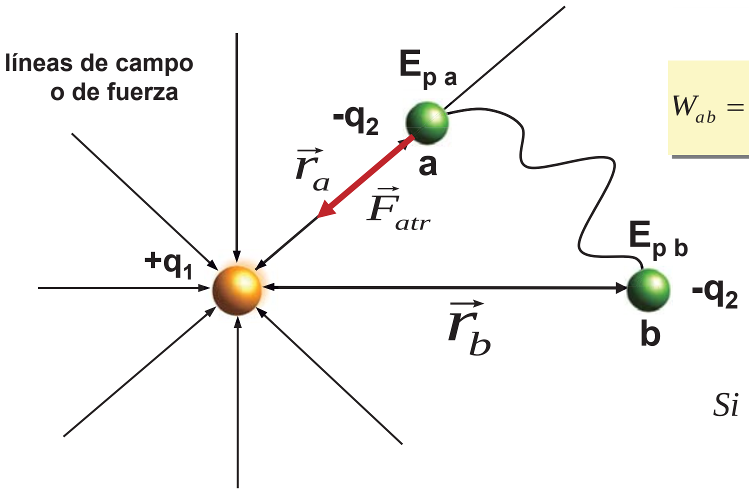
$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}.d\vec{l} = \int_a^b K\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{u}_r.d\vec{l} = \int_a^b K\frac{q_1q_2}{r^2}dr = Kq_1q_2\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = Kq_1q_2\left[\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right]$$

- El trabajo realizado sólo de los **puntos inicial a y final b, no del camino recorrido,** por lo tanto **el campo eléctrico es conservativo y la fuerza que ejerce el campo es conservativa.**

- **Hay que tener en cuenta el signo de las cargas eléctricas:**
- **Si el trabajo es positivo W_{ab} (+) lo realiza el campo.**
- **Si el trabajo es negativo W_{ab} (-) se hace contra el campo, es decir un agente externo al campo.**

4.2 Trabajo y energía potencial electrostática

- **Energía potencial:** en los campo conservativos, como el campo eléctrico, se puede definir una función escalar que sólo depende de cada uno de sus puntos, a esa función de las coordenadas le llamamos energía potencial electrostática.



$$W_{ab} = Kq_1q_2\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right] = -\Delta E_p = E_{p_a} - E_{pb}$$

$$Si\ r_b \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{r_b} \rightarrow 0 \ :\ E_{pb} = 0$$

- Energía potencial en un punto a: $E_{p_a} = Kq_1q_2\dfrac{1}{r_a}$

- La Energía Potencial será positiva o negativa dependiendo del signo de las cargas eléctricas.

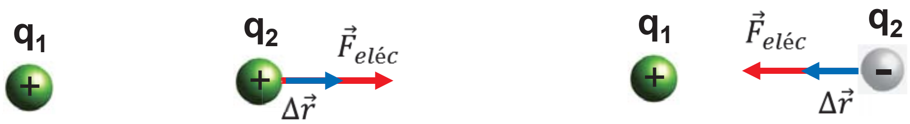
4.- Tenemos dos cargas de +3 μC y –2 μC inicialmente separadas 30 cm. Calcular el trabajo realizado para acercarlas 15 cm. Explica el significado del signo del trabajo.

4.3 Trabajo y energía potencial electrostática

- **Energía potencial:** en los campo conservativos, como el campo eléctrico, se puede definir una función escalar que sólo depende de cada uno de sus puntos, a esa función de las coordenadas le llamamos energía potencial electrostática.

$$W_{ab} = Kq_1q_2\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right] = -\Delta E_p = E_{p_a} - E_{pb}$$

- Realizamos trabajo contra el campo, aumentamos la energía potencial.

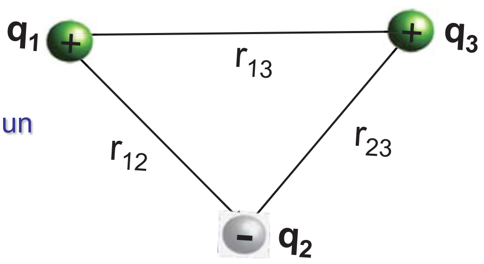


- El campo realiza el trabajo, disminuye la energía potencial.

4.4 Energía potencial electrostática de un sistema de partículas

- **La energía potencial de un sistema de partículas** mide el trabajo necesario para aproximar dichas cargas a sus posiciones desde el infinito.

- Energía potencial de un sistema de partículas:



$$E_{p\,(sp)} = K\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + ..\right] = K\sum_{pares}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

5.- Determina la energía potencial electrostática de un sistema formado por cuatro partículas cargadas, q_1 = +2 μC, q_2 = - 2 μC, q_3 = + 2μC y q_4 = -2 μC, situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Razona el significado físico del signo del resultado.

4.5 Potencial y diferencia de potencial electrostático

- **Diferencia de potencial (V_a - V_b)** entre dos puntos de un campo electrostático, es el trabajo que realiza el campo para llevar la unidad de carga positiva (+1C) desde el punto a al punto b, suponiendo que no varía su energía cinética.

$$-\Delta V = V_a - V_b = \frac{W_{ab}}{q_2} = K\, q_1\left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right]$$

$$Se\ mide\ en\ voltios\left(\frac{J}{C}\right)$$

- Al punto b, supuesto en el infinito, le asignamos valor cero de Potencial:

$$Si\ r_b \to \infty \Rightarrow \frac{1}{r_b} \to 0\ :\ V_b = 0$$

- **Potencial en cualquier punto a vale:**

$$V_a = K\frac{q_1}{r_a}$$

- El potencial del campo eléctrico, en un punto, es la energía potencial que corresponde a la unidad de carga positiva colocada en ese punto.
- El potencial será positivo o negativo, dependiendo del signo de la carga.

- El potencial creado por un Sistema de Partículas:

$$V_{\text{part}} = K\left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + ..\right] = K\sum_{part}\frac{q_i}{r_i}$$

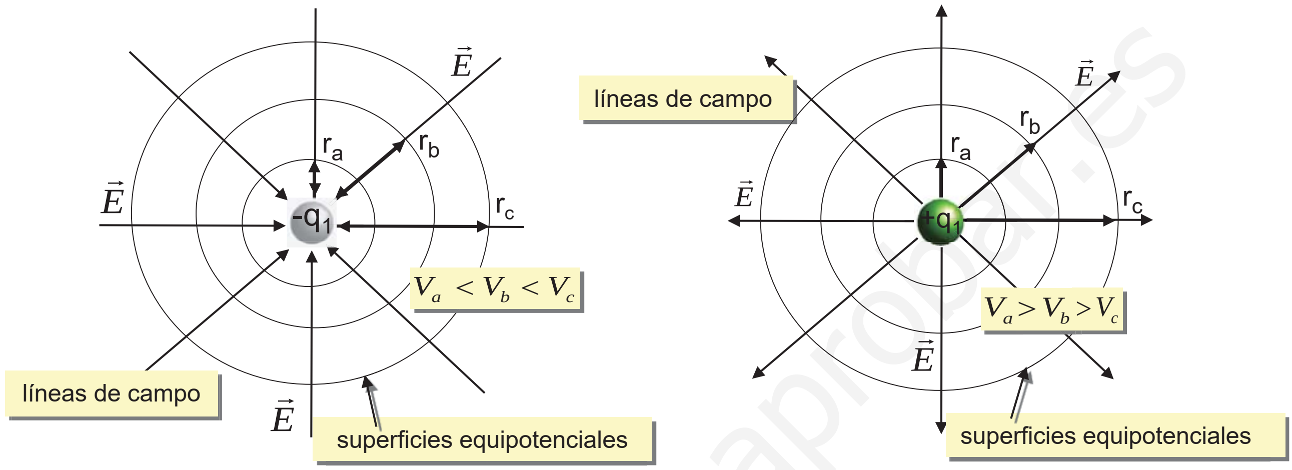
6.- Una carga puntual de -5 μC está localizada en el punto de coordenadas (4, -2) m, mientras que una segunda partícula de 12 μC se encuentra en el punto (1, 2) m. Calcula el potencial en el punto (-1, 0) m, así como la magnitud y dirección del campo eléctrico en dicho punto.

4.6 Superficies equipotenciales

- Si un campo de fuerzas, es conservativo, además de representarlo por líneas de fuerza, también se representa por superficies equipotenciales.

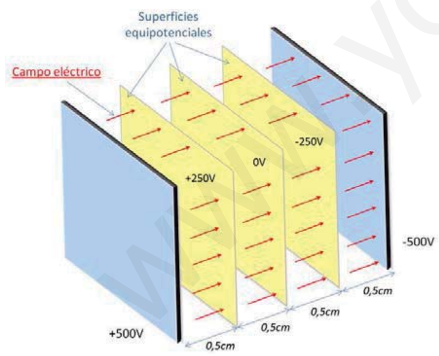
- Por lo tanto, el campo eléctrico se pueden representar mediante superficies equipotenciales: lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial.

- Las superficies equipotenciales, creadas por una carga puntual, son esferas concéntricas, cuyo centro está en carga q_1 que crea el potencial (el campo).
  - Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de campo.
  - A lo largo de una superficie equipotencial el trabajo que se realiza es nulo.
  - El vector intensidad de campo eléctrico se dirige siempre hacia potenciales decrecientes.



4.7 Diferencia de potencial en un campo eléctrico uniforme

- **Entre las placas de un condensador existe un campo eléctrico uniforme.**



$$V_a - V_b = -\frac{W_{ab}}{q_2} = -\int_a^b \vec{E}.d\vec{r} = -\vec{E}\int_a^b d\vec{r} = -\vec{E}\left(\vec{r}_b - \vec{r}_a\right)$$

$$\vec{E} = E.\vec{i}$$

$$\vec{r}_b - \vec{r}_a = \left(x_b - x_a\right)\hat{i} + \left(y_b - y_a\right)\hat{j} + \left(z_b - z_a\right)\hat{k}$$

$$V_b - V_a = -E\left(x_b - x_a\right) = -E\,d$$

- Cuando una carga testigo q_2 se desplaza en un campo eléctrico uniforme, varía su energía potencial, de modo que:

$$E_p(b) - E_p(a) = -q_2\,E\,d$$

$$1\text{ eV} = e.V_{ab} = 1,6.10^{-19}\text{ C }1\text{V} = 1,6.10^{-19}\text{ Julios}$$

7. Una carga puntual de 10 μC se encuentra situada en el punto de coordenadas (0, 0), en el seno de un campo eléctrico uniforme de valor 500 V/m, dirigido hacia valores positivos del eje X. Esta carga ha sido desplazada, a velocidad constante, hasta el punto (4, 2) cm, y desde aquí hasta el punto (6, -1) cm. Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico en cada uno de los desplazamientos.

4.8 Relación entre intensidad de campo eléctrico y potencial

- Campo eléctrico constante en la dirección del eje X:

$$V_B - V_A = -E_x(x_B - x_A) = -E_x \Delta x \qquad \Longrightarrow \qquad dV = -E_x dx$$

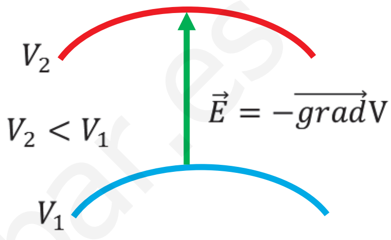
- **Podemos conocer el valor de un campo eléctrico uniforme derivando la expresión del potencial con respecto a la coordenada en función de la cual varía y anteponiendo el signo negativo:**

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{E} = -\frac{dV}{dx}\hat{\imath}$$

- Potencial varía en función de las tres coordenadas:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

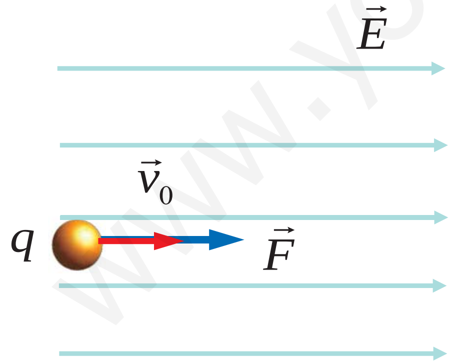
$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right) = -\overrightarrow{grad}V = -\vec{\nabla}V$$



8. El potencial a lo largo del eje X varía según la expresión $V(x) = x^2 + 2x - 8$ V.
a) Representa la gráfica del potencial.
b) Deduce la expresión del campo eléctrico en cualquier punto.
c) Calcula y representa el vector $\vec{E}$ en los puntos (-4, 0) y (0, 0).

5.1 Movimiento de partículas en un campo eléctrico uniforme

- **Partículas que inciden en la dirección del campo**



- Aparece una fuerza: $\vec{F} = q\vec{E}$
- Que realiza un trabajo cuando se desplaza una distancia d: $W = q\,Ed$
- Que se invierte en un ΔE_c:

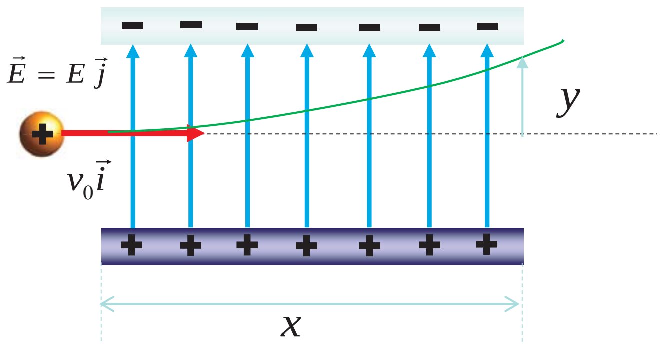
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q\,Ed \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEd}{m}}$$

- Si la carga es positiva, su velocidad irá aumentando.
- Si la carga es negativa, su velocidad irá disminuyendo.

9. Un electrón que tiene una velocidad inicial de $5 \cdot 10^5$ m/s se introduce en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme dirigido a lo largo de la dirección del movimiento del electrón. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico si el electrón recorre 5 cm desde su posición inicial antes de detenerse?

5.2 Movimiento de partículas en un campo eléctrico uniforme

- **Partículas que inciden perpendicularmente a la dirección del campo**



- Al entrar en el campo:

$$qE = ma_y \;\Rightarrow\; a_y = \frac{qE}{m}$$

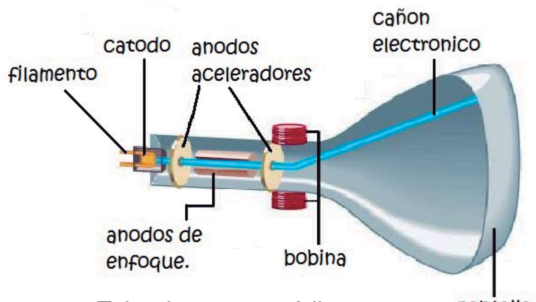
- Por tanto:

$$x = v_0 t \qquad y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{qE}{2m}t^2$$

- Combinando ambas ecuaciones.

$$y = \frac{qE}{2mv_0^2}x^2$$

- La trayectoria es un parábola

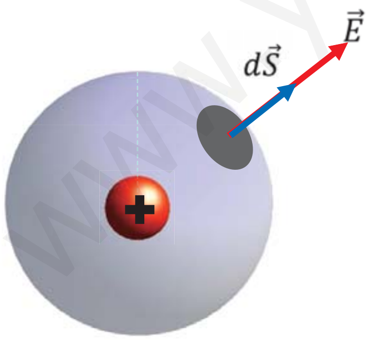


- Tubo de rayos catódicos

10. Un electrón es introducido en un campo eléctrico uniforme en dirección perpendicular a sus líneas de fuerza con una velocidad inicial de 10^4 m/s. La intensidad del campo es de 10^5 V/m. Calcula: a) La aceleración que experimenta el electrón. b) La ecuación de la trayectoria.

6.1 Teorema de Gauss

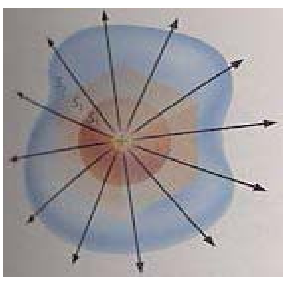
- Relaciona el flujo a través de una superficie cerrada con la carga contenida en su interior.



$$\Phi = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint E\,dS = E\oint dS$$

- Sustituyendo el valor del campo en los puntos de la superficie e integrando *dS*:

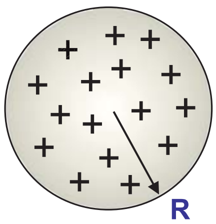
$$\Phi = E\oint dS = k\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = 4\pi kq = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



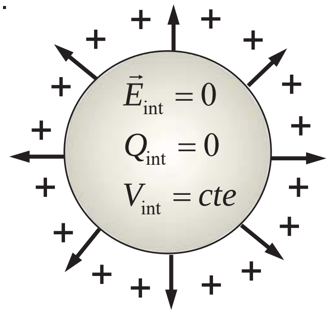
- **Teorema de Gauss:** El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es independiente de la forma de la superficie e igual a la carga contenida dividida por ε_0.

6.2 Campo electrostático en la materia

- En los aislantes (dieléctricos) no existen electrones libres.
- En los conductores existen cargas eléctricas, electrones, que pueden moverse libremente a través del material. Un conductor neutro posee tantas cargas + como -.
- Cargar un conductor es dotarlo de un exceso o defecto de electrones.
- Un conductor cargado está en EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO cuando sus cargas libres están en reposo.



Conductor esférico, cargado, de radio R



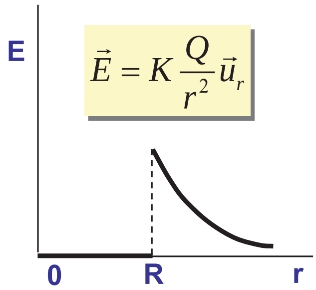
Conductor cargado en Equilibrio Electrostático

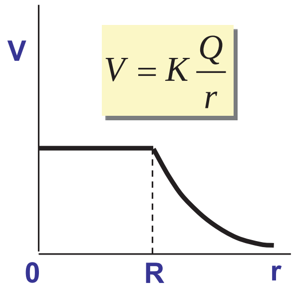
- **LA CARGA SE DISTRIBUYE POR LA SUPERFICIE EXTERIOR DEL CONDUCTOR**, ya que al cargar el conductor, las cargas tienden a alejarse lo más posible.
- **EL CAMPO ELÉCTRICO EN SU INTERIOR ES NULO**, de lo contrario, las cargas se moverían, no estarían en reposo:

$$\vec{F} = q\vec{E},\ si\ \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$$

- **TODOS LOS PUNTOS DEL CONDUCTOR ESTÁN AL MISMO POTENCIAL, es un volumen equipotencial:**

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} = 0 \Rightarrow V = cte$$





- Para los puntos r > R (radio de la esfera) el campo y el potencial creados por la esfera con carga Q, son el mismo que crearía una carga puntual Q, situada en el centro de esa esfera.

7.1 Analogías y diferencias entre los campos gravitatorio y eléctrico

• ANALOGÍAS

- **Son campos vectoriales:** se definen los vectores fuerza e intensidad de campo:
- Tienen expresiones matemáticas análogas: leyes de Newton y de Coulomb.
- **Son campos de fuerzas centrales** o radiales porque la fuerza está dirigida en la dirección del radio vector que une los centros de las cargas/masas.
- Ambos se conciben como una propiedad del espacio y actúan sobre la misma propiedad que los crea.
- **Son campos conservativos:** el trabajo realizado por los campos sólo depende de los puntos inicial y final.

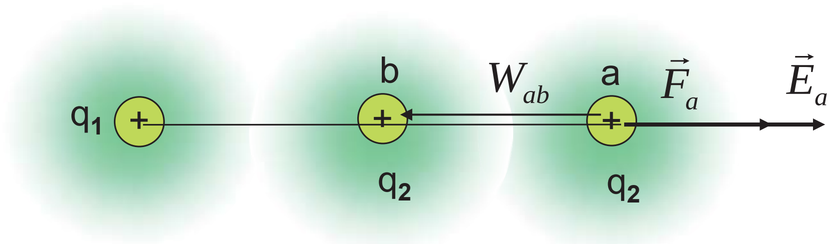
• DIFERENCIAS

- La Fuerza Gravitatoria (FG) está asociada a la masa y es atractiva. La Fuerza Eléctrica (FE) está asociada a la carga y puede ser atractiva o repulsiva (hay dos tipos de cargas).
- La constante G es universal y muy pequeña, la constante K depende del medio y es grande. La FG es mucho más débil que la FE.
- El campo gravitatorio atraviesa la materia, el campo eléctrico se puede apantallar.
- En el campo gravitatorio hay sumideros de líneas de fuerza, en el eléctrico manantiales y sumideros.
- La energía potencial y el potencial en el campo gravitatorio son (-) y en el eléctrico son (+) o (-).

8.1 Ejercicios de campo eléctrico

7. Calcular el módulo del campo creado por una partícula de 10 μC, en el vacío, a 10 m de distancia. Se coloca otra carga de 6 μC en el punto antes considerado; calcular la fuerza que actúa sobre ella. Hacer un esquema. Calcular el trabajo que se realiza si se acercan 1 m.

- a) El campo eléctrico en a depende del valor de la carga que lo crea y de la distancia: $\vec{E}_a = k\dfrac{q_1}{r_a^{\,2}}\vec{u}_{ra} = 9.10^9\dfrac{N.m^2}{C^2}.\dfrac{10^{-5}C}{(10m)^2}\vec{u}_{ra} = 900\,\vec{u}_{ra}\;N.C^{-1}$



- b) Fuerza sobre la carga 2: $\vec{F}_{eléc} = q_2\vec{E}_a = 6.10^{-6}\,C.\,900\,N.C^{-1} = 54.10^{-4}\;N$

- c) El trabajo para acercar la segunda carga a la primera 1 m vale:

$$w_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}d\vec{r} = \int_a^b k\frac{q_1q_2}{r^2}dr = k\,q_1q_2\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = k\,q_1q_2\left[\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right] \Rightarrow$$

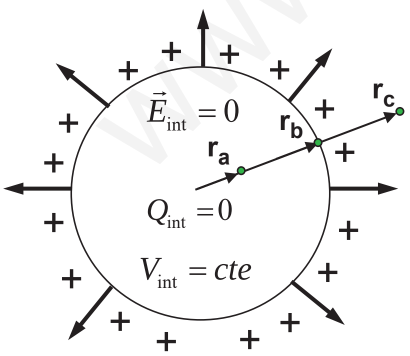
$$w_{a\to b} = 9.10^9\frac{N.m^2}{C^2}.10^{-5}C.6.10^{-6}C\left[\frac{1}{10m}-\frac{1}{9m}\right] = -0,6.10^{-2}\;J$$

- Trabajo negativo, se hace **contra las fuerzas del campo**, por parte de un agente externo.

8.2 Ejercicios de campo eléctrico

9. Una esfera de 20 cm de radio tiene una carga de 2 μC. Calcular el campo y el potencial en los puntos que dictan de su centro 6 cm, 20 cm y 30 cm.

- La esfera cargada, supuestamente conductora, se encuentra en equilibrio electrostático:



- El campo eléctrico en los distintos puntos:

$$\vec{E}_a = 0$$

$$\vec{E}_b = k\frac{q_1}{r_b^{\,2}}\vec{u}_{rb} = 9.10^9\frac{N.m^2}{C^2}\frac{2.10^{-6}C}{(0,2m)^2}\vec{u}_{rb} = 4,5.10^5\,\vec{u}_{rb}\;N.C^{-1}$$

$$\vec{E}_c = k\frac{q_1}{r_c^{\,2}}\vec{u}_{rc} = 2.10^5\,\vec{u}_{rc}\;N.C^{-1}$$

- El potencial eléctrico en los distintos puntos vale:

$$V_a = V_b = k\frac{q_1}{r_b}9.10^9\frac{N.m^2}{C^2}\frac{2.10^{-6}C}{0,2m} = 9.10^4V \;\rightarrow\; V_c = k\frac{q_1}{r_c} = 6.10^4V$$

8.3 Ejercicios de campo eléctrico

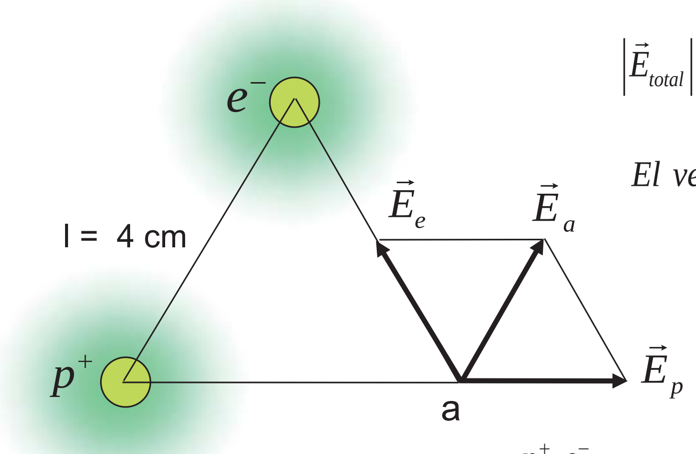
12. Calcular: a) el campo en el vértice de un triángulo equilátero de 4cm de lado, en cuyos vértices hay un protón y un electrón; b) la energía potencial electrostática del sistema.

- **El campo en el vértice a** del triángulo es la suma vectorial de los campos que crean cada una de las cagas situadas en los otros dos vértices:

$$\left|\vec{E}_{p^+}\right| = k\frac{q_{p^+}}{l^2}\vec{u}_l = 9.10^9\frac{1,6.10^{-19}}{\left(4.10^{-2}\right)^2} = 9.10^{-7}\,N.C^{-1} = \left|\vec{E}_{e^-}\right|$$

$$\left|\vec{E}_{total}\right| = 2E\cos 60 = 2.9.10^{-7}\cos 60 = 9.10^{-7}\,N.C^{-1}$$

$$El\ vector\ \vec{E}_{total} = 9.10^{-7}\left[\cos 60\,\vec{i} + sen60\,\vec{j}\right]\ N.C^{-1}$$



- La energía potencial del sistema formado por las dos cargas eléctricas:

$$E_{pot} = k\frac{p^+.e^-}{l} = 9.10^9\frac{N.m^2}{C^2}\frac{1.6.10^{-19}C(-1.6.10^{-19})C}{4.10^{-2}m} = -5,76.10^{-27}\,J$$

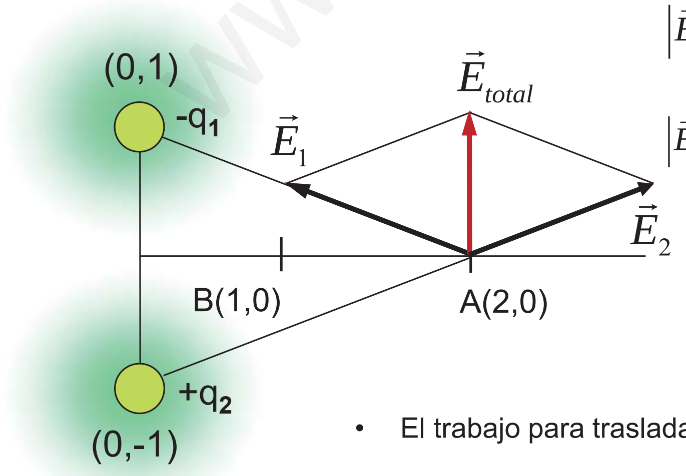
8.4 Ejercicios de campo eléctrico

24. Dos cargas puntuales de -1μC y +1μC están situadas en los puntos (0,1) y (0,-1) respectivamente. Calcular: a) el campo eléctrico en el punto A(2,0);
b) el trabajo necesario para trasladar una carga de +1μC desde el punto A hasta el B(1,0), indicando quien realiza dicho trabajo.

- El campo eléctrico en el punto A es la suma vectorial de los campo eléctricos que originan en dicho punto cada una de las cargas. Los módulos de los campos valen:

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = k\frac{q}{r^2} = 9.10^9\frac{10^{-6}}{\left(\sqrt{5}\right)^2} = 1800\,N.C^{-1}$$

$$\left|\vec{E}_{total}\right| = 2E_{1y} = 2E_1\cos\alpha = 2.1800.\frac{1}{\sqrt{5}} = 1610\,N.C^{-1}$$



- El vector campo eléctrico en el punto A tiene por expresión:

$$\vec{E}_{total} = 1610\,\vec{j}\ N.C^{-1}$$

- El trabajo para trasladar una carga desde el punto A hasta el punto B:

$$W_{A\to B} = q\left(V_A - V_B\right) = 0\ \ ya\ que:\ V_A = k\sum\frac{q}{r} = k\left[\frac{q_1}{r} - \frac{q_2}{r}\right] = 0 = V_B$$

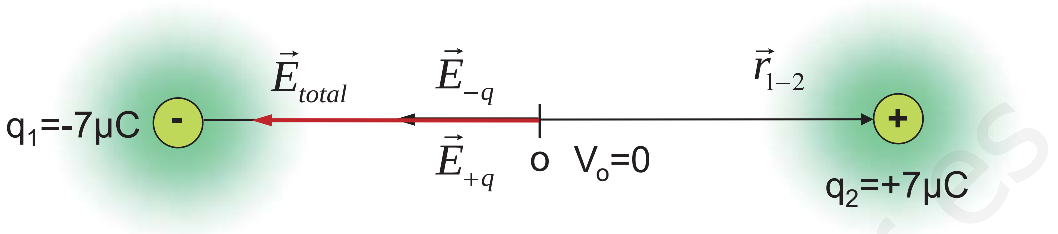
- **No se realiza trabajo, los puntos A y B, pertenecen a una superficie equipotencial.**

8.5 Ejercicios de campo eléctrico

27. Dos cargas de -7 y +7μC se encuentran separadas una distancia de 80 cm. a)¿Existe algún punto de la recta definida por las dos cargas para el cuál el potencial es cero?. Si es así, determina su posición y calcula el valor de la intensidad de campo en ese punto. b) ¿Existe algún punto de dicha recta en el cual la intensidad de campo sea igual a cero?. Explicarlo.

- La suma de los potenciales que crean cada una de las cargas debe ser cero:

$$V_1 + V_2 = 0 \;\Rightarrow\; k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 0 \;\Rightarrow\; r_1 = r_2$$



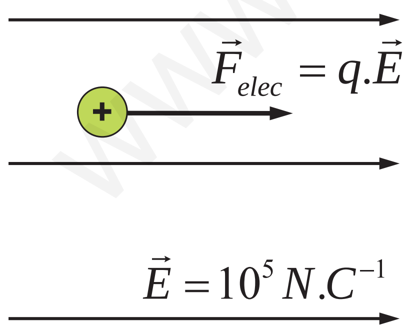
- El campo eléctrico en el punto 0, es la suma vectorial de los campos que crean ambas cargas en dicho punto:

$$\vec{E}_{total} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r = 2.9.10^9\,\frac{N.m^2}{C^2}\frac{7.10^{-6}C}{(0,4m)^2}\vec{u}_r = 7{,}88.10^5\,(-\vec{i})\,N.C^{-1}$$

- b) No existe ningún punto de la recta donde el campo eléctrico sea cero, ya que los campos credos por cada una de las cagas tienen la misma dirección y el mismo sentido.

8.6 Ejercicios de campo eléctrico

34. Un protón, inicialmente en reposo, es acelerado por un campo eléctrico uniforme E=10^5 N/C, hasta que adquiere una velocidad de 1000 m/s. Calcular: a) espacio recorrido por la partícula; b) diferencia de potencial entre los puntos extremos del recorrido y variación de la energía cinética y de la energía potencial del protón entre dichos puntos.



- Mediante un balance de energía:

$$W_{F_{eléc}} = \Delta E_c \;\Rightarrow\; F_{eléc}\,s = qEs = \frac{mv^2}{2} \;\Rightarrow$$

$$1{,}6.10^{-19}C.10^5\frac{N}{C}.s = \frac{1{,}67.10^{-27}kg(10^3\frac{m}{s})^2}{2} \;\Rightarrow\; s = 5{,}2.10^{-8}m$$

- El campo se dirige hacia potenciales decrecientes:

$$\frac{W_{F_{eléc}}}{q} = -\Delta V = Es = 5{,}2.10^{-3}V \;\Rightarrow\; \Delta V = -5{,}2.10^{-3}V$$

- El campo eléctrico es conservativo:

$$W_{F_{eléc}} = \Delta E_c = -\Delta E_p = 8{,}35.10^{-22}\,J$$

9.1 Cuestiones de campo eléctrico

1. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d. a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?. b) Repetir el apartado anterior suponiendo que las cargas fueran de distinto signo.

2. Indicar si son o no correctas las frases, justificando las respuestas: a) Si dos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en los puntos del segmento que une dichos puntos es nulo. b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentra a distinto potencial eléctrico, es nulo.

3. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Qué diferencias puedes señalar entre la interacción electrostática entre dos cargas puntuales y la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales. b) ¿Existe fuerza electromotriz inducida en una espira colocada frente a un imán?.

4. Contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales en el punto medio del segmento que las une?. b) ¿Se puede determinar el campo eléctrico en un punto si conocemos el valor del potencial en ese punto?

5. Razonar si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye, al pasar del punto A al punto B, siendo el potencial en A mayor que el potencial en B. b) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razonar si la carga Q es positiva o negativa.

6. a) Explicar las analogías y diferencias entre el campo electrostático creado por una carga puntual y el campo gravitatorio creado por una masa puntual, en relación con su origen, intensidad relativa, y carácter atractivo/repulsivo. b) ¿Puede anularse el campo gravitatorio y/o el campo eléctrico en un punto del segmento que une a dos partículas cargadas? Razona la repuesta.

9.2 Cuestiones de campo eléctrico

7. En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros ejes. a) Dibujar en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales. b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?.

8. Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razone cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve: a) En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?. b) En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?.

9. Dos cargas eléctrica puntuales, positivas e iguales están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Puede ser nulo el potencial en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? b) Si separamos las cargas a una distancia doble de la inicial, ¿se reduce a la mitad la energía potencial del sistema?.

9.3 Problemas de campo eléctrico

10. Determinar, razonadamente en qué punto (o puntos) del plano XY es nula la intensidad de campo eléctrico creado por dos cargas idénticas de $q_1 = q_2 = -4.10^{-6}$ C, situadas en los puntos (-2,0) y (2,0). ¿Es también nulo el potencial en ese punto (o puntos)?. Calcula su valor.

11. Una partícula de carga 6.10^{-6} C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 N/C, dirigido en el sentido positivo del eje OY. a) Describir la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento?, ¿en qué se convierte dicha variación de energía?. b) Calcular el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.

12. Dos cargas puntuales, $q_1 = 3.10^{-6}$ C y $q_2 = 12.10^{-6}$ C, están situadas, respectivamente, en los puntos A y B de una recta horizontal, separados 20 cm. a) Razonar cómo varía el campo electrostático entre el punto A y B y representar gráficamente dicha variación en función de la distancia al punto A. b) ¿Existe algún punto de la recta que contiene a las cargas en el que el campo sea cero?. En caso afirmativo, calcular su posición. $k = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}.

13. Dos cargas $q_1 = 2.10^{-6}$ C y $q_2 = -4.10^{-6}$ C, están fijas en los puntos P1 (0,2) m y P2 (1,0) m, respectivamente. a). Dibujar el campo eléctrico producido por cada una de las cargas en el punto O (0,0) m y en el punto P(1,2) m y calcular el campo eléctrico total en el punto P. b) Calcular el trabajo necesario para desplazar una carga $q = -3.10^{-6}$ C desde el punto O hasta el punto P y explicar el significado físico de dicho trabajo. $k = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2} .

14. Dos partículas con cargas positivas iguales de 4.10^{-6} ocupan dos vértices consecutivos de un cuadrado de 1 m de lado. a) Calcular el potencial electrostático creado por ambas cargas en el centro del cuadrado. ¿Se modificaría el resultado si las cargas fueran de signos opuestos?. b) Calcular el trabajo necesario para trasladar una carga 5.10^{-7} C desde uno de los vértices restantes hasta el centro del cuadrado. ¿Depende este resultado de la trayectoria seguida por la carga?. $k = 9.10^9$ N.m^2 .C^{-2} .

9.4 Problemas de campo eléctrico

15. En las proximidades de la superficie terrestre se aplica un campo eléctrico uniforme. Se observa que al soltar una partícula de 2 g cargada con 5.10^{-5} C permanece en reposo. a) Determinar razonadamente las características del campo eléctrico (módulo, dirección y sentido). b) Explicar qué ocurriría si la carga fuera: i) 10.10^{-5} C; ii) -5.10^{-5} C.

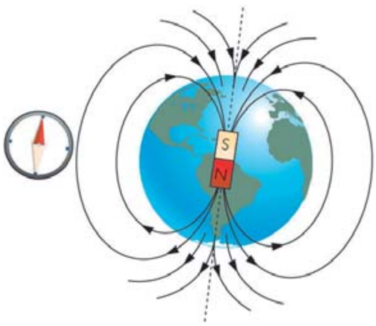
16. Dos pequeñas bolitas, de 20 g cada una , están sujetas por hilos de 2,0 m de longitud suspendidas de un punto común. Cuando ambas se cargan con la misma carga eléctrica, los hilos se separan hasta formar un ángulo de 15º. Suponga que se encuentran en el vacío, próximas a la superficie de la Tierra: a) Calcule la carga eléctrica comunicada a cada bolita. b) Se duplica la carga eléctrica de la bolita de la derecha. Dibuje en un esquema las dos situaciones (antes y después de duplicar la carga de una de las bolitas) e indique todas las fuerzas que actúan sobre ambas bolitas en la nueva situación de equilibrio. $k = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2} ; $g = 10$ m.s^{-1} .

17. Dos cargas puntuales iguales de $-1{,}2.10^{-6}$ C cada una, están situadas en los puntos A(0,8) m y B(6,0) m. Una tercera carga, de $-1{,}5.10^{-6}$ C, se sitúa en el punto P(3,4) m. a) Represente en un esquema las fuerzas que se ejercen entre las cargas y calcule la resultante sobre la tercera carga. b) Calcula la energía potencial de dicha carga. $k = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2} .

18. Dos partículas de 10 g se encuentran suspendidas por dos hilos de 30 cm desde un mismo punto. Si se les suministra a ambas partículas la misma carga, se separan de modo que los hilos forman entre sí un ángulo de 60º. a) Dibuje en un diagrama las fuerzas que actúan sobre las partículas y analice la energía del sistema en esa situación. b) Calcule el valor de la carga que se suministra a cada partícula. $k = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}; $g = 10$ m.s^{-1} .

19. El campo eléctrico en el punto P, creado por una carga q situada en el origen de coordenadas, es de 2000 N.C^{-1} y el potencial eléctrico en P es de 6000 V. a) Determine el valor de q y la distancia del punto P al origen. b) Calcule el trabajo realizado al desplazar otra carga $Q = 1{,}2.10^{-6}$ C desde el punto (3,0) m al punto (0,3) m. Explique porqué no hay que especificar la trayectoria seguida .

Tema 04
El campo magnético



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

04. El campo magnético: Índice

CONTENIDOS	
1. De la magnetita al electromagnetismo · 2. Estudio del campo magnético · 3. Movimientos de cargas en campos magnéticos · 4. Campos magnéticos producidos por corrientes · Teorema de Ampère. 5. Magnetismo natural. 6. Analogías y diferencias entre el campo electrico y magnético.	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
8. Conocer el movimiento de una partícula cargada en el seno de un campo magnético.	8.1. Describe el movimiento que realiza una carga cuando penetra en una región donde existe un campo magnético y analiza los espectrómetros de masas y los aceleradores de partículas.
9. Comprender y comprobar que las corrientes eléctricas generan campos magnéticos.	9.1. Relaciona las cargas en movimiento con la creación de campos magnéticos y describe las líneas del campo magnético que crea una corriente eléctrica rectilínea.
10. Reconocer la fuerza de Lorentz como la fuerza que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en una región del espacio donde actúan un campo eléctrico y un campo magnético.	10.1. Calcula el radio de la órbita que describe una partícula cargada cuando penetra con una velocidad determinada en un campo magnético conocido aplicando la fuerza de Lorentz. 10.2. Utiliza aplicaciones virtuales para comprender el funcionamiento de un ciclotrón.
10. Reconocer la fuerza de Lorentz como la fuerza que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en una región del espacio donde actúan un campo eléctrico y un campo magnético.	10.3. Establece la relación entre el campo magnético y el eléctrico para que una partícula cargada se mueva con MRU aplicando la ley fundamental de la dinámica y la ley de Lorentz.

04. El campo magnético: Índice

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
11. Interpretar el campo magnético como campo no conservativo y la imposibilidad de asociar una energía potencial.	11.1. Analiza el campo eléctrico y el campo magnético desde el punto de vista energético teniendo en cuenta los conceptos de fuerza central y campo conservativo.
12. Describir el campo magnético originado por una corriente rectilínea, por una espira de corriente o por un solenoide en un punto determinado.	12.1. Establece, en un punto dado del espacio, el campo magnético resultante debido a dos o más conductores rectilíneos por los que circulan corrientes eléctricas. 12.2. Caracteriza el campo magnético creado por una espira y por un conjunto de espiras.
13. Identificar y justificar la fuerza de interacción entre dos conductores rectilíneos y paralelos.	13.1. Analiza y calcula la fuerza que se establece entre dos conductores paralelos, según el sentido de la corriente que los recorra, realizando el diagrama correspondiente.
14. Conocer que el amperio es una unidad fundamental del Sistema Internacional.	14.1. Justifica la definición de amperio a partir de la fuerza que se establece entre dos conductores rectilíneos y paralelos.
15. Valorar la ley de Ampère como método de cálculo de campos magnéticos.	15.1. Determina el campo que crea una corriente rectilínea de carga aplicando la ley de Ampère y lo expresa en unidades del Sistema Internacional.

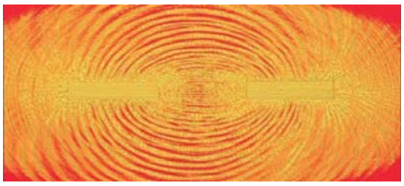
1.1 De la magnetita al electromagnetismo

- **El magnetismo** es una de las interacciones fundamentales de la naturaleza.
- **La magnetita**, conocida desde la antigüedad, atrae el hierro: **es un imán natural.**

- **Una sustancia magnética (acero, hierro, cobalto, níquel)** es aquella que al frotarla con magnetita, se convierte en un imán artificial permanente.
- Si sólo se comporta cómo un imán cuando pasa por ella la corriente eléctrica, se la llama imán temporal o **electroimán.**

Sustancia magnética frotada con magnetita	⇨	Imán artificial permanente
Si se somete a una corriente eléctrica	⇨	Imán artificial temporal o electroimán

- **Todo cuerpo magnetizado es un imán.** Todo imán tiene dos polos: norte y sur.
- Polos del mismo nombre se repelen y polos de distinto nombre se atraen.
- **Es imposible separar los polos de un imán.**



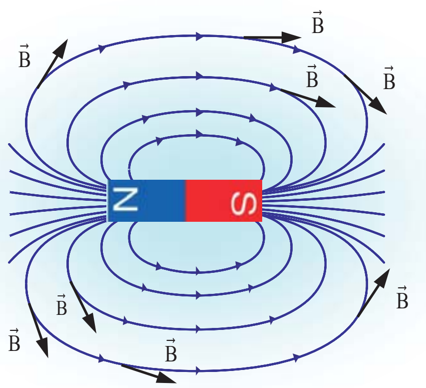
- Líneas de fuerza magnética

- Se pueden visualizar las **líneas magnéticas** de un imán, espolvoreando limaduras de hierro sobre una cartulina situada sobre él.

1.2 El campo magnético

- Los imanes actúan a distancia, es decir, crean **Campos Magnéticos.**
- Se dice que en una región del espacio existe un campo magnético, cuando en ella se ponen de manifiesto **Fuerzas Magnéticas**.
- Un imán produce un campo magnético en el espacio que lo rodea. Si colocamos pequeños trozos de hierro próximos a él, los atrae.

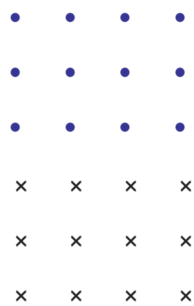
- **Los campos magnéticos se representan por líneas de fuerza o de campo.**
- **Las líneas salen del polo norte del imán y entran en el polo sur.**
- **Son líneas cerradas.**
- La línea de campo magnético es el camino que seguiría un polo norte **(no existen polos aislados)** dejado libremente dentro del campo.



Representación de un campo magnético

Perpendicular al plano de la presentación y hacia afuera

Perpendicular al plano de la presentación y hacia dentro

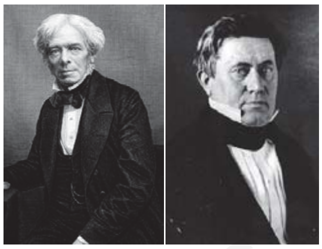


- **El vector Inducción Magnética es en cada punto tangente a las líneas de campo.**

1.3 De la magnetita al electromagnetismo

- **Invierno de 1820**: Oersted observa una relación entre electricidad y magnetismo Cuando colocaba la aguja de una brújula cerca de un alambre por el que circulaba corriente, ésta experimentaba una desviación: nace el **electromagnetismo**.

- Una **corriente eléctrica (partículas cargadas en movimiento) produce un campo magnético.**



- Meses después, André M. Ampère comprobó la **interacción entre conductores** cercanos por los que circulan corrientes.
- Michael Faraday y Joseph Henry demostraron que **un campo magnético variable produce una corriente eléctrica.**
- Por esas fechas, Jean-Baptiste Biot y Felix Savart formulan el **campo producido por una corriente cualquiera.**

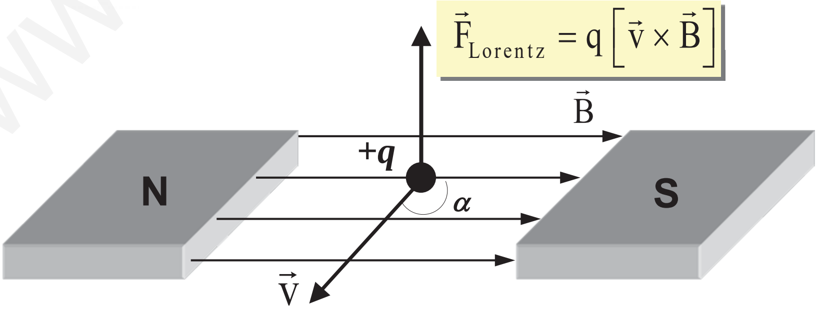
- Algo más tarde, James Clerk Maxwell constató el efecto contrario: **un campo eléctrico variable genera un campo magnético.**

- **En resumen:**
- **Los imanes y las corrientes eléctricas crean campos magnéticos.**
- **Los campos magnéticos variables producen corrientes eléctricas.**

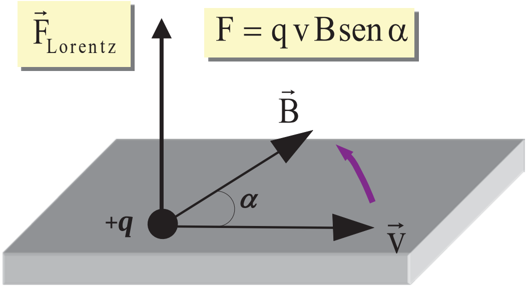
2.1 Acción de un campo magnético sobre una carga en movimiento

- **Ley de Lorentz y campo magnético**
- **Si una carga eléctrica (+q) penetra en un campo magnético con una determinada velocidad, sufre una interacción, es decir, se verá sometida a una fuerza, que viene dada por la ley de Lorentz.**
- **Una carga eléctrica en movimiento se convierte en un imán**

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$$



$\vec{F}_{Lorentz}$ $F = q\,v\,B\,\mathrm{sen}\,\alpha$



La Fuerza de Lorentz (fuerza magnética) tiene por:

Módulo: q v B sen α

Dirección: perpendicular al plano que definen los vectores

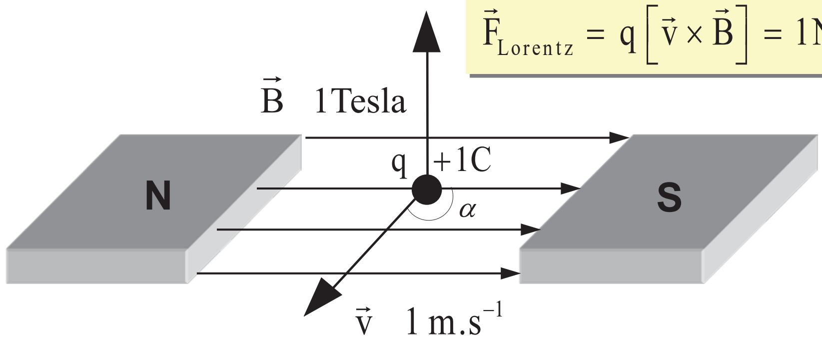
Sentido: regla de Maxwell o regla del tornillo

- **La FUERZA TIENE SENTIDO CONTRARIO, si la CARGA que penetra en el campo es NEGATIVA (-q)**

2.2 Acción de un campo magnético sobre una carga en movimiento

- **Ley de Lorentz y campo magnético**
- **La ley de Lorentz,** nos permite definir el campo magnético en un punto, a partir de la fuerza que ejerce el campo sobre la unidad de carga (+1C) que se mueve con una velocidad de 1 m/s en dirección perpendicular al campo.

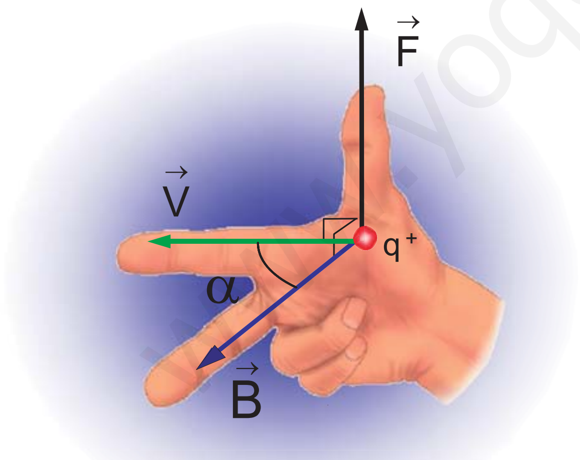
$$\vec{F}_{Lorentz} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right] = 1N$$



- El vector que define el campo magnético se llama **inducción magnética:** $\vec{B}$
- Su módulo se calcula a partir de la ley de Lorentz:

$$B = \frac{F}{q\,v\,\mathrm{sen}\,\alpha} \qquad \text{Unidad en el SI: } 1\,\text{Tesla} = \frac{1\,N}{1C.1m.s^{-1}}$$

2.3 Unidades de medida del campo magnético o inducción magnética



- La unidad de inducción magnética en el S.I. es el **Tesla (T)**
- **Un Tesla** es el valor de la inducción magnética de un campo que ejerce una fuerza de **1 N** sobre una carga eléctrica de **1 C** que se mueve con una velocidad de **1m/s perpendicular al campo**

- Fuerza sobre una carga eléctrica positiva en un campo magnético: regla de la mano derecha.

$$1\ \text{Tesla} = \frac{1N}{1C.m.s^{-1}} = \frac{1N}{A.m}$$

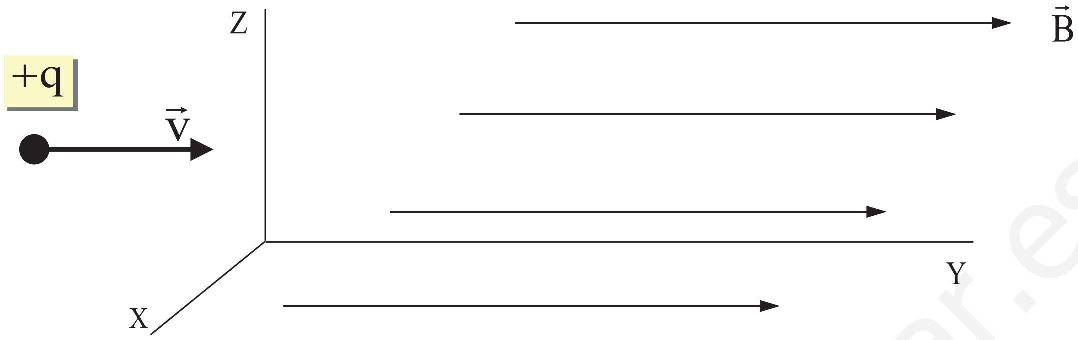
$$\vec{F}_{Lorentz} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$$

- Otras Unidades de Inducción magnética: $1\ \text{Tesla} = 1\dfrac{\text{weber}}{m^2} = 10^4\ \text{Gauss}$

3.1 Movimiento de cargas en un campo magnético

- **La partícula cargada (q) entra en el campo en su misma dirección.**
- **Los vectores velocidad e inducción magnética son paralelos.**

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right] = q\,v\,B\,\mathrm{sen}\,0 = 0$$

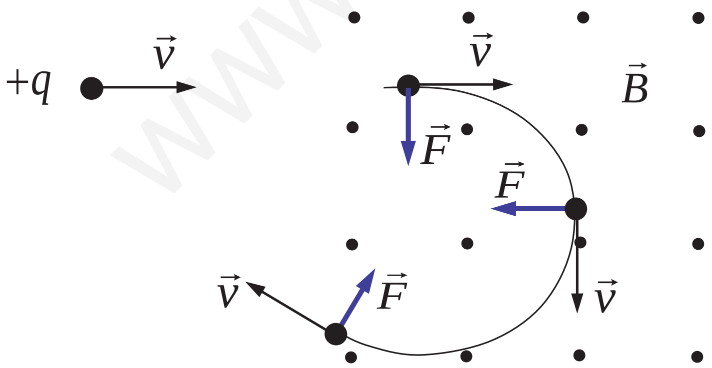


- La partícula con carga q seguirá moviéndose con velocidad constante en módulo y dirección: movimiento rectilíneo y uniforme.
- La partícula no interacciona con el campo.

3.2 Movimiento de cargas en un campo magnético

- **La partícula cargada (q) entra perpendicularmente al campo magnético.**

$$\left|\vec{F}_{Lorentz}\right| = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right] = q\,v\,B\,\mathrm{sen}\,90 = q\,v\,B$$



- La fuerza es perpendicular a la velocidad: **la partícula describe una circunferencia de radio r (MCU).**
- **Es una fuerza normal, radial o centrípeta, no realiza trabajo, luego la energía cinética de la partícula no se modifica.**

$$F = q\,v\,B = m a_c = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$w = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T}$$

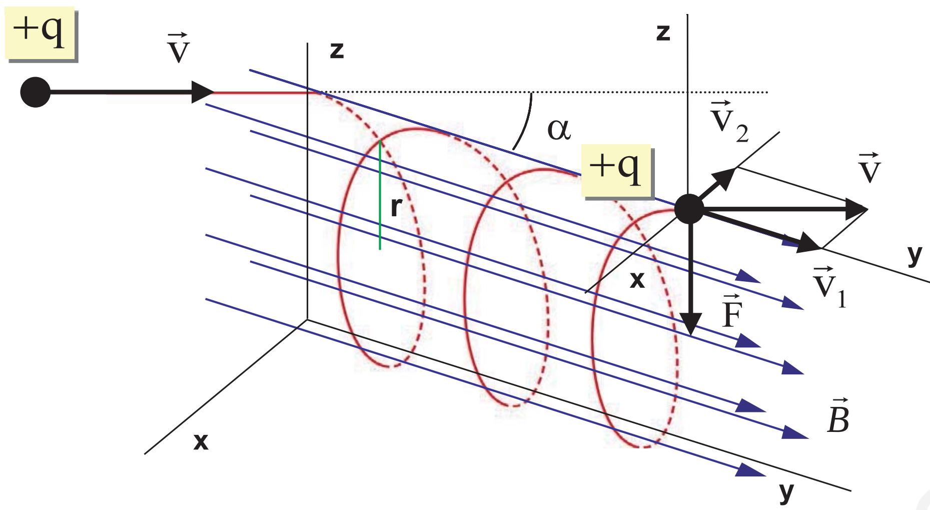
- Estas ecuaciones nos permiten calcular el radio r de la circunferencia que describe la partícula cargada que penetra en el campo magnético, así como su velocidad angular w y su período T.

3.3 Movimiento de cargas en un campo magnético

- **La partícula cargada (q) entra en cualquier dirección con respecto al campo magnético.**

$$\left|\vec{F}_{Lorentz}\right| = q\left[\vec{v}\times\vec{B}\right] = q\,v\,B\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

- Carga en movimiento bajo un ángulo cualquiera



- **El vector velocidad se descompone:**
- Una componente en la dirección del campo que permanece constante.
- Otra componente perpendicular al campo, que varía de dirección, aunque no de módulo.
- El movimiento resultante es uniforme en la dirección del campo y circular alrededor de él, dando lugar a una **trayectoria helicoidal.**

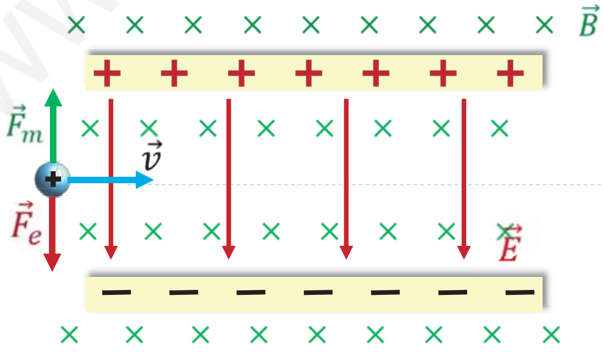
- La partícula sigue una trayectoria helicoidal:

$$F = q\,v\,B\,\mathrm{sen}\,\alpha = m a_c = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{q\,B\,\mathrm{sen}\,\alpha}$$

3.4 Movimiento de cargas en un campo magnético y eléctrico

- **Si una carga eléctrica +q se encuentra en una región del espacio en la que coexisten un campo eléctrico y un campo magnético actuará sobre la carga la suma vectorial de las fuerzas eléctrica y magnética.**

$$\vec{F}_{Eléctrica} = q\vec{E} \qquad \vec{F}_{Magnética} = q\left[\vec{v}\times\vec{B}\right]$$



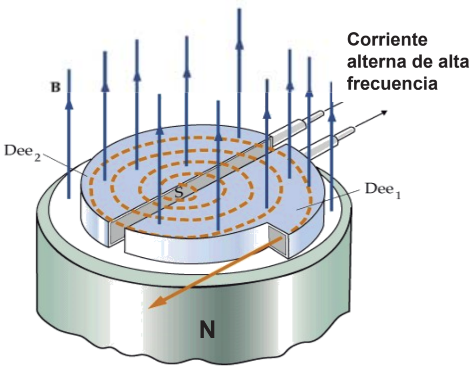
$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}\times\vec{B}\right]$$

- **Fuerza que actúa sobre una carga eléctrica en un espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético**

- En el caso de la figura las fuerzas eléctrica y magnética se compensan: $qE = q\,v\,B$
- Al fijar unos valores de E y B, se determinan las partículas que lleven una cierta velocidad: $v = \frac{E}{B}$
- **La ley de Lorentz tiene aplicaciones en los aceleradores de partículas y en el espectrógrafo de masas.**

3.5 Movimiento de cargas en campos magnéticos

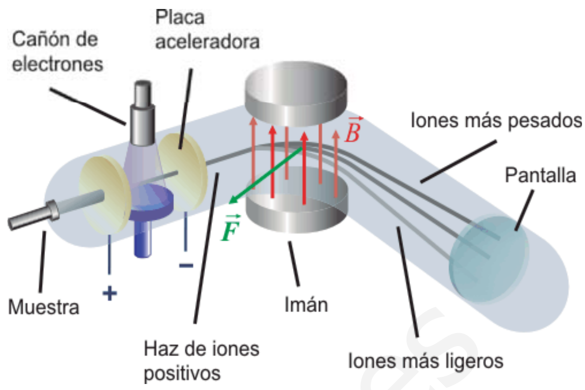
- **Ciclotón**



- Las partículas cargadas son aceleradas por la diferencia de potencial existente entre las dos "des". Cuando llegan de nuevo al hueco, la ddp ha cambiado de signo y vuelven a acelerarse describiendo un círculo mayor.

$$v = \frac{qBr}{m} \quad \Rightarrow \quad E_{c\,máx} = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m}$$

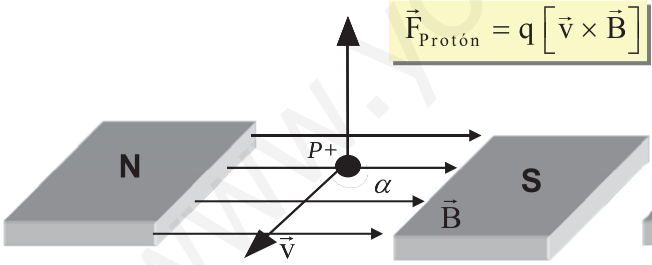
- **Espectrógrafo de masas**



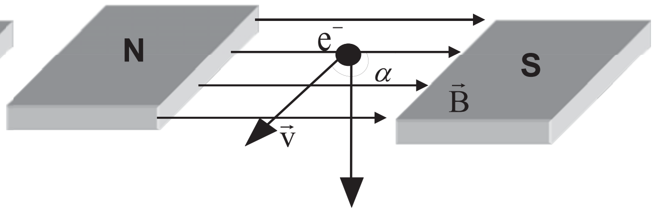
3.6 Fuerza magnética sobre un protón, electrón y neutrón: ley de Lorentz

- **Protón**

$$\vec{F}_{Protón} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$$



- **Electrón**

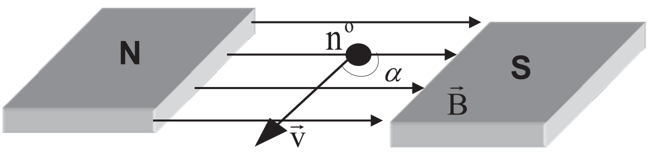


- Protón y electrón interaccionan con el campo magnético
- En este campo magnético poseen un movimiento circular uniforme.

$$\vec{F}_{Electrón} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$$

- **Neutrón**

$$\vec{F}_{Neutrón} = 0$$



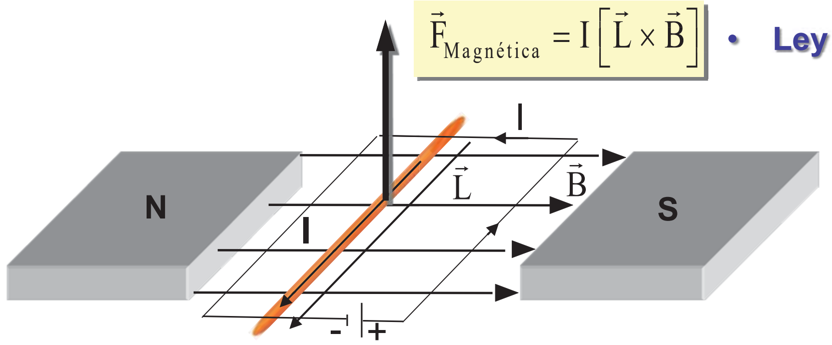
- Neutrón no interacciona con el campo magnético
- En un campo magnético posee un movimiento rectilíneo uniforme.

3.7 Acción de un campo magnético sobre una corriente rectilínea

- Sobre un conductor por el que no circula una corriente eléctrica, situado en un campo magnético, no actúa fuerza alguna.
- **Una corriente eléctrica (flujo de electrones moviéndose) en un campo magnético, se ve sometida a una fuerza:**

$$\vec{F}_{Magnética} = I\left[\vec{L} \times \vec{B}\right]$$

- **Ley de Laplace**



- **La fuerza magnética** sobre un conductor rectilíneo de longitud L por el que circula una corriente I situado en un campo magnético, tiene por:

$$\vec{F}_{Magnética} = I\left[\vec{L} \times \vec{B}\right]$$

Módulo: I L B sen α

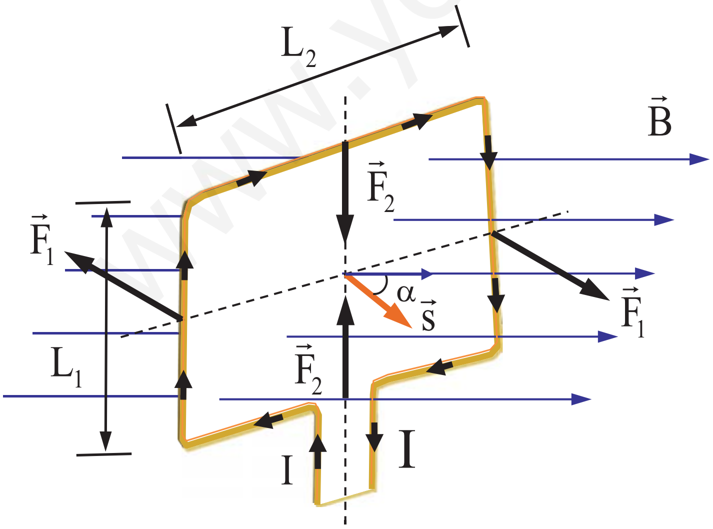
Dirección: perpendicular al plano que definen los vectores

Sentido: regla de Maxwell o regla del tornillo

- La fuerza magnética se deduce a partir de la ley de Lorentz: F = q v B = q L B / t = I L B

3.8 Acción de un campo magnético sobre una espira rectangular

- Si en un campo magnético introducimos una **espira rectangular**, que está formada por cuatro conductores, y hacemos que por ella circule una corriente eléctrica, aparecerá una fuerza sobre cada una de los lados que forman la espira.



- Las fuerzas magnéticas sobre los lados L_2 de la espira $\vec{F}_2 = I\left[\vec{L}_2 \times \vec{B}\right]$ son iguales en módulo, y de sentidos opuestos, y **se anulan entre sí.**
- Lo mismo ocurre sobre los lados L_1 de la espira, $\vec{F}_1 = I\left[\vec{L}_1 \times \vec{B}\right]$ pero su línea de acción es distinta, formando un **par de fuerzas que produce un giro.**

- **Momento del par de fuerzas que hace girar la espira:**

$$\vec{M}_{Par\ Fuerzas} = \vec{F}_1 \times \vec{d}$$

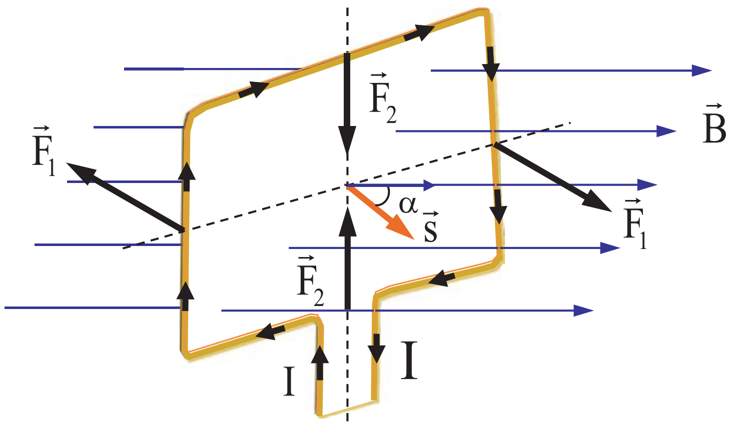
$$I L_1 B L_2 \operatorname{sen}\alpha = I s B \operatorname{sen}\alpha = I\left[\vec{s} \times \vec{B}\right] = \vec{m} \times \vec{B}$$

- A la expresión $\vec{m} = I.\vec{s}$ se le llama **momento magnético de la espira**, es una magnitud característica de la espira.

3.9 Acción de un campo magnético sobre una espira rectangular

- **El momento se anula cuando el plano de la espira es perpendicular al campo:**

$$\vec{s} \parallel \vec{B} \;\Rightarrow\; \operatorname{sen}\alpha = 0 \;\Rightarrow\; \vec{M} = 0$$



- **El momento es máximo cuando el plano de la espira es paralelo al campo:**

$$\vec{s} \perp \vec{B} \;\Rightarrow\; \operatorname{sen}\alpha = 1 \;\Rightarrow\; \vec{M}_{Máx} \;\Rightarrow\; |M| = I\,s\,B$$

- Si se trata de una bobina o un solenoide, su momento se multiplica por el número de espiras o vueltas:

$$\vec{M}_{Par\ Fuerzas} = n\,I\left[\vec{s}\times\vec{B}\right] = n\left[\vec{m}\times\vec{B}\right]$$

- En esto se fundamentan los **motores eléctricos y los galvanómetros**

3.10 Galvanómetro de cuadro móvil

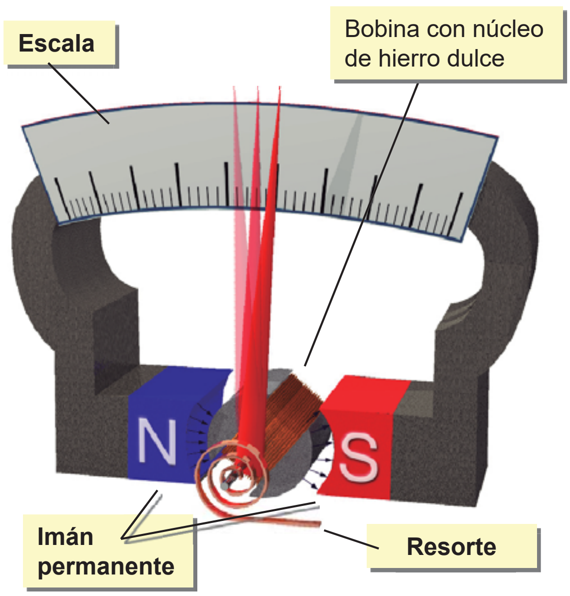
- **Galvanómetro:** instrumento que mide la intensidad y/o el voltaje de una corriente eléctrica.
- Por tanto es el fundamento de los **amperímetros y voltímetros.**

- Consta de una bobina situada en un campo magnético radial formando siempre entre ambos un ángulo recto.

- Al circular la corriente por la bobina se genera un par de fuerzas que la hace girar, siendo proporcional al ángulo girado.

- La bobina se detiene cuando el par de fuerzas magnético se iguala al par de fuerzas mecánico que ejerce el resorte:

$$\vec{M}_{\text{Magnético}} = n\,I\left[\vec{s}\times\vec{B}\right] = \vec{M}_{\text{Mecánico}}$$



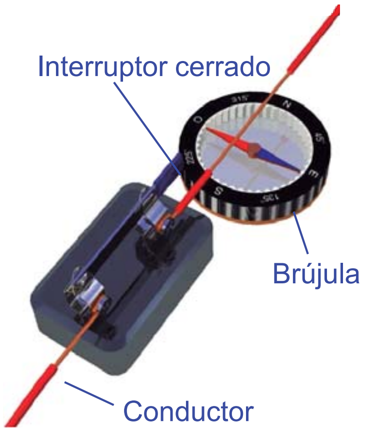
- **Galvanómetro**

4.1 Campos magnéticos producidos por corrientes

- **El experimento de Oersted**

- En 1820 **Hans Christian Oersted** demostró experimentalmente los efectos de una corriente eléctrica sobre una aguja imantada.

CIRCUITO CERRADO



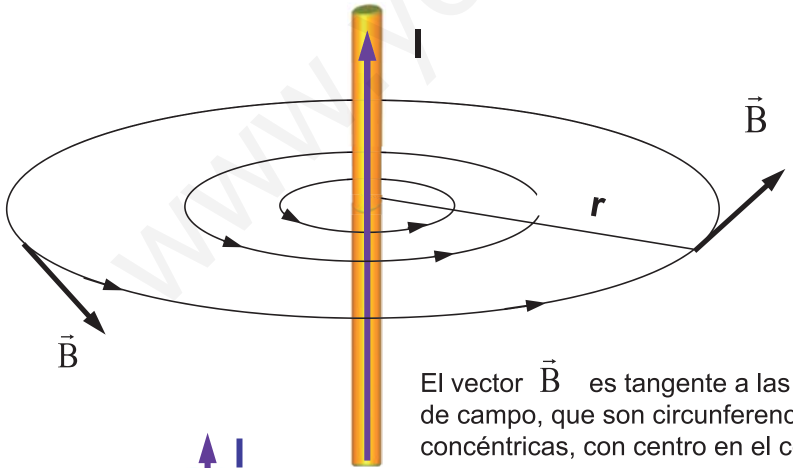
- Situó la aguja paralela un conductor rectilíneo.
- Observó que giraba hasta quedar perpendicular al conductor cuando circulaba por él una corriente eléctrica

CIRCUITO ABIERTO

- La aguja volvía a su posición inicial al cesar la corriente eléctrica.
- El paso de la corriente ejercía sobre la aguja imantada los mismos efectos que un imán

4.2 Campo magnético producido por una corriente rectilínea

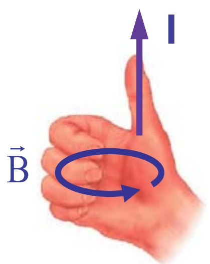
- **Biot y Savart** midieron el valor de la inducción magnética $\vec{B}$, debida a un conductor rectilíneo largo por el que circula una corriente I en un punto situado a una distancia r:



- **Ley de Biot y Savart:** el campo magnético creado por un conductor rectilíneo, en sus proximidades, depende directamente de la intensidad de corriente que circula por él, e inversamente de la distancia al conductor:

El vector $\vec{B}$ es tangente a las líneas de campo, que son circunferencias concéntricas, con centro en el conductor.

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{r}$$



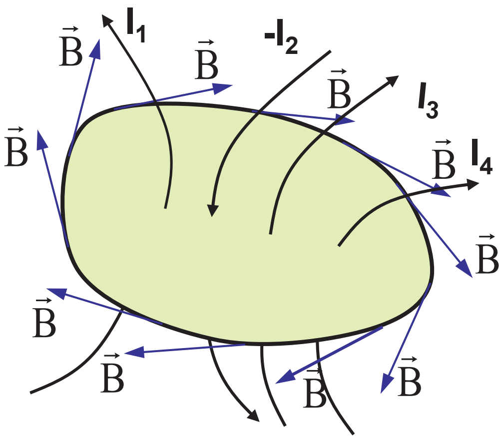
- La constante de proporcionalidad $\frac{\mu_o}{2\pi}$ depende del medio.
- La permeabilidad magnética del vacío : $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$

- **Regla de la mano derecha: campo magnético creado por un conductor rectilíneo.**

4.3 Ley de Ampere

André Marie Ampère
Físico y Matemático francés
Lyón 1775 – Marsella 1833

- El campo magnético, en el vacío, creado por un conductor rectilíneo, puede escribirse de la forma: $B\,2\pi r = \mu_o I$
- En su forma diferencial : $\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I$
- El primer miembro se denomina **circulación del vector $\vec{B}$ a lo largo de una circunferencia.**
- **Ampère** demostró que esta expresión es válida para cualquier línea cerrada que englobe una o más corrientes, y enunció que:
- **Ley de Ampére: la circulación del vector $\vec{B}$ a lo largo de cualquier línea cerrada es igual a μ_0 veces la intensidad neta de corriente encerrada por la curva:**



$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o \sum I = \mu_o \left\lfloor I_1 - I_2 + I_3 + I_4 \right\rfloor$$

- **El Campo Magnético no es conservativo:**

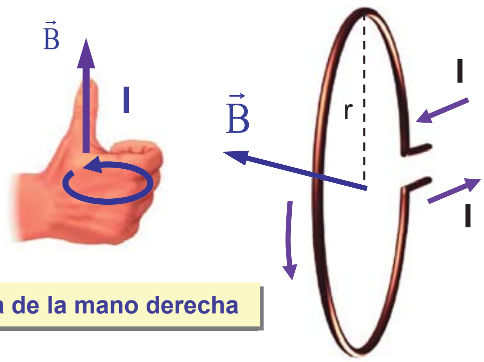
$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I \neq 0$$

- **El Campo Eléctrico si es conservativo:**

$$\oint \vec{E}.d\vec{l} = 0$$

4.4 Campo magnético producido por una espira circular

- La ley de Biot y Savart permite calcular el **campo magnético en el centro de una espira** circular de radio r por la que circula una corriente eléctrica de intensidad I.

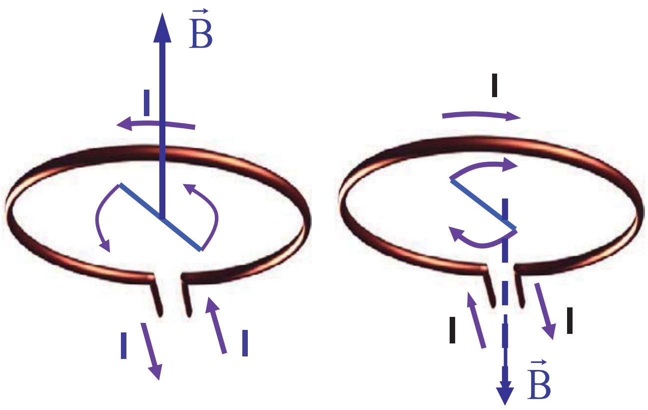


Regla de la mano derecha

- El campo es perpendicular a todos los elementos de corriente en que podemos descomponer la espira. Por lo tanto perpendicular al plano de la espira.
- **El módulo del vector inducción magnética en el centro de la espira es:**

$$B = \frac{\mu_o I}{2r}$$

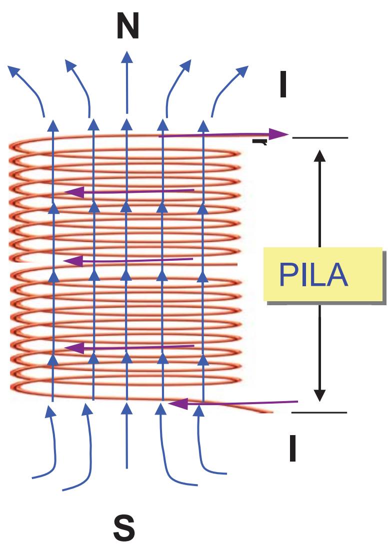
- Una espira por la que circula una corriente eléctrica se convierte en un imán, con sus dos polos (caras) norte y sur.



- El sentido de la corriente en la espira, determina la polaridad del campo magnético.

4.5 Campo magnético en el interior de una bobina

- Una **BOBINA** es una conjunto de n espiras muy juntas.
- Cuando por una bobina, de radio r, circula una corriente eléctrica continua I, se crea en su interior un campo magnético que vale:



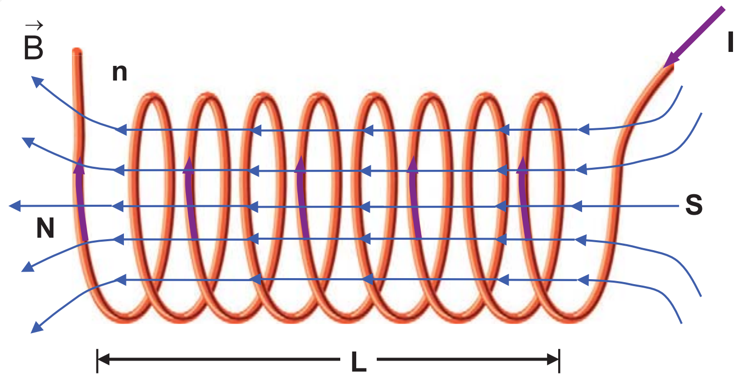
$$B = n\frac{\mu_o I}{2r}$$

- Una **BOBINA** por la que circula una corriente eléctrica se comporta como un **IMÁN**: una cara de la bobina hace de **POLO NORTE** y la otra cara de **POLO SUR**.

4.6 Campo magnético en el interior de un solenoide

- Un solenoide está formado por n espiras circulares que forman un cilindro de longitud L, cuyo radio r es significativamente menor que su longitud.
- Cuando por un solenoide de longitud L, formado por n espiras, circula una corriente I se crea un campo magnético en su interior.

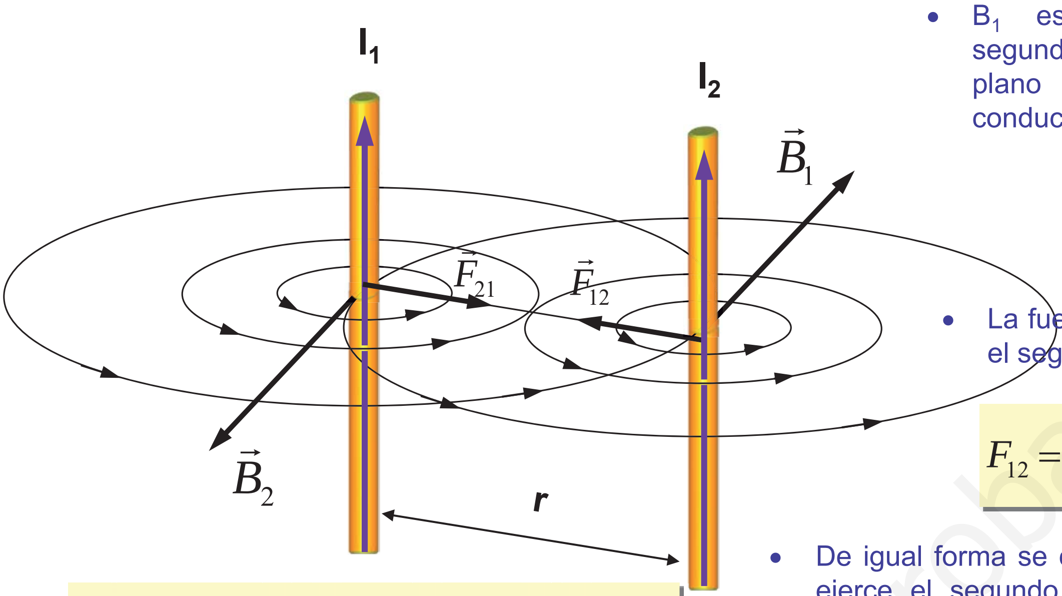
$$B = n\frac{\mu_o I}{L}$$



- Un **solenoide** por la que circula una corriente eléctrica se comporta como un **imán**: una cara del solenoide es el **polo norte** y la otra cara el **polo sur**.
- Si introducimos una barra de **hierro** en el solenoide construimos un **electroimán**. Se aumenta el campo magnético, puesto que el coeficiente de permeabilidad magnética del Fe es mayor que el del aire / vacío.

4.7 Fuerza magnética entre corrientes paralelas

- Se trata de calcular la **interacción entre dos conductores rectilíneos y paralelos** por los que circulan corrientes eléctricas de intensidades I_1 e I_2
- Según la ley de Biot y Savart el primer conductor recorrido por I_1 genera un campo magnético $\vec{B}_1$ que ejerce una fuerza magnética $\vec{F}_2$ sobre el segundo conductor por el que circula corriente I_2, y viceversa.



- B_1 es perpendicular al segundo conductor y al plano que definen los conductores:

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r}$$

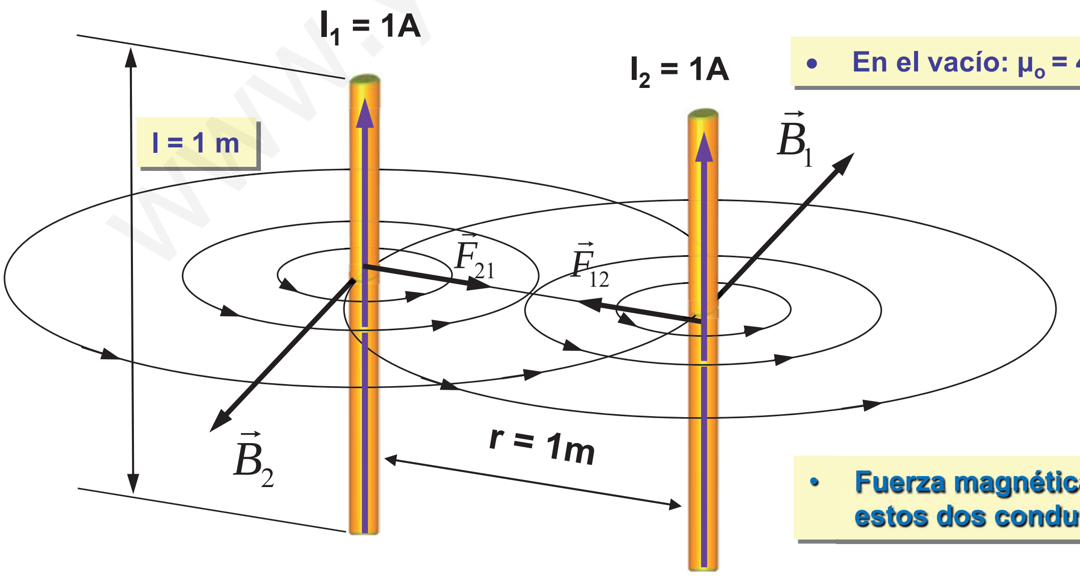
- La fuerza que ejerce sobre el segundo conductor vale:

$$F_{12} = I_2 l B_1 = \frac{\mu_o I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

- **Corrientes del mismo sentido se atraen y de sentido contrario se repelen.**
- De igual forma se calcula la fuerza que ejerce el segundo conductor sobre el primero: $F_{1-2} = F_{2-1}$: son fuerzas acción – reacción.

4.8 Definición de Amperio

- Un Amperio (1A) se define como la intensidad de corriente que circula por dos hilos conductores, paralelos, separados un metro, situados en el vacío, cuando sobre cada metro de longitud de conductor se ejerce una fuerza de 2.10^{-7} N.



- **En el vacío: $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ (S.I.)**
- **Fuerza magnética entre estos dos conductores vale:**

$$F_{1-2} = F_{2-1} = \mu_o \frac{I_1 I_2 l}{2\pi r} = 4\pi\, 10^{-7} \frac{N}{A^2} \frac{1A.1A.1m}{2\pi.1m} = 2.10^{-7} N$$

4.9 Ejercicios campo magnético

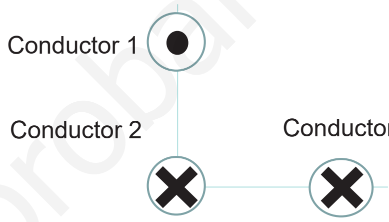
1.- Un protón se mueve con una velocidad de $3 \cdot 10^7$ m/s a través de un campo magnético de 1,2 T. Si la fuerza que experimenta es de $2 \cdot 10^{-12}$ N, ¿qué ángulo formaba su velocidad con el campo cuando entró en él?

2.- Un hilo conductor de 10 g de masa y 20 cm de longitud conectado a un generador de corriente continua mediante hilos flexibles se encuentra inmerso en un campo magnético de 0,04 T que lo atraviesa perpendicularmente, paralelo al suelo. Determina qué intensidad de corriente debe hacerse circular y en qué sentido para que el conductor levite y no se caiga al suelo?

3.- Un electrón incide en un campo magnético de 12 i T, con una velocidad de $1{,}6 \cdot 10^7$ m/s, formando un ángulo de 30º con las líneas de dicho campo. a) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón? b) ¿Cuál es la velocidad de avance en el campo?

4.- Dos partículas de masas *m* y *4m* y cargas *Q* y *3Q*, respectivamente, con la misma velocidad, *v*, en un campo magnético de valor *B*. Demuestra cómo son, en cada caso, los radios de los círculos que describen, así como sus respectivos períodos de revolución.

5.- Tres hilos conductores largos, rectilíneos y paralelos entre sí están situados en tres vértices de un cuadrado de 10 cm de lado. Por los tres circula una intensidad de 20 A, dirigida hacia fuera del papel en el conductor 1, y hacia dentro en el caso de los conductores 2 y 3. Determina, usando el sistema de referencia XY centrado en el conductor 2, la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre el conductor 1, así como su valor.

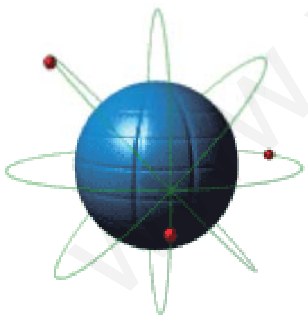


6.- Halla el campo magnético en el centro de una espira circular de 80 cm² de superficie por la que circula una corriente de 2 A.

7.- ¿Cuánto vale el campo magnético en el centro de un solenoide de 500 espiras que tiene una longitud de 30 cm y por el que circula una intensidad de 2 A?

5.1 El magnetismo natural

- Un imán natural, como cualquier otra sustancia, está formado por una gran cantidad de átomos, formados por electrones que giran alrededor del núcleo.



- A los imanes atómicos se le denomina **dipolos magnéticos.**
- Estos dipolos pueden surgir tanto del **movimiento orbital de los electrones** como del **movimiento de rotación de los mismos**

- **Un electrón es el imán más pequeño que existe, con sus polos norte y sur, inseparables.**

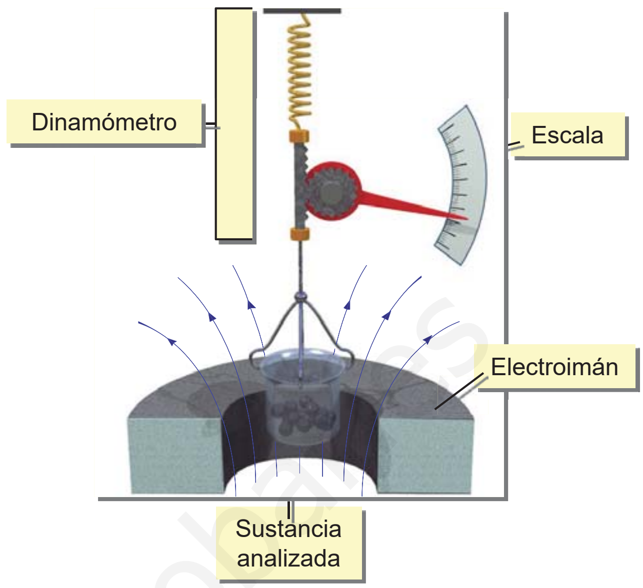
- **En los átomos, los electrones en su movimiento alrededor del núcleo y en su giro sobre sí mismos, constituyen pequeñas espiras de corriente que generan un campo magnético, comportándose como pequeños imanes o dipolos magnéticos.**
- Según esta teoría, todas las sustancias deberían tener propiedades magnéticas. No es así.
- **La mayor parte de las sustancias tiene sus dipolos magnéticos orientados al azar, anulándose los unos con los otros.**

5.2 El magnetismo natural

- **No todas las sustancias se comportan del mismo modo en presencia de un campo magnético.**

- Se comprueba, introduciéndo la sustancia por uno de los extremos de un electroimán y midiendo la fuerza que ejerce el campo magnético sobre ella.
- Según su comportamiento, ante la presencia de un campo magnético, las sustancias se clasifican:

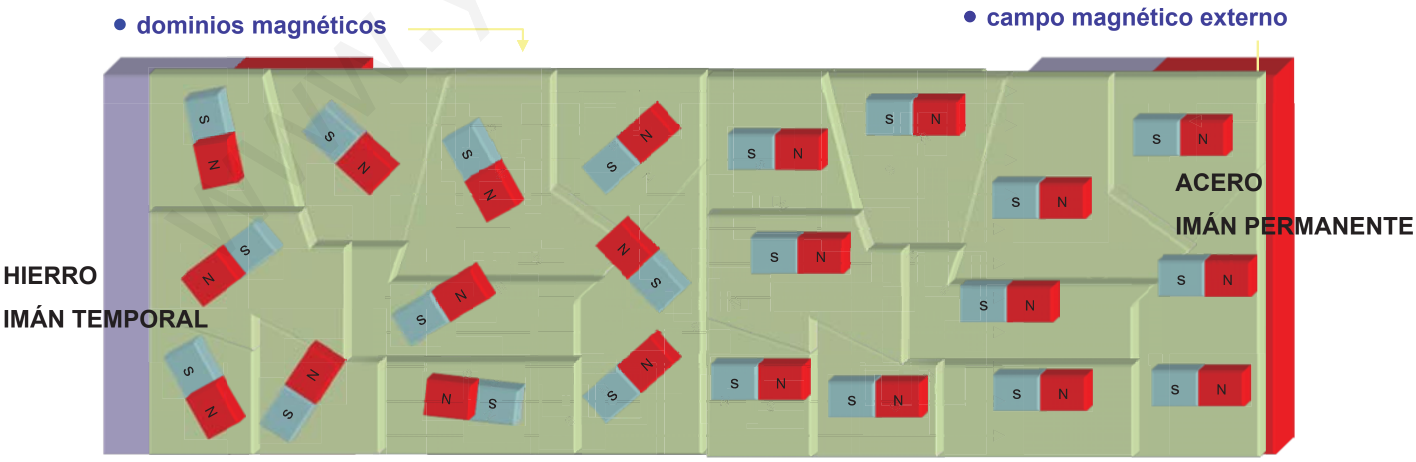
- sustancias ferromagnéticas
- sustancias paramagnéticas
- sustancias diamagnéticas



Medida de la fuerza magnética sobre una sustancia

5.3 Sustancias ferromagnéticas

- **Son fácilmente imantables y fuertemente atraídas por un imán.**
- Están formadas por pequeñas regiones en las cuales todos los átomos tiene la misma dirección: son los **dominios magnéticos**.



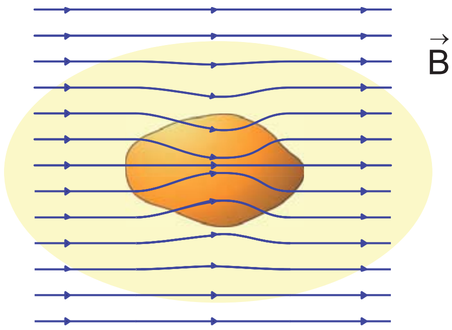
HIERRO los dominios se orientan con facilidad, pero la orientación de desaparece cuando cesa el campo exterior

ACERO los dominios ofrecen resistencia a orientarse, una vez orientados permanecen en esa posición

- En un **material ferromagnético no imantado** los dominios están orientados al azar, pero en presencia de un **campo magnético externo**, estos dominios se orientan en la misma dirección y sentido, convirtiéndose en un **imán.**
- Sustancias ferromagnéticas: hierro, cobalto, acero, níquel y aleaciones de esos metales.
- La permeabilidad magnética de estas sustancias es muy superior a la del vacío.

5.4 Sustancias paramagnéticas

- **Son atraídas débilmente por un imán y prácticamente no se imantan.**



Comportamiento de una sustancia paramagnética

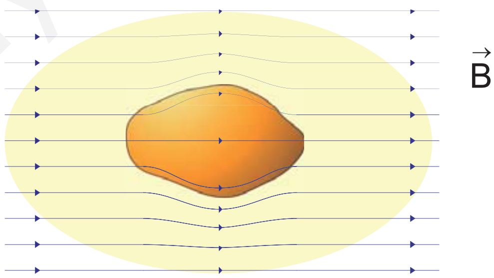
- **El paramagnetismo aumenta al disminuir la temperatura**, puesto que disminuye la agitación térmica de modo que, los mayores efectos paramagnéticos se observan cerca del cero absoluto.

- El estaño, platino, oxígeno y aluminio, **son sustancias paramagnéticas,** ya que son atraídas débilmente por los imanes.

- Su permeabilidad magnética de estas sustancias es **superior a la permeabilidad magnética del vacío μ_0 .**

5.5 Sustancias diamagnéticas

- **Son débilmente repelidas por un imán.** Esto es debido a que algunos dipolos atómicos se orientan en sentido contrario al campo magnético exterior.



Comportamiento de una sustancia diamagnética

- Al situar la sustancia en un campo externo, se induce un campo magnético muy débil de sentido opuesto al externo que tiende a alejar la sustancia del imán.

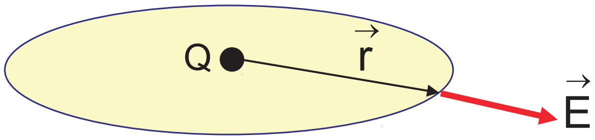
- El agua, el cloruro de sodio, el alcohol, el oro, la plata, el cobre o el plomo **son sustancias diamagnéticas.**

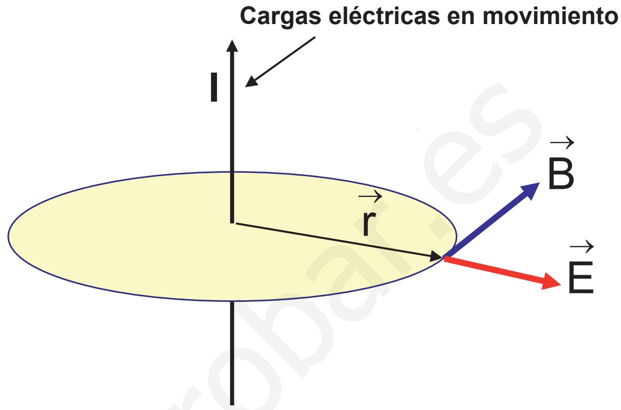
- Su permeabilidad magnética siempre **es inferior a la permeabilidad magnética del vacío μ_0 .**

6.1 Principales analogías y diferencias entre los campos eléctrico y magnético

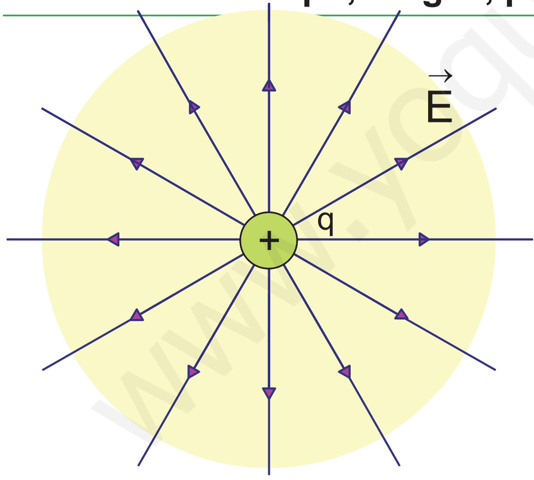
- **Ambos campos tienen su origen en las cargas eléctricas**

- **Una carga en reposo genera solo un campo eléctrico**
- **Una carga en movimiento genera un campo eléctrico y un campo magnético**

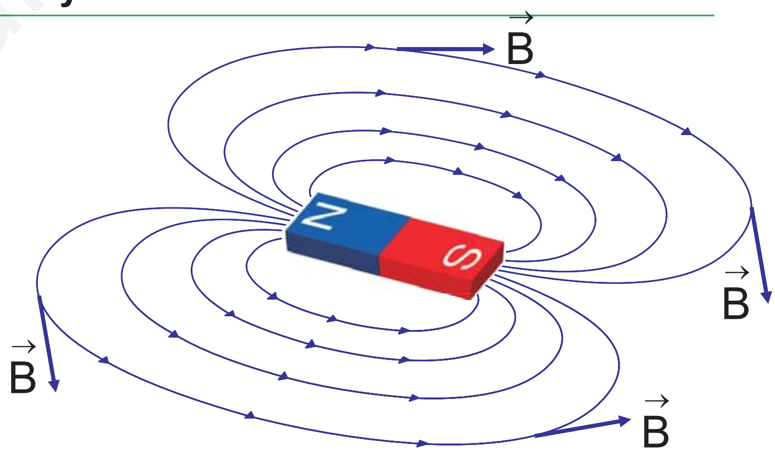




6.2 Líneas de campo, cargas, polos y medio físico



Líneas de campo eléctrico



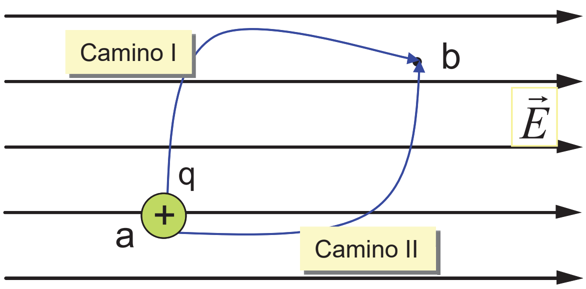
Líneas de campo magnético

- Las líneas de fuerza del campo eléctrico son líneas abiertas: comienzan o terminan en una carga, pero pueden extenderse al infinito
- Pueden encontrarse cargas eléctricas aisladas, positivas y negativas

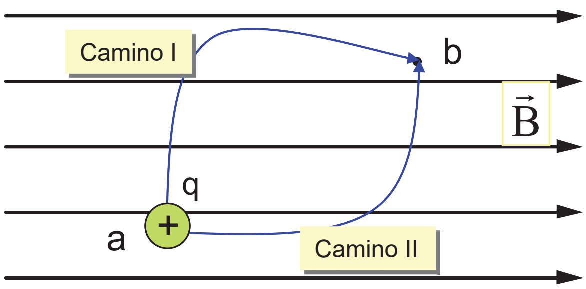
- Las líneas de fuerza del campo magnético son líneas cerradas: nacen en un polo magnético y finalizan en el otro de distinta polaridad
- Los polos magnéticos se presentan siempre por parejas. No hay polos magnéticos aislados

La constante dieléctrica ε y la permeabilidad magnética μ dependen del medio

6.3 Trabajo eléctrico y magnético



$$W_{\text{Camino I}} = W_{\text{Camino II}}$$



$$W_{\text{Camino I}} \neq W_{\text{Camino II}}$$

- El campo eléctrico es un campo conservativo: el trabajo necesario para mover una carga entre dos puntos del campo no depende del camino seguido

- **Campo Eléctrico si es conservativo:**

$$\oint \vec{E}.d\vec{l} = 0$$

- Es posible asignar a cada punto del campo un valor de una magnitud escalar: **Energía Potencial** para describir el campo

- El campo magnético es un campo no conservativo: el trabajo necesario para mover una carga entre dos puntos del campo depende de la trayectoria seguida.

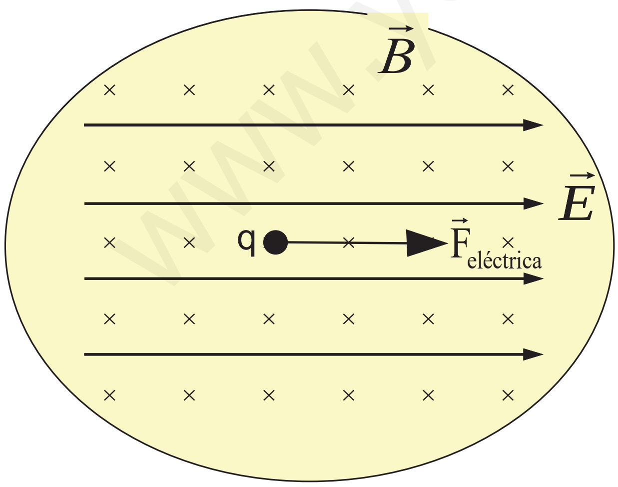
- **Campo Magnético no es conservativo:**

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I \neq 0$$

- No es posible asignar a cada punto del campo un valor de una magnitud escalar: Energía Potencial para describir el campo

6.4 Fuerza sobre una carga eléctrica

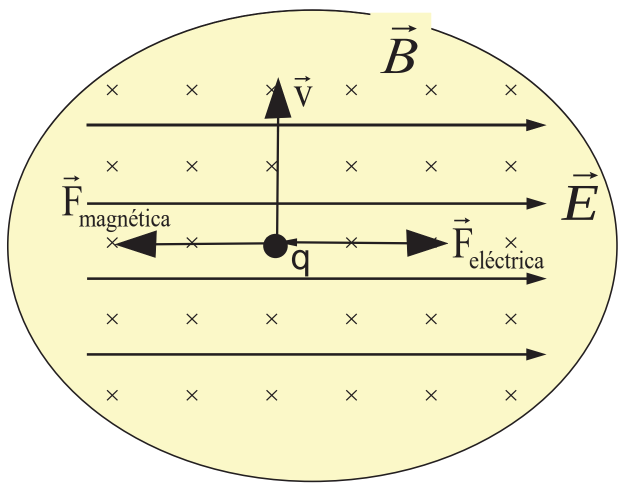
- Fuerza sobre una carga en reposo



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- **Sólo el campo eléctrico ejerce fuerza sobre una carga en reposo**

- Fuerza sobre una carga en movimiento



$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$$

- **El campo eléctrico y el campo magnético ejercen fuerzas sobre una carga en movimiento (Ley de Lorentz)**

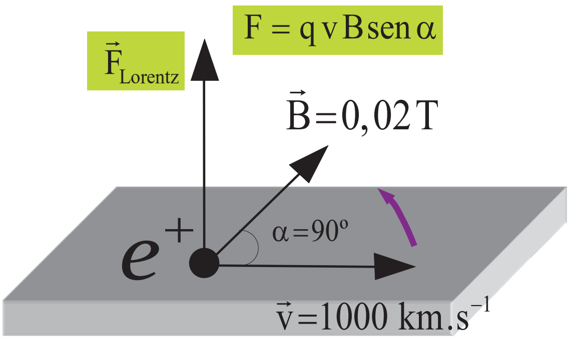
7.1 Problemas de campo magnético

1. Un positrón penetra perpendicularmente en un campo magnético de 0,02 T a 1000 Km/s. Determinar: a) la fuerza que actúa sobre el positrón; b) el radio y el sentido de la órbita descrita y el tiempo que tarda en recorrer esa órbita. Datos: carga del positrón = $1{,}6.10^{-19}$ C; masa del positrón $9{,}1.10^{-28}$ g. Sol: $3{,}2.10^{-15}$ N; $2{,}84.10^{-4}$ m; $1{,}79.10^{-9}$ s.

- La fuerza es perpendicular al campo magnético y a la velocidad, tiene por módulo, aplicando la:

$$ley\ de\ Lorentz: \vec{F} = q\left[\vec{v}\times\vec{B}\right] \Rightarrow \quad F = q\,v\,B\,sen\,90^{o} =$$

$$= 1{,}6.10^{-19}\,C.10^{6}\,m.s^{-1}.0{,}02\ T = 3{,}2.10^{-15}\,N$$



- La fuerza obliga a la partícula a describir una circunferencia de radio r:

$$F = qvB = ma_c = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

$$r = \frac{mv}{qB} = 2{,}84.10^{-4}\,m$$

- El sentido el de la velocidad.

- El período T, del movimiento: $w = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi.2{,}84.10^{-4}\,m}{10^{6}\,m.s^{-1}} = 17{,}84.10^{-10}\,s$

7.2 Problemas de campo magnético

2. Dentro de un campo magnético de intensidad 1 Wb/m² se desplaza perpendicularmente un protón de 10 Mev de energía. Indicar módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre él. Datos: q-protón = $1{,}6.10^{-19}$ C; m-protón = $1{,}7.10^{-24}$ g. Sol: $6{,}94.10^{-12}$ N.

- A partir de la energía del protón calculamos su velocidad:

$$E = 10\,M\,eV = 10.10^{6}.1{,}6.10^{-19}\,C.V\,(J) =$$

$$\frac{1{,}67.10^{-27}\,kg.v^{2}}{2} \Rightarrow \quad v = 43{,}38.10^{6}\,m.s^{-1}$$

- Aplicando la ley de Lorentz:

$$F = qvB = 1{,}6.10^{-19}\,C.43{,}38.10^{6}\,m.s^{-1}.1wb.m^{-2} = 6{,}94.10^{-12}\,N$$

- La dirección y el sentido se determina por el producto vectorial de $\vec{v}\ por\ \vec{B}$
- Ver figura del ejercicio anterior.

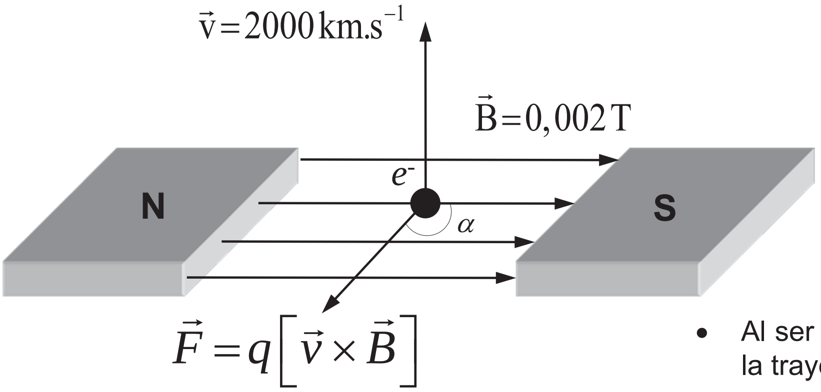
7.3 Problemas de campo magnético

3. Un electrón penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme normal de 0,002 T a una velocidad de 2000 Km/s. Determinar: a) la fuerza que actúa sobre el electrón; b) el tipo de trayectoria y el parámetro, si existe, que la describe.
Datos: e =1,6.10^{-19} C; m_e = 9,1.10^{-28} g. sol: 6,4.10^{-16} N; 5,68.10^{-3} m.

- A partir de la ley de Lorentz se calcula la fuerza que actúa sobre el electrón:

$$ley\ de\ Lorentz: \vec{F} = q\left[\vec{v}\times\vec{B}\right] \Rightarrow \quad F = q\,v\,B\,sen\,90^{o} =$$

$$\Rightarrow 1,6.10^{-19}C.2.10^{6}m.s^{-1}.0,002T = 6,4.10^{-16}N$$



- Puesto que la fuerza se ejerce sobre una carga negativa tiene sentido contrario al que se determina a partir del producto vectorial de la ley de Lorentz.

- Al ser los vectores $\vec{v}\ y\ \vec{B}$ perpendiculares, la trayectoria es circular, de radio r:

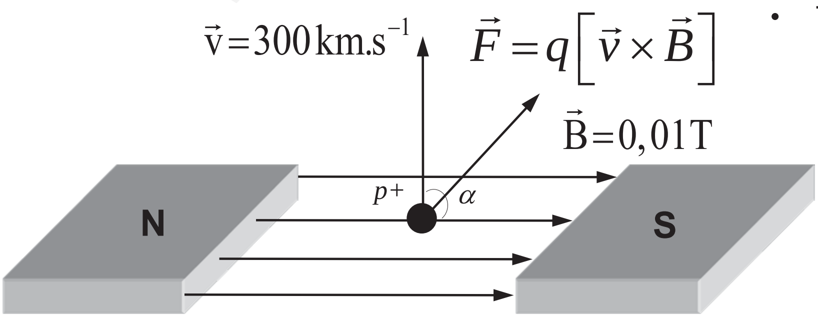
$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = 5,68.10^{-3}m$$

7.4 Problemas de campo magnético

4. Un protón incide normalmente en un campo magnético uniforme de 0,01 T a 300 km/s. Determinar: a) la fuerza que actúa sobre él; b) el trabajo cuando el protón se desplaza a lo largo de su trayectoria 1 km; c) El tiempo que tarda en recorrer esa distancia. Datos: Carga protón = 1,6.10^{-19} C; masa protón = 1,7.10^{-24} g. Sol: 4,8.10^{-16} N; 0 Julios; 1/3.10^{-2} s.

- La ley de Lorentz calcula el módulo de la fuerza que actúa sobre el protón:

$$F = q\,v\,B\,sen\,90^{o} = 1,6.10^{-19}C.3.10^{5}m.s^{-1}.0,01T = 4,8.10^{-16}N$$



- Trabajo realizado por la fuerza magnética:

$$w = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos 90^{o} = 0$$

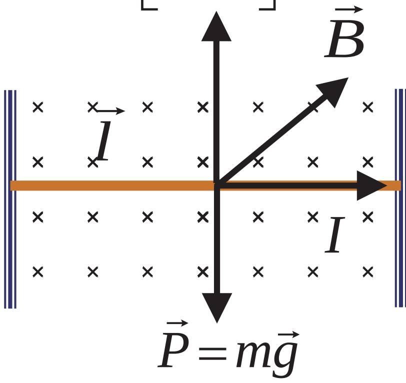
- La fuerza y la velocidad son perpendiculares, no se realiza trabajo, y por lo tanto, la energía cinética no varía.

- El movimiento es circular uniforme, el tiempo: $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{10^{3}m}{3.10^{5}m.s^{-1}} = 3,3.10^{-3}s$

7.5 Problemas de campo magnético

5. Un hilo recto conductor por el que circula una corriente eléctrica está situado normalmente a un campo magnético de 1000 Gaus y desliza, sin rozamiento, entre dos guías verticales que distan 20 cm. Calcúlese la corriente eléctrica que circula por el mismo para que no caiga bajo la acción de su peso, si su masa es de 10 g. ¿Es indiferente el sentido de la corriente?. Sol: 4,9 A; no.

$$\vec{F} = I\left[\vec{l} \times \vec{B}\right]$$



- La fuerza magnética que actúa sobre el hilo, al circular por él la corriente eléctrica, tiene que equilibrar a la fuerza peso:

$$\vec{F} + \vec{P} = 0 \quad \Rightarrow \quad I\,l\,B = m\,g$$

- Despejamos la intensidad de corriente que tiene que circular por el hilo:

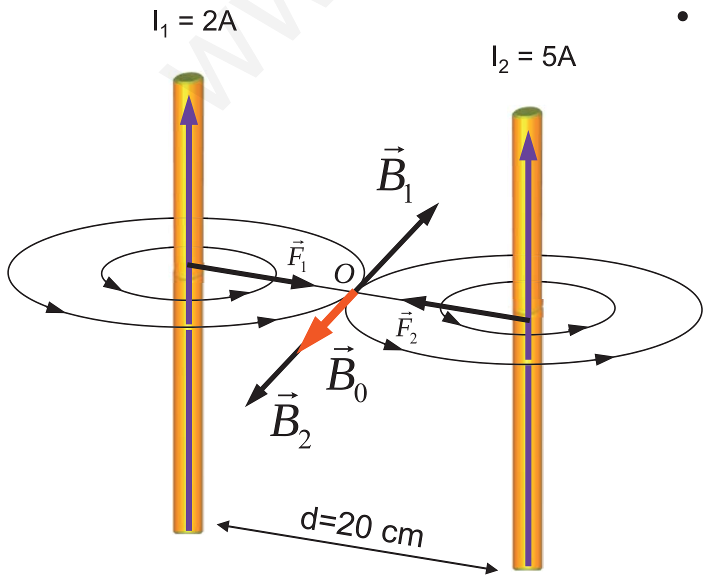
$$I = \frac{m\,g}{l\,B} = \frac{10^{-2}\,kg.9{,}8\,m.s^{-2}}{0{,}2\,m.10^{3}\,gaus.10^{-4}\,T.gaus^{-1}} = 4{,}9\,A$$

- No es indiferente el sentido de la corriente eléctrica.
- Si la corriente circula en sentido contrario se invierte el sentido de la fuerza; ya no podría compensar el peso del hilo conductor.

7.6 Problemas de campo magnético

6. Por dos conductores rectilíneos, separados 20 cm, paralelos y de gran longitud circulan corrientes de 2 A y 5 A en el mismo sentido. Calcular: a) el campo magnético creado por ellos en el punto medio de la recta normal que los une; b) la fuerza por unidad de longitud con que se atraen. Sol: 6.10^{-6} T; 10^{-5} N/m.

- El campo magnético en el punto 0, es la suma vectorial de los campos magnéticos que crean en ese punto cada uno de los conductores por los que circulan las corrientes eléctricas.



- Los vectores $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tiene igual dirección y sentido contrario y están en un plano perpendicular a los hilos conductores. Sus módulos valen:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1} = \frac{4\pi.10^{-7}(SI)}{2\pi}\frac{2A}{0{,}1m} = 4.10^{-6}T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi.10^{-7}(SI)}{2\pi}\frac{5A}{0{,}1m} = 10.10^{-6}T$$

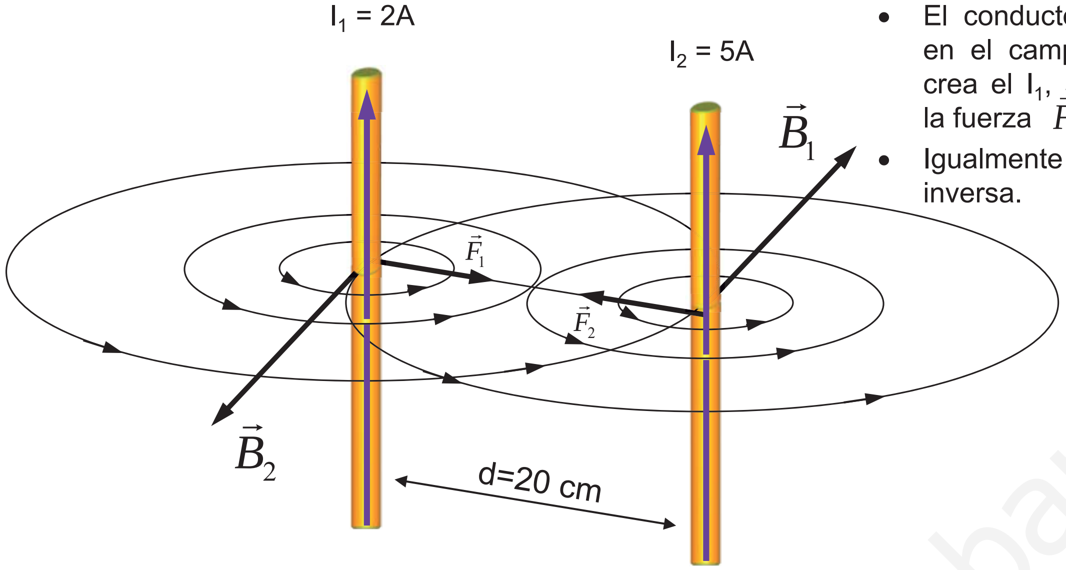
- El vector buscado está en la dirección y sentido de $\vec{B}_2$ y tiene por valor:

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = 6.10^{-6}\,\vec{u}_{B_2}\ (T)$$

7.7 Problemas de campo magnético

Continuación ejercicio nº 6: Por dos conductores rectilíneos, …

- Fuerza, por unidad de longitud, con que se atraen ambos conductores:



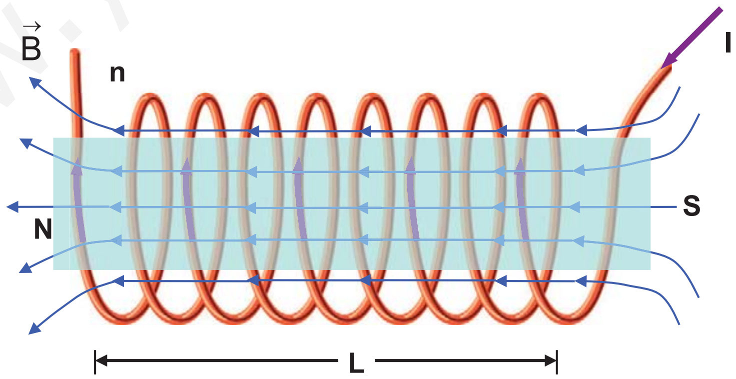
- El conductor I_2 se encuentra en el campo magnético que crea el I_1, sobre él se ejerce la fuerza $\vec{F}_2$
- Igualmente ocurre a la inversa.

- El módulo, por unidad de longitud, de cada una de estas fuerzas $\vec{F}_2$, $\vec{F}_1$ vale:

$$\vec{F}_2 = I_2\left[\vec{l}_2 \times \vec{B}_1'\right] \Rightarrow \frac{F_2}{l_2} = \frac{F_1}{l_1} = B_1 I_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r} I_2 = \frac{4\pi.10^{-7}(SI)}{2\pi}\frac{2A}{0,2m}5A = 10^{-5}\,N.m^{-1}$$

7.8 Problemas de campo magnético

7. Un solenoide está formado por 400 espiras devanadas sobre un núcleo de hierro de 20 cm de longitud. La permeabilidad relativa del hierro es 1300. ¿Qué corriente es necesaria para producir un campo magnético de 0,5 T?. Sol: 0,15 A.



- El campo magnético en el interior del solenoide se calcula a partir de la ecuación:

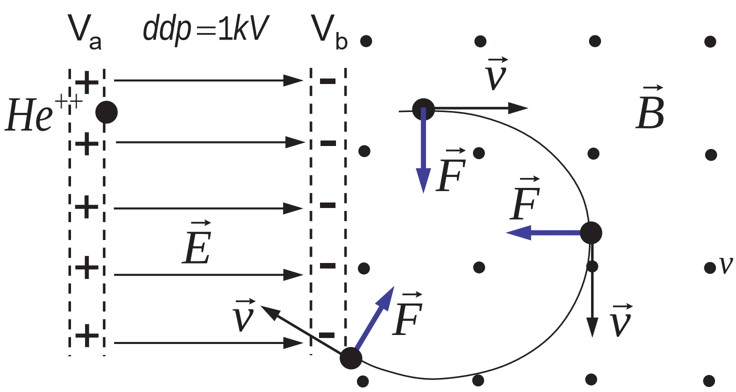
$$B = n\frac{\mu_{Fe} I}{L} = n\frac{\mu_{rFe}\mu_o I}{L} \Rightarrow$$

$$I = \frac{BL}{n\mu_{rFe}\mu_o} = \frac{0,5T.0,2m}{400.1300.4\pi.10^{-7}(SI)} = 0,15\,A$$

7.9 Problemas de campo magnético

8. Una partícula alfa de masa 6,68.10^{-27} kg y carga dos electrones se acelera desde el reposo a través de una ddp de 1 kV. Después esta partícula entra en un campo magnético de 0,2 T perpendicular a la dirección del movimiento. a) ¿Qué velocidad adquirirá una vez acelerada?; b) ¿cuál será el radio de la trayectoria en el campo magnético?. Sol: 309.529 m/s; 0,032 m.

- Entre las placas que poseen distinto potencial existe un campo eléctrico.
- Este campo eléctrico ejerce una fuerza eléctrica, cuyo trabajo acelera la partícula desde el reposo hasta que adquiera una determinada velocidad.



- Mediante un balance de energía se calcula esa velocidad:

$$w_{eléc} = \Delta E_c \Rightarrow q_{++}\Delta V = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2q_{++}\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2.2.1,6.10^{-19}\,C.10^3\,V}{6,68.10^{-27}\,kg}} = 30,9.10^4\ ms^{-1}$$

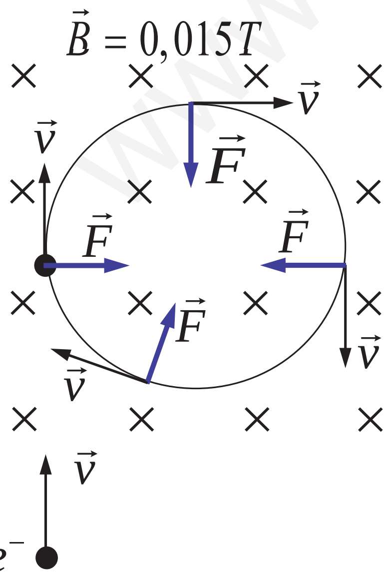
$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

$$r = \frac{mv}{qB} = 0,032\,m$$

- Cuando la partícula entra en el campo magnético, la fuerza magnética (ley de Lorentz) le obliga a describir una circunferencia, cuyo radio.:

7.10 Problemas de campo magnético

10. Un electrón penetra perpendicularmente en un campo magnético de 0,015 T, con velocidad de 5,6.10^7 m/s. a) Dibuja un esquema representando el campo, la fuerza magnética y la trayectoria seguida por el electrón y calcula el radio de la misma. b) Calcula la energía cinética del electrón en el instante en que ha penetrado en el campo y después de haber dado 125 vueltas. Sol: 0,021 m; 1,4.10^{-15} J; la misma.



- El radio se calcula a partir de la fuerza que actúa sobre la partícula, según la ley de Lorentz:

$$F = q_{e^-} v B = m_{e^-} a_c = \frac{m_{e^-} v^2}{r}$$

$$r = \frac{m_{e^-} v}{q_{e^-} B} = \frac{9,1.10^{-31}\,kg.5,6.10^7\,m.s^{-1}}{1,6.10^{-19}\,C.0,015T} = 0,021\,m$$

- Energía cinética cuando el electrón penetra en el campo:

$$E_c = \frac{m_{e^-} v^2}{2} = \frac{9,1.10^{-31}\,kg\left[5,6.10^7\,m.s^{-1}\right]^2}{2} = 1,42.10^{-15}\,J$$

- El electrón penetra en el campo sin incrementar su energía cinética.
- Los vectores $\vec{r}$, $\vec{v}$ son perpendiculares. Sólo existe una aceleración centrípeta,

8.1 Cuestiones de campo magnético

1. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento. b) ¿En qué dirección se debe mover una carga en un campo magnético para que no se ejerza fuerza sobre ella?.

2. Un electrón, un protón y un átomo de helio penetran en una zona del espacio en la que existe un campo magnético uniforme en dirección perpendicular a la velocidad de las partículas. a) Dibujar la trayectoria de cada una de las partículas e indicar sobre cuál de ellas se ejerce una fuerza mayor. b) Comparar las aceleraciones de las tres partículas. ¿Cómo varía su energía cinética?.

3. Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. a) Dibujar un esquema, indicando la dirección y el sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio del segmento que une a los dos conductores. b) ¿Cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades?.

4. a) ¿Cuál es la condición para que una partícula cargada, que se mueve en línea recta, siga en su trayectoria rectilínea cuando se somete simultáneamente a un campo eléctrico y a otro campo magnético, perpendiculares entre sí y perpendiculares a la velocidad de la carga?. b) Dibujar las trayectorias de la partícula cargada del apartado anterior si sólo existiera el campo eléctrico o el campo magnético y explicar, en cada caso, si varía la velocidad.

5. Una partícula con carga q, penetra en una región en la que existe un campo. a) Explicar cómo podríamos determinar, al observar la trayectoria de la partícula, si se trata de un campo eléctrico o de un campo magnético. ¿Hay algún caso en que no sería posible determinar el tipo de campo?. b) Hacer un análisis energético del movimiento de la partícula para un campo eléctrico y para un campo magnético, ambos perpendiculares a la velocidad con la que la partícula penetra en el campo.

8.2 Cuestiones de campo magnético

6. Dos partículas cargadas se mueven con la misma velocidad y, al aplicarles un campo magnético perpendicular a dicha velocidad, se desvían en sentidos contrarios y describen trayectorias circulares de distintos radios. a) ¿Qué puede decirse de las características de estas partículas? b) Si en vez de aplicarles un campo magnético se les aplica un campo eléctrico paralelo a su trayectoria, indicar razonadamente cómo se mueven las partículas.

7. Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Se conserva la energía mecánica de una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo magnético uniforme? b) ¿Es conservativa la fuerza que ejerce dicho campo sobre la carga?

8. a) Explicar razonadamente la acción de un campo magnético sobre un conductor rectilíneo, perpendicular al campo, por el que circula una corriente eléctrica y dibujar en un esquema la dirección y sentido de todas las magnitudes vectoriales que intervienen. b) Explicar qué modificaciones se producirían, respecto del apartado anterior, en los siguientes casos: i) si el conductor forma un ángulo de 45º con el campo; ii) si el conductor es paralelo al campo.

9. Justifique razonadamente, con la ayuda de un esquema, qué tipo de movimiento efectúan un protón y un neutrón, si penetran con una velocidad v_0 en: a) una región en la que existe un campo eléctrico uniforme de la misma dirección y sentido contrario que la velocidad v_0; b) una región en la que existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad v_0 .

10. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento: ley de Lorente. b) Un electrón, un protón y un neutrón penetran con igual velocidad en una región en la que existe un campo magnético uniforme perpendicular a dicha velocidad. Explique cuál de las partículas experimenta una aceleración mayor y cuál aumenta más su energía cinética.

8.3 Problemas de campo magnético

11. Un electrón con 1 eV de energía cinética describe un movimiento circular uniforme en un plano perpendicular a un campo magnético de 10^{-4} T. a) Explicar con ayuda de esquemas, las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad y campo magnético implicados y calcular el radio de la trayectoria. b) Repetir el apartado anterior para otro electrón que sigue una trayectoria rectilínea. $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

12. Un protón, tras ser acelerado mediante una diferencia de potencial de 10^5 V, entra en una región en la que existe un campo magnético de dirección perpendicular a su velocidad, describiendo una trayectoria circular de 30 cm de radio. a) Realizar un análisis energético de todo el proceso, y con ayuda de esquemas, explicar las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad, campo eléctrico y campo magnético implicados. b) Calcular la intensidad del campo magnético. ¿Cómo varía la trayectoria si se duplicase el campo magnético?. $m_p = 1{,}7.10^{--27}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

14. Un electrón penetra en una región en la que existe un campo magnético, de intensidad 0,1 T, con una velocidad de 6.10^6 m/s perpendicular al campo. a) Dibujar un esquema representando el campo, la fuerza magnética y la trayectoria seguida por el electrón y calcular el radio. ¿Cómo cambiaría la trayectoria si se tratara de un protón? b) Determinar las características del campo eléctrico que, superpuesto al magnético, haría que el electrón siguiera un movimiento rectilíneo uniforme. Datos: $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}7.10^{-27}$ kg.

15. Por un conductor rectilíneo indefinido, apoyado sobre un plano horizontal, circula una corriente de 20 A. a) Dibujar las líneas del campo magnético producido por la corriente y calcular el valor de dicho campo en un punto situado en la vertical del conductor y a 2 cm de él. b) ¿Qué corriente tendría que circular por un conductor, paralelo al anterior y situado a 2 cm por encima de él, para que no cayera, si la masa por unidad de longitud de dicho conductor es de 0,1 kg?. ; $g = 10$ m.s^{-2} ; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$N.m^2.A^{-2} .

8.4 Problemas de campo magnético

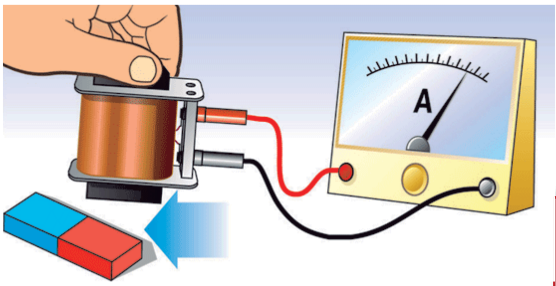
16. Un protón, acelerado por una diferencia de potencial de 10^5 V , penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 2 T perpendicular a su velocidad. a) Dibujar la trayectoria seguida por la partícula y analizar las variaciones de energía del protón desde su situación inicial de reposo hasta encontrarse en el campo magnético. b) Calcular el radio de la trayectoria del protón y su periodo y explicar las diferencias encontradas si se tratara de un electrón que penetrase con la misma velocidad en el campo magnético. $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}7.10^{-27}$ kg.

17. Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 10 A, pasan por dos vértices opuestos de un cuadrado de 1 m de lado situado en un plano horizontal. Ambas corrientes discurren perpendicularmente a dicho plano y hacia arriba. a) Dibujar un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en uno de los otros dos vértices del cuadrado. b) Calcular los valores numéricos del campo magnético en dicho vértice y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los dos hilos. .

18. En una región en la que existe un campo eléctrico de 100 N/C y un campo magnético de 10^{-3} T, perpendiculares entre sí, penetran un protón y un electrón con velocidades perpendiculares a ambos campos. a) Dibujar en un esquema los vectores velocidad, campo eléctrico y campo magnético en el caso de que las partículas no se desvíen. b) ¿Qué energía cinética debería tener el protón y el electrón en esas condiciones?. $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C; $mp = 1{,}7.10^{-27}$ kg.

20. Un protón penetra en un campo eléctrico uniforme de 200 N/C, con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular a dicho campo. a) Explicar con ayuda de un esquema, las características del campo magnético que habría que aplicar, superpuesto al eléctrico, para que no se modificase la dirección y sentido de la velocidad inicial del protón. b) Calcula el valor de dicho campo magnético. ¿Se modificaría el resultado si en vez de un protón penetrase, en las mismas condiciones un electrón? $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

Tema 05
Inducción electromagnética



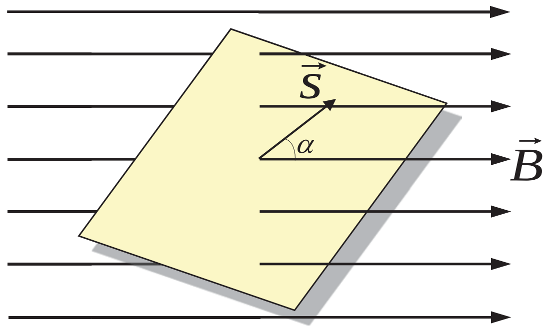
IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

05. Inducción electromagnética: Índice

CONTENIDOS	
1. Inducción electromagnética. 2. El fenómeno de la autoinducción. 3. Aplicaciones de la autoinducción.	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
16. Relacionar las variaciones del flujo magnético con la creación de corrientes eléctricas y determinar el sentido de las mismas.	16.1. Establece el flujo magnético que atraviesa una espira que se encuentra en el seno de un campo magnético y lo expresa en unidades del Sistema Internacional. 16.2. Calcula la fuerza electromotriz inducida en un circuito y estima la dirección de la corriente eléctrica aplicando las leyes de Faraday y Lenz.
17. Conocer las experiencias de Faraday y de Henry que llevaron a establecer las leyes de Faraday y Lenz.	17.1. Emplea aplicaciones virtuales interactivas para reproducir las experiencias de Faraday y Henry y deduce experimentalmente las leyes de Faraday y Lenz.
18. Identificar los elementos fundamentales de que consta un generador de corriente alterna y su función.	18.1. Demuestra el carácter periódico de la corriente alterna en un alternador a partir de la representación gráfica de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo. 18.2. Infiere la producción de corriente alterna en un alternador teniendo en cuenta las leyes de la inducción.

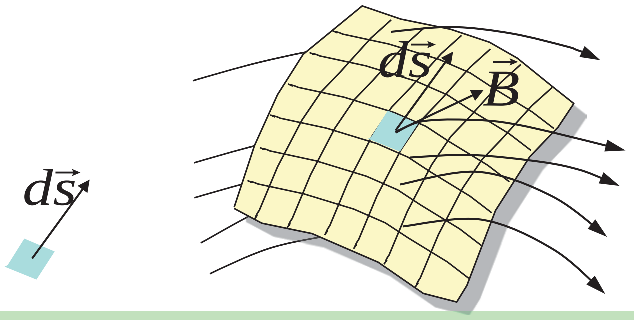
0.1 Flujo magnético a través de cualquier superficie

- El flujo magnético está relacionado con el número de líneas de fuerza que atraviesan una superficie.
- Depende del campo Magnético $\vec{B}$, de la superficie $\vec{s}$ y del ángulo que formen dichos vectores. **Se define mediante el productor escalar de ambos vectores:**



$$\Phi = \vec{B}.\vec{s} = B.s.\cos\alpha$$

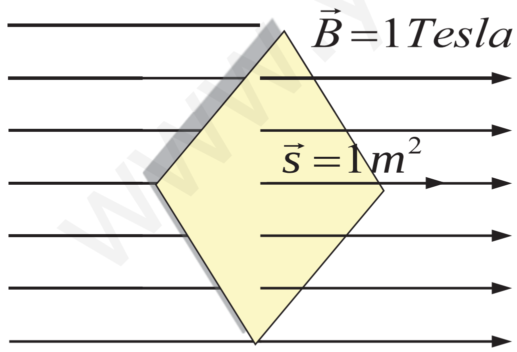
- Si el campo magnético no es uniforme, se calcula el flujo elemental dΦ, a través de un elemento de superficie ds, y se suma (integramos) a toda la superficie:



$$d\Phi = \vec{B}.d\vec{s} \;\Rightarrow\; \Phi_{total} = \int_s \vec{B}.d\vec{s}$$

0.2 Unidades de flujo magnético

- La unidad de flujo magnético en el S.I. es el **weber (wb),** que se define como el flujo magnético que atraviesa una superficie de **1 m²** perpendicular a un campo magnético de **1 T**



- **El flujo magnético que atraviesa esta superficie es 1 Weber (Wb)**

$$\Phi = \vec{B}\,.\,\vec{s} \;\Rightarrow\; 1\,Wb = 1\,T\,.\,1\,m^2$$

Otras unidades:

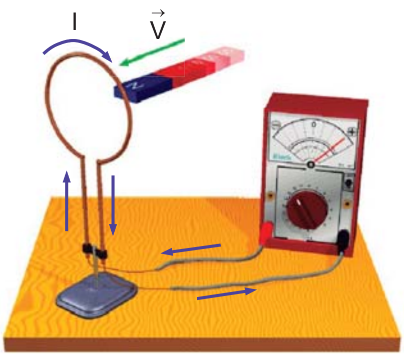
$$1\,Weber\,(Wb) = 1\,Tesla\,.m^2 = 10^4\,Gauss\,.10^4\,cm^2 = 10^8\,Gauss\,.cm^2\,(Maxwel)$$

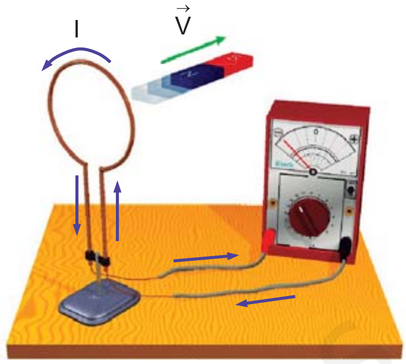
Si la superficie es paralela al campo: $\vec{B} \perp \vec{s} \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{\pi}{2}\,rad \;\Rightarrow\; \Phi = 0$

Si la superficie es perpendicular al campo: $\vec{B} \parallel \vec{s} \;\Rightarrow\; \alpha = 0\,rad \;\Rightarrow\; \Phi\,\text{máximo}$

1.1 Fenómenos de inducción electromagnética

- **Oersted** demostró que una corriente eléctrica produce un campo magnético, pero ¿se cumple el fenómeno inverso?
- **Experiencias de Faraday**





- Al acercar/alejar el imán a una espira conductora que no está conectada a ninguna fuente de alimentación eléctrica, **el galvanómetro detecta el paso de corriente mientras el imán está en movimiento.**

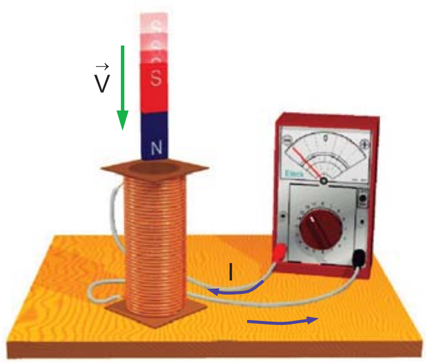
- El sentido de la corriente al acercar el imán es opuesto al que tiene cuando se aleja. Si se mantiene fijo el imán y se mueve la espira, el resultado es el mismo.
- **Se induce una corriente mientras hay movimiento relativo entre la espira y el imán.**

- **Michael Faraday demostró, que se podía generar una corriente eléctrica inducida a partir de un campo magnético.**

1.2 Fenómenos de inducción electromagnética

- **Experiencias de Faraday**
- Al acercar/alejar un imán o un solenoide a una bobina, sin conectar a un generador, la aguja del galvanómetro se desvía detectándo el paso de una corriente eléctrica.
- Igual ocurre si es la bobina la que se acerca/retira del imán o del selonoide.

Al sacar el imán se produce una corriente inducida



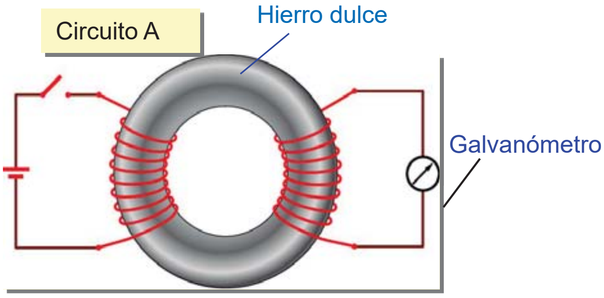
Al introducir el imán se produce una corriente inducida de sentido contrario

- **Se ha producido en el circuito una fuerza electromotriz que ha dado lugar a la corriente. Estos fenómenos se denominan inducción electromagnética.**

- A partir de campos magnéticos es posible inducir en un circuito una fuerza electromotriz capaz de generar corriente eléctrica sin ninguna fuente de alimentación.

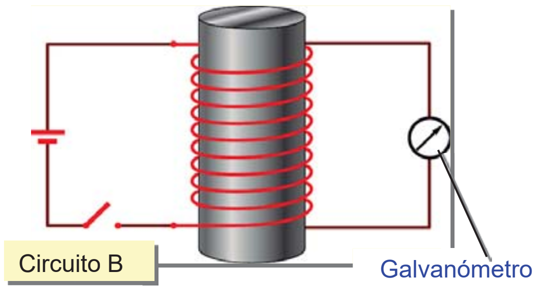
1.3 Fenómenos de inducción electromagnética

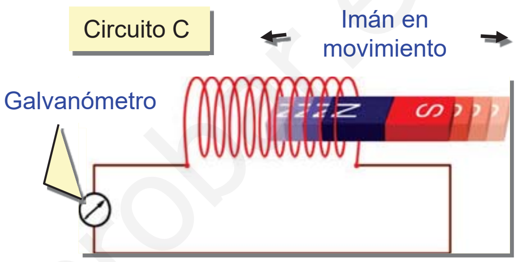
- **Experiencias de Faraday**



- En 1831, Faraday comprobó que en un circuito, el galvanómetro indica el paso de la corriente cuando se abre/cierra el circuito (circuito A).

- En los circuitos B y C sin contacto eléctrico, el movimiento del circuito B genera una corriente eléctrica inducida en el circuito C.
- El mismo efecto se produce en C, si en lugar de una bobina se utiliza un imán en movimiento.





- Estos experiencias se denominan fenómenos de **inducción electromagnética.**

1.4 Ley Faraday - Lenz

- El movimiento relativo entre imanes (campos magnéticos) y espiras/bobinas, induce en estas una corriente eléctrica originada por una fuerza electromotriz inducida.

- La variación del flujo magnético (dΦ) con el tiempo (dt) a través de una bobina de N espiras, origina una fuerza electromotriz inducida (ε_{ind}) que hace circular por ella una corriente eléctrica inducida (I_{ind}).

$$\varepsilon_{ind} = -N\frac{d\phi}{dt}$$

Ley de Faraday - Lenz

- La corriente eléctrica es inducida por la variación del flujo magnético

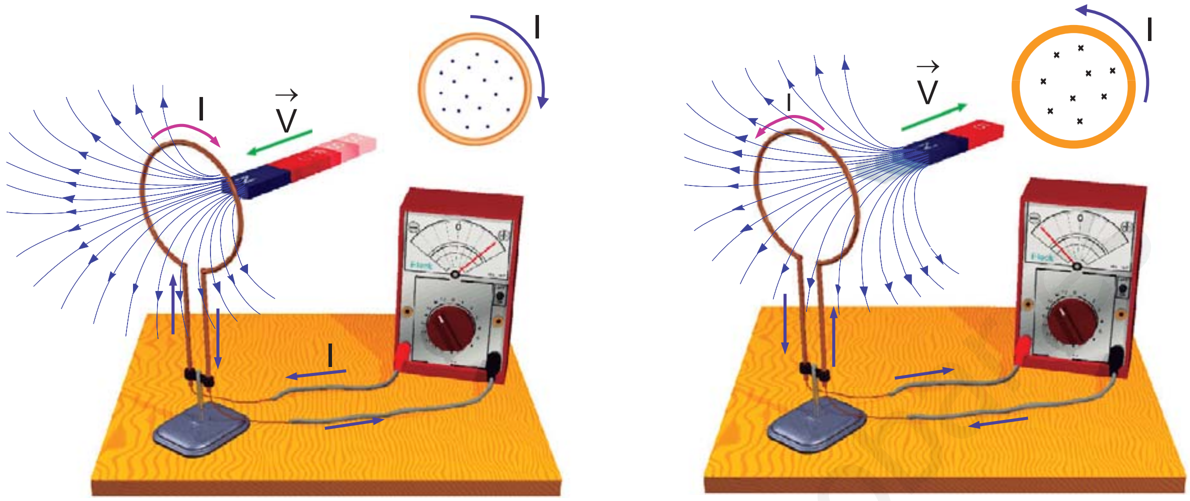
- **Ley de Faraday: la fuerza electromotriz inducida** que da lugar a la corriente eléctrica inducida en un circuito es igual a la rapidez con que varía el flujo magnético a través del mismo.

- **Ley de Lenz: el sentido de la corriente inducida,** signo (-), es tal que el campo magnético creado por dicha corriente tiende a oponerse a la variación del flujo magnético que la ha originado.

1.5 Según la ley de Lenz …

- … si el polo norte se aproxima a la espira, la corriente que se induce circula en tal sentido que esa cara se convierte en un polo norte, oponiéndose al norte que se aproxima.

- … si el polo norte se retira de la espira, la corriente que se induce en ella, circula en tal sentido que esa cara se convierte en un polo sur, para tratar de evitar que el norte se aleje.



- La corriente inducida circula por la espira en el sentido que se genera un campo magnético, que tiende a contrarrestar el campo magnético del imán.

1.6 Formas de inducir una corriente

- Teniendo en cuenta la ley de Faraday-Lenz y considerando la expresión del flujo magnético:

$$e_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Phi = B\,s\cos\alpha$$

- Podemos variar el flujo magnético, y por tanto inducir una corriente eléctrica, de algunas de las siguientes formas:
- **Variando el campo magnético.**
- **Variando el tamaño de la superficie atravesada por las líneas de campo.**
- **Variando la orientación de la espira/bobina en el campo al hacerla girar.**

- **Fuerza electromotriz inducida al variar el campo magnético**

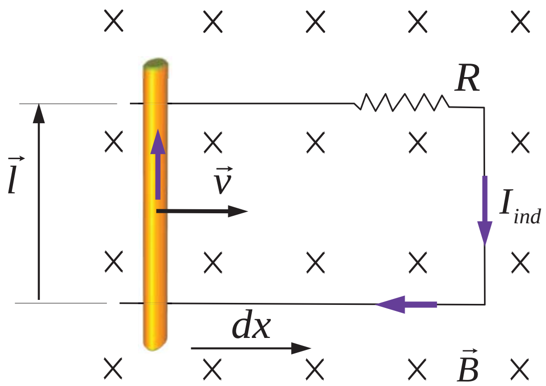
- Una bobina de N espiras, de superficie s, se encuentra perpendicular a un campo magnético. Si el campo magnético aumenta o disminuye, sin variar su dirección, se induce en la bobina una fuerza electromotriz que valdrá:

$$e_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt} = -Ns\frac{dB}{dt}$$

- El valor de la fuerza electromotriz inducida es directamente proporcional a la velocidad con que varía el campo magnético.

1.7 Formas de inducir una corriente

- **Fuerza electromotriz inducida al variar el tamaño de la superficie.**
- Sea una espira rectangular, con un lado móvil que se puede desplazar de manera que aumenta o disminuya la superficie atravesada por el campo magnético. En ambos casos hay una variación del flujo magnético y en consecuencia se induce la correspondiente fem:

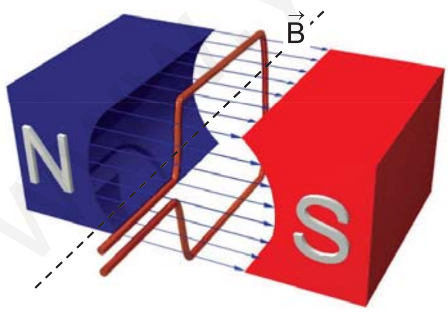


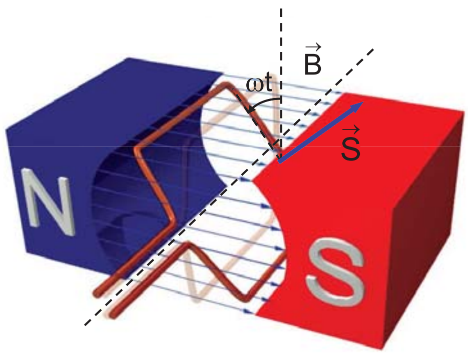
$$e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\frac{ds}{dt} = -B\frac{d(l\,x)}{dt} = -B\,l\frac{dx}{dt} = -B\,l\,v$$

- La fuerza electromotriz inducida depende, en este caso, de la velocidad con la que se desplace el lado móvil de la espira.
- El sentido de la corriente inducida viene dada por la regla de la mano derecha. Colocamos perpendicularmente los dedos: pulgar (sentido del movimiento), índice (sentido del campo magnético) y el corazón (sentido de la corriente inducida)

1.8 Formas de inducir una corriente

- El giro de una espira/bobina en un campo magnético, induce una fuerza electromotriz (fem) que origina un corriente eléctrica senoidal: **corriente eléctrica alterna**





- Una bobina de área s, formada por n espiras, gira con velocidad angular w constante en un campo magnético. El flujo que la atraviesa vale:

$$\boxed{\Phi = n\,\vec{B}.\vec{s} = n\,B\,s\cos\alpha = n\,B\,s\cos wt}$$

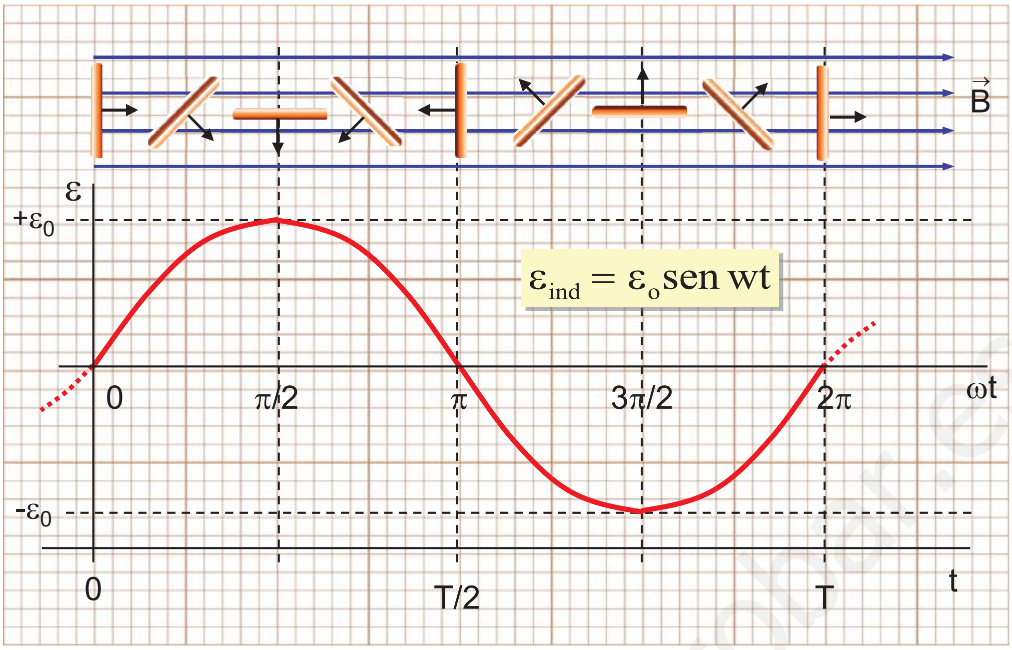
- **Según la ley de Faraday-Lenz la fuerza electromotriz (fem) inducida:**

$$\boxed{\varepsilon_{ind} = -n\frac{d\Phi}{dt} = -n\frac{d[B\,s\cos wt]}{dt} = n\,B\,s\,w\,\text{sen}\,wt = \varepsilon_o\text{sen}\,wt} \qquad \text{fem}_{\text{máx}}:\ \varepsilon_o = n\,B\,s\,w$$

- **Ley de Ohm calcula la intensidad de corriente:** $i_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{\varepsilon_o\text{sen}\,wt}{R} = i_o\text{sen}\,wt$

1.9 Formas de inducir una corriente

- Gráfica de la fem inducida alterna en función del tiempo y del ángulo girado por la bobina.

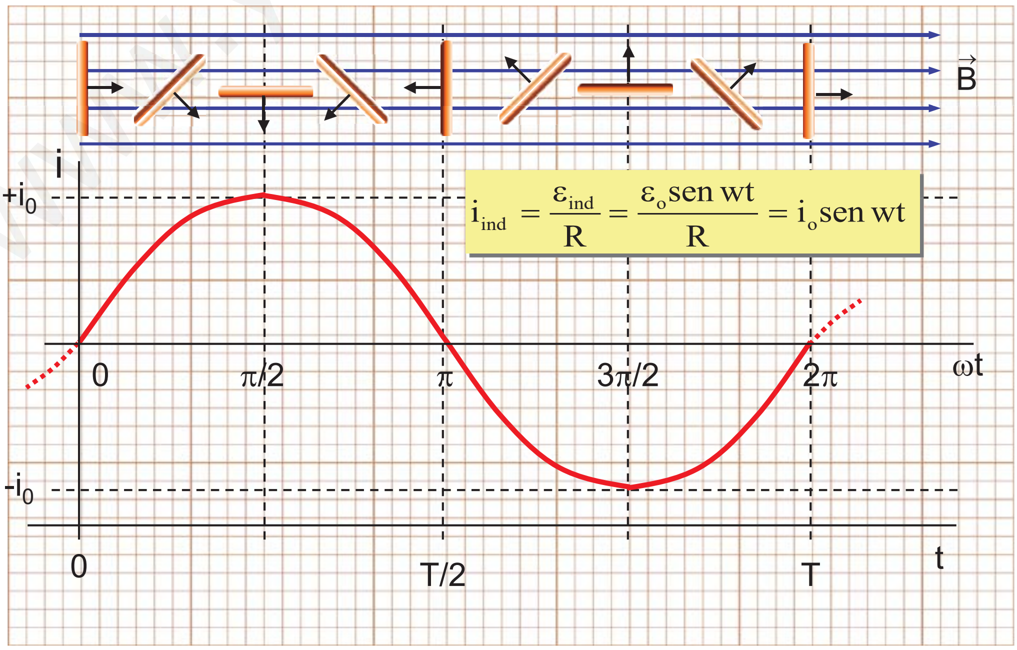


- **La fem inducida cambia alternativamente de polaridad, dos veces cada ciclo.**

1.10 Formas de inducir una corriente

- Gráfica de Intensidad de corriente alterna en función del tiempo y del ángulo.

- **La intensidad de corriente que circula se obtiene directamente aplicando la ley de Ohm**

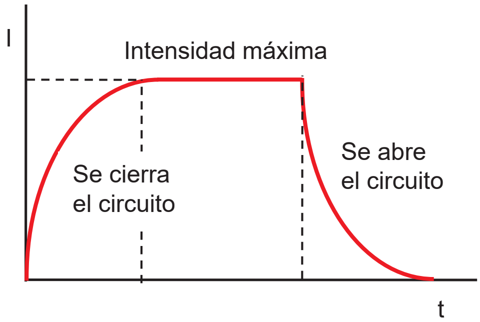


- **La intensidad de corriente cambia de sentido cada media vuelta de giro de la bobina.**

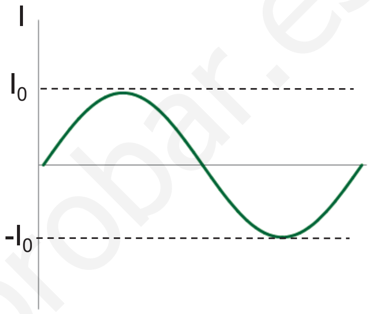
2.1 El fenómeno de la autoinducción

- Toda corriente de intensidad variable que circule por un conductor induce una fuerza electromotriz en el propio conductor que se opone a la variación que la produce.
- Este fenómeno se denomina **autoinducción.**

- **Aparece una fuerza electromotriz de autoinducción siempre que se cierra o abre un circuito de corriente continua.**
- Por esta razón, al cerrar un circuito de corriente continua, se tarda un tiempo en alcanzar el máximo de intensidad, y al abrirlo la intensidad no se hace cero inmediatamente.



- **Aparece una fuerza electromotriz de autoinducción en un circuito de corriente alterna.**
- La autoinducción es despreciable en hilos rectilíneos y hay que tenerla muy en cuenta en un circuito de corriente alterna donde se ha intercalado una bobina.



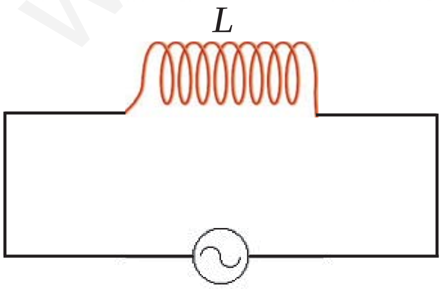
2.2 El fenómeno de la autoinducción

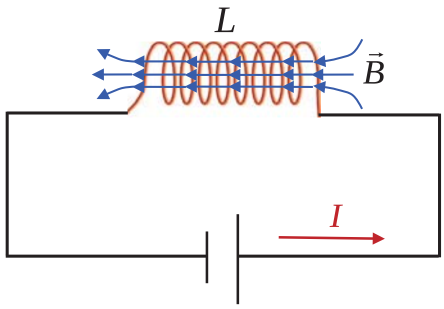
- **La inductancia, L, como medida de la autoinducción**

- Como el flujo magnético es proporcional al campo, y este, en el caso de ser producido por una corriente, es proporcional a la intensidad, podemos decir que:

$$\Phi = L\,I \qquad \bullet \text{ Por tanto: } \qquad \varepsilon_{autoinducida} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\,L\frac{dI}{dt}$$

- **El coeficiente L se denomina inductancia o coeficiente de autoinducción del circuito.**
- **La unidad de inductancia en el S.I. es el Henrio H.**





- **Cálculo de la inductancia de un solenoide**

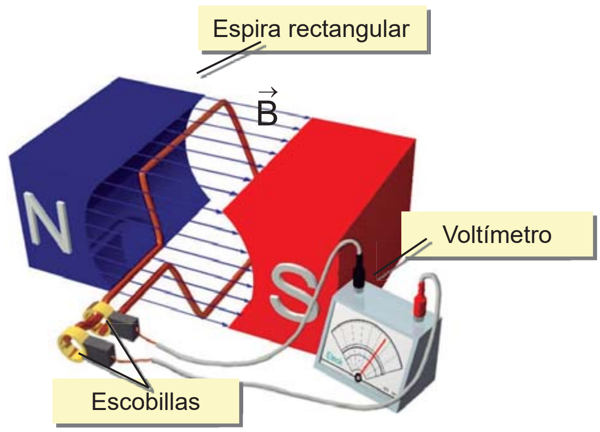
$$B = \mu_0\, I\, \frac{N}{l} \qquad \Phi = N\,B\,S = \mu_0\, I\, S\,\frac{N^2}{l} \qquad \boxed{L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0\, S\,\frac{N^2}{l}}$$

- El coeficiente de autoinducción, L, sólo depende de sus características geométricas o diseño del propio solenoide.

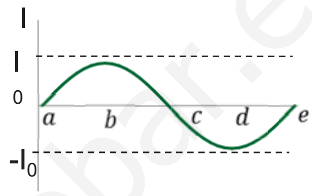
3.1 Aplicaciones del fenómeno de autoinducción

- **Generadores de corriente alterna** son dispositivos que transforman la energía mecánica en energía eléctrica.

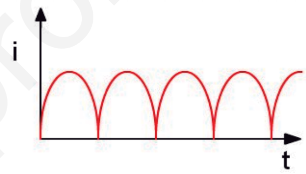
- Un generador de corriente alterna consta de un IMÁN (estator) que hace de inductor y genera un campo magnético, y una BOBINA de cobre (rotor) que hace de inducido y es en ella donde se induce la fem, que es el elemento que gira unido al eje de la turbina a gran velocidad.



- La bobina **gira con velocidad constante** en un campo magnético uniforme (imán).
- Se induce así una f.e.m. senoidal que **varía de sentido** dos veces cada período: corriente alterna.
- Los extremos de la espira se conectan al circuito externo mediante **escobillas.**

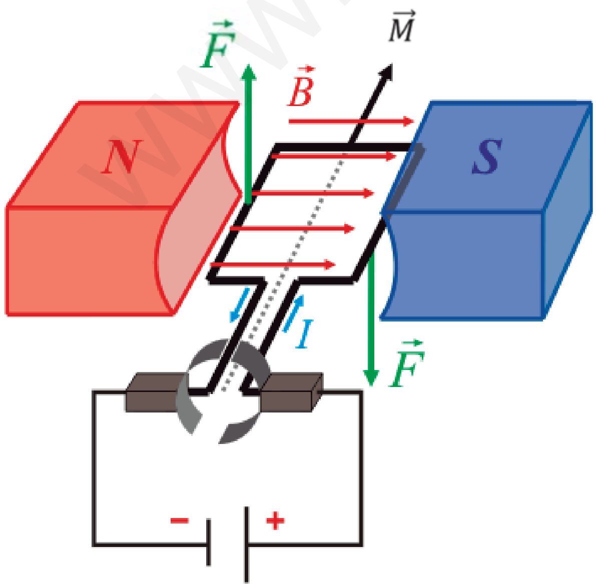


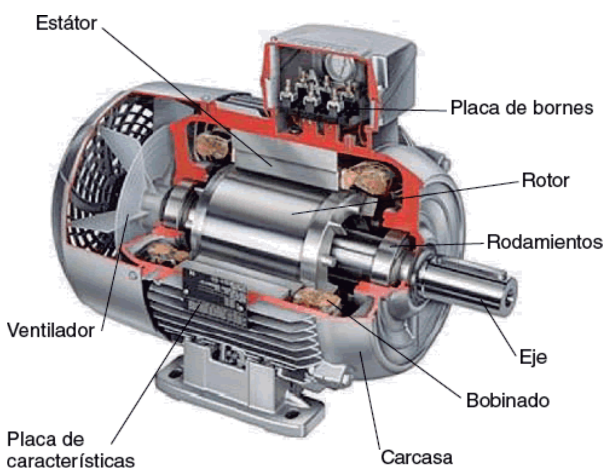
- Se puede generar corriente continua cambiando la posición de las escobillas.



3.2 Aplicaciones del fenómeno de autoinducción

- **Motores eléctricos** son dispositivos que transforman la energía eléctrica en mecánica.





3.3 Aplicaciones del fenómeno de autoinducción

- **Transformadores** son dispositivos que transforman la tensión de la corriente eléctrica alterna.

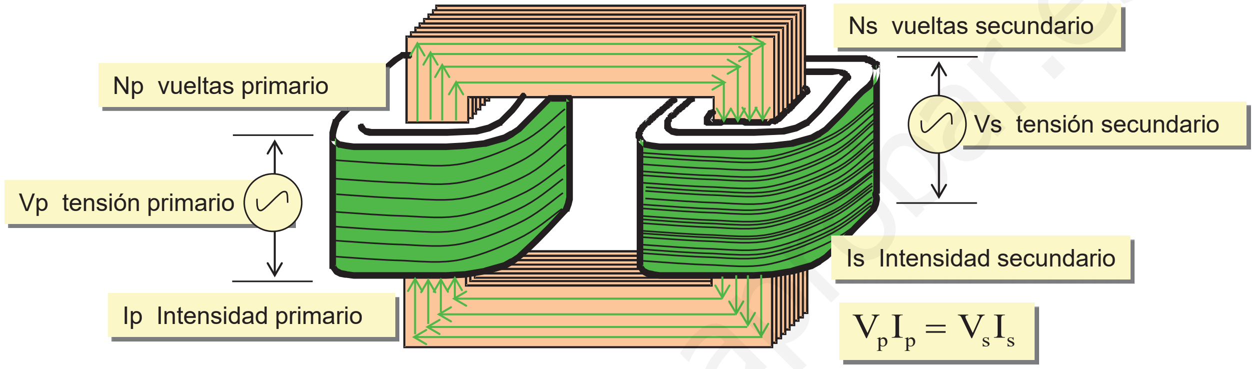
- El Transformador es un elemento esencial en el transporte de la corriente eléctrica.
- Lo forman dos bobinas devanadas sobre dos lados opuestos de un marco rectangular de hierro dulce laminado. Del número de vueltas de cada bobina depende la subida o caída de tensión que tiene lugar en el transformador.

- Se fundamenta en la **ley de faraday:** por el primario circula una corriente alterna de tensión v_p que induce una variación de flujo magnético que recorre el secundario, que al tener distinto número de vueltas, en él se induce otra tensión v_s

$$V_p = -N_p \frac{d\Phi}{dt} \quad y \quad V_s = -N_s \frac{d\Phi}{dt}$$

Igualando la variación de flujo magnético $\frac{d\Phi}{dt}$

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$



$$V_p I_p = V_s I_s$$

3.4 Obtención de energía eléctrica

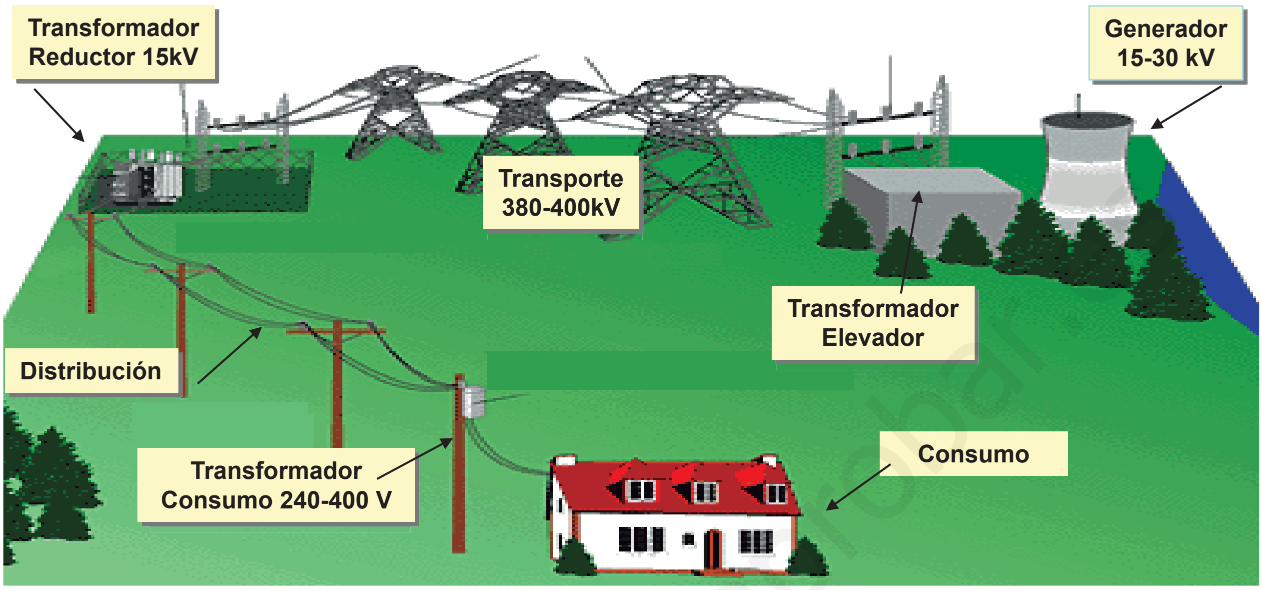
- La **energía eléctrica** se obtiene en las centrales eléctricas, que utilizan grandes turbinas que son movidas por agua, vapor de agua, el viento, las mareas, etc

- **Distintos tipos de centrales:**

- **Hidroeléctricas:**
  - Se aprovecha la energía potencial del agua, que al caer mueve la turbina.
- **Térmicas:**
  - Utilizan como materia prima combustibles fósiles cómo el carbón y el fuel-oil. La energía del proceso químico convierte agua en vapor de agua que mueve la turbina.
- **Nucleares:**
  - Se aprovecha la energía obtenida en la fisión de núcleos atómicos (uranio).
- **Eólicas:**
  - Convierten la energía cinética del viento en energía eléctrica, mediante una aeroturbina que hace girar un generador.
- **Solares:**
  - Es la energía producida por el Sol como resultado de las reacciones nucleares de fusión que tiene lugar en él.

3.5 Transporte y utilización de la energía eléctrica

- La corriente que se obtiene en los alternadores es de baja tensión (unos 10.000V).
- Sin embargo su transporte se lleva a cabo mediante cables llamados líneas de transmisión. Estas líneas de alta tensión (unos 300.000V) llevan la electricidad desde la central hasta una subestación, donde se reduce la tensión (unos 12.000V).
- Desde ahí llega hasta unos transformadores próximos a nuestras casas donde se vuelve a reducir hasta los 220 V que utilizamos.



3.6 Energía eléctrica: importancia e impacto medioambiental

- La energía eléctrica es la forma de energía más utilizada actualmente.
- Multitud de aparatos funcionan con energía eléctrica.
- Su consumo es un componente básico en el nivel da calidad de vida y fundamental en el desarrollo de un país.

- **Entre las razones que hacen su uso imprescindible:**

- Permitir su transporte y distribución al lugar de consumo en fracciones de segundo.
- Poder transformarse fácilmente en energía mecánica y en energía térmica.
- Estar disponible en todo momento en la red.
- Los aparatos que funcionan con ella pueden ser pequeños y manejables.
- Ser la única energía, en su consumo, que no produce residuos o contaminación.

- **Impacto medioambiental:**

- **En su producción:**

- La incidencia de la producción de energía eléctrica sobre el medio ambiente viene determinada, entre otras muchas causas, por las materias primas empleadas, como son: agua, fuel-oil, uranio, etc.

- **En el transporte:**

- Impacto estético de las torres que componen la línea.
- Limitación en la explotación del terreno situado bajo las líneas.
- Impacto negativo sobre ciertas aves y especies arbóreas.
- Las grandes ciudades necesitan redes y estaciones de alta tensión en calles y viviendas.

4.1 Ejercicios de inducción electromagnética

1.Una espira circular de 5 cm de radio está situada perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,4 T. Calcula: a) El flujo magnético que atraviesa la espira en esa situación. b) El flujo magnético que atraviesa la espira si esta gira 30º alrededor de un eje que pase por su centro y sea perpendicular al campo magnético.

2. Una bobina constituida por 100 espiras circulares de 1cm de radio se halla en el seno de un campo magnético uniforme de 0,5 T, de modo que el plano de las espiras es perpendicular al campo.

a) ¿Cuál es el valor de la diferencia de potencial inducida al girar la bobina 90º en una milésima de segundo?
b) Si duplicamos el número de espiras, ¿en cuánto tiempo deberíamos girar 90º la bobina para conseguir la misma fuerza electromotriz?

3. Una bobina de 100 espiras circulares de 2 cm de radio se sitúa con sus espiras perpendiculares a un campo magnético cuyo valor varía según $B = 1{,}5 \cdot e^{0{,}2t}$ T.

a) ¿Cómo varía la fuerza electromotriz inducida con el tiempo?
b) ¿Cuál será el valor de dicha fuerza electromotriz inducida a los 10 s?

4.Teniendo en cuenta que la fem inducida es igual a *IR* (donde *R* es la resistencia del circuito), halla una expresión para la intensidad que circula en una espira si dispone de un lado móvil que se desplaza perpendicularmente a un campo magnético uniforme sin salir de él.

4.2 Ejercicios de inducción electromagnética

5. Un alternador consta de una bobina de 40 espiras cuadradas de 5 cm de lado y una resistencia total de 16 Ω. La bobina gira con una frecuencia de 100 Hz en un campo magnético constante de 0,8 T. Determinar:

a) La fuerza electromotriz máxima que se induce.
b) El valor máximo de la intensidad inducida.
c) Una expresión para la fuerza electromotriz y la intensidad inducida en función del tiempo. Traza las representaciones gráficas de estas dos magnitudes.

6. Un solenoide de 500 espiras apretadas tiene una longitud de 30 cm y un radio de 1 cm. Por él circula una corriente de 4 A. Determina:

a) El valor del campo magnético en un punto de la región central de su eje.
b) El flujo magnético a través del solenoide, si B es constante en su interior.
c) La inductancia del solenoide.
d) La fuerza electromotriz autoinducida en el solenoide cuando la intensidad varía a razón de 180 A/s.

7. Un generador de corriente alterna (AC) está formado por una bobina de 23 espiras de 0,05 m^2 de área que giran en un campo magnético de 0,6 T con una frecuencia de 50 Hz. Si la resistencia total de la bobina es de 20 Ω, determinar:

a) La fuerza electromotriz máxima inducida.
b) La intensidad máxima inducida.

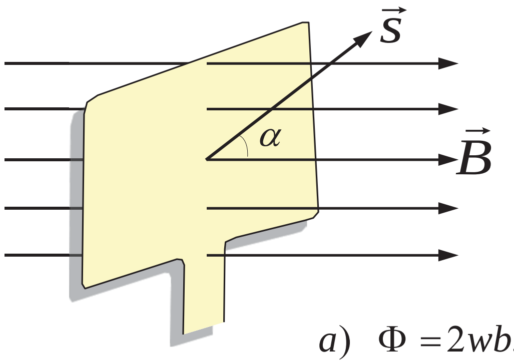
8. Un aparato funciona a 9 V y con 0,5 A mediante un transformador cuya bobina primaria tiene 3000 espiras. Si la tensión de entrada es de 220 V:

a) ¿Cuántas espiras debe tener la bobina secundaria?
b) ¿Cuál es la intensidad, en mA, que circula por la primaria?

5.1 Ejercicios de inducción electromagnética

1.- Una espira cuadrada de 4 cm de lado se encuentra en un campo magnético de 2 Wb/m^2 . Calcular el flujo magnético que atraviesa la espira cuándo está: a) perpendicular al campo; b) paralela al campo; c) formando un ángulo de 60º con la dirección del campo; d) girando con velocidad angular w.

- El flujo de campo magnético Φ a través de una espira se define como el producto escalar del vector inducción magnética $\vec{B}$ por el vector superficie $\vec{s}$:



$$\boxed{\Phi = \vec{B}.\vec{s} = Bs\cos\alpha}$$

$$a)\quad \Phi = 2wb.m^{-2}\left[4.10^{-2}m\right]^2\cos 0 = 3,2.10^{-3}\ wb$$

$$b)\quad \Phi = \vec{B}.\vec{s} = Bs\cos 90º = 0\, wb$$

$$c)\quad \Phi = 2wb.m^{-2}\left[4.10^{-2}m\right]^2 c\text{os}\, 30 = 2,8.10^{-3}\, wb$$

$$d)\quad \Phi = \vec{B}.\vec{s} = Bs\cos wt = 3,2.10^{-3}\cos wt\ (wb)$$

5.2 Ejercicios de inducción electromagnética

2.- Una bobina de 100 espiras tarda 0,05 s en pasar desde un punto donde el flujo magnético vale 20.10^{-5} Wb a otro punto donde el flujo es de 5.10^{-5} Wb.
Hallar la fem media inducida. Sol: 0,3 v.

- La fuerza electromotriz inducida en la bobina, cuando la atraviesa un flujo de campo magnético variable con el tiempo, cumple la ley de Faraday-Lenz:

$$\boxed{e_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt}} = -100\frac{\left[5.10^{-5} - 20.10^{-5}\right]wb}{0,05s} = 0,3\, v$$

3.- Una bobina consta de 200 espiras circulares de 2 cm de radio, y se encuentra en un campo magnético de 0,8 T. Hallar el flujo total a través de la bobina si su eje forma un ángulo de 30º con B. Sol: 0,174 Wb.

- El flujo total a través de la bobina vale:

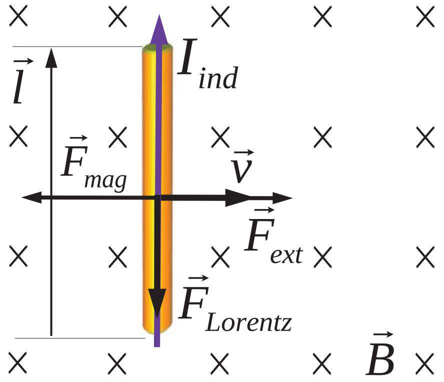
$$\Phi = n\,\vec{B}.\vec{s} = n\,Bs\cos\alpha = 200.0,8T.\pi\left[0,02m\right]^2\cos 30 = 0,174\, wb$$

5.3 Ejercicios de inducción electromagnética

4.- Un alambre de cobre de 10 cm de longitud perpendicular a un campo magnético de 0,8 T, se mueve perpendicularmente a él con una velocidad de 2 m/s. Hallar la fem inducida en el alambre. Sol: 0,16 v.

- Al mover el conductor en el campo magnético, estamos moviendo cargas eléctricas,

$$\vec{F}_{Lorentz} = q_{e^-}\left[\vec{v}\times\vec{B}\right]$$



- Los electrones se mueven debido a esta fuerza, originando una corriente eléctrica inducida.
- El trabajo para transportar la unidad de carga a lo largo del conductor es la fem inducida en los extremos del mismo:

$$e_{ind} = \frac{w}{q_{e^-}} = \frac{\vec{F}_{Lorentz}.\vec{l}}{q_{e^-}} = \frac{q_{e^-}vBl}{q_{e^-}} = vBl$$

$$e_{ind} = 2m.s^{-1}.0,8T.0,1m = 0,16\,v$$

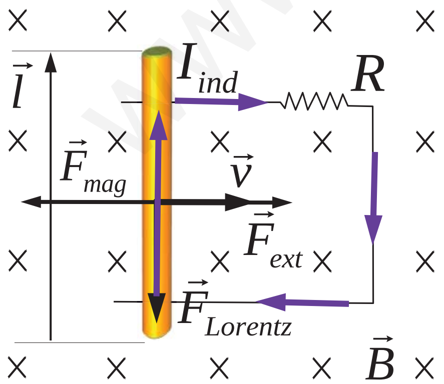
- La $\mathbf{I_{ind}}$ origina una fuerza magnética que frena el desplazamiento del conductor:

$$\vec{F}_{mag} = I_{ind}\left[\vec{l}\times\vec{B}\right]$$

- Para mantener constante la velocidad se debe aplicar una fuerza externa.

5.4 Ejercicios de inducción electromagnética

5.- Una espira rectangular posee un lado móvil, de 1 m de longitud, que se desplaza por el interior de un campo magnético uniforme de 1 T, con una velocidad constante de 1 m/s, debido a un agente externo. Calcular: a) El valor de la fem inducida en la espira si el lado móvil, B y v son perpendiculares. b) La intensidad de la corriente que circula por el lado móvil, suponiendo que la resistencia eléctrica de la espira es de 1Ω . c) La fuerza que debe realizar un agente externo para mantener constante la velocidad con que se mueve el lado móvil. Sol: a) 1 v; b) 1 A; c) 1 N.



- La fuerza de Lorentz, $\vec{F}_{Lorentz}$, crea una fem inducida, e_{ind}, que origina la correspondiente corriente eléctrica inducida i_{ind} .

$$e_{ind} = \frac{w}{q_{e^-}} = \frac{\vec{F}_{Lorentz}.\vec{l}}{q_{e^-}} = \frac{q_{e^-}vBl}{q_{e^-}} = vBl$$

$$e_{ind} = 1m.s^{-1}.1T.1m = 1v$$

- La intensidad de corriente que recorre el circuito: $i_{ind} = \frac{e_{ind}}{R} = \frac{1v}{1\Omega} = 1A$

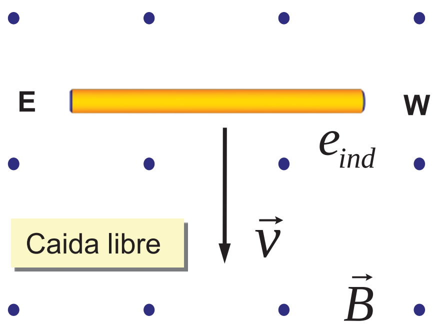
- La $\mathbf{i_{ind}}$ origina dentro del campo una fuerza magnética que vale:

$$\vec{F}_{mag} = i_{ind}\left[\vec{l}\times\vec{B}\right] = 1A.1m.1T = 1N = -\vec{F}_{ext}$$

- Para mantener constante la velocidad, con que se mueve el lado, un agente externo debe aplicar una fuerza externa opuesta a la magnética.

5.5 Ejercicios de inducción electromagnética

6.- Se deja caer una varilla metálica de 1 m de longitud en un lugar en el que el campo magnético terrestre posee un valor de 0,4 gauss, de forma que se mantiene en posición horizontal y en dirección E-W durante su caída. Calcular la fem inducida entre sus extremos en función de la distancia recorrida y su valor cuando ésta sea de 10 m. Sol: $5,6.10^{-4}$ v.



- La varilla en caída libre desciende con velocidad :

$$v = \sqrt{2gd} = \sqrt{19{,}6\,d}\ m.s^{-1}$$

- La fuerza electromotriz inducida en la varilla, cuando cae en el campo magnético terrestre vale:

$$e_{ind} = \frac{w}{q} = \frac{\vec{F}_{Lorentz}.\vec{l}}{q} = \frac{q\,vBl}{q} = vBl =$$

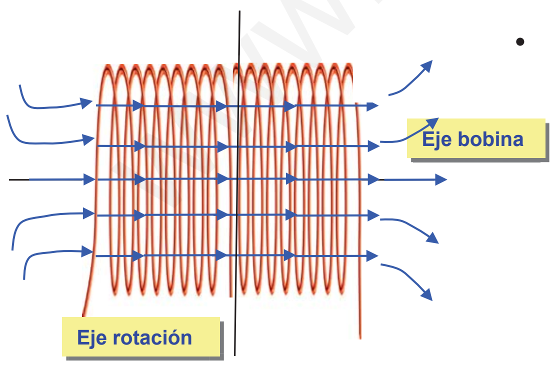
$$= \sqrt{19{,}6\,d}\ m.s^{-1}.0{,}4\,ga.10^{-4}T.ga^{-1}.1m = 4.10^{-5}\sqrt{19{,}6\,d}\ (voltios)$$

- Cuando la varilla ha caído 10 m:

$$e_{ind} = 4.10^{-5}\sqrt{19{,}6\,d} = 4.10^{-5}\sqrt{19{,}6.10} = 5{,}6.10^{-4}\,(voltios)$$

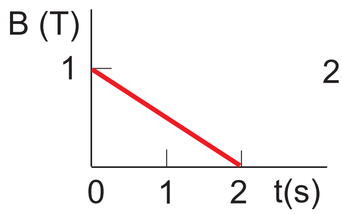
5.6 Ejercicios de inducción electromagnética

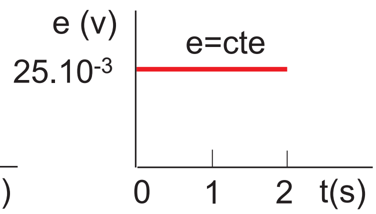
7.- Una bobina de 50 vueltas y 10 cm² de sección está situada con su eje paralelo a las líneas de un campo magnético de 1 T. a) Si éste disminuye linealmente con el tiempo hasta anularse en 2 s, calcular la fem inducida; representar gráficamente el campo magnético y la fem inducida en función del tiempo. b) Repetir cálculo y gráfica si la bobina tiene una rotación alrededor de un eje normal al campo magnético, a la velocidad de 10 rad/s.



- La fem inducida en la bobina, cuando el flujo magnético disminuye linealmente, vale:

$$e_{ind} = -n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -50\frac{-1T.10^{-3}m^2\cos 0}{2s} = 25.10^{-3}\,v$$

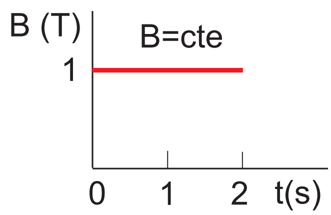


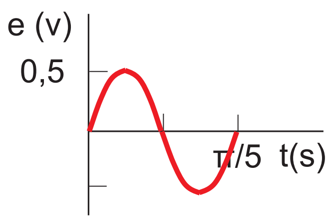


- Cuando la bobina gira alrededor de un eje normal al campo magnético:

$$e_{ind} = -n\frac{d\left[Bs\cos wt\right]}{dt} = nBsw\,sen\,wt$$

$$e_{ind} = 50.1.10^{-3}10\,sen10t = 0{,}5\,sen10t\ (v)$$





5.7 Ejercicios de inducción electromagnética

8.- Una espira cuadrada de 10 cm de lado se encuentra en un campo magnético, B = $3t^2 + 2t + 1$ (S.I.), que forma un ángulo de 60º con la normal a la espira. a) Calcular el flujo magnético instantáneo a través de la espira. b) Representar gráficamente la fem en función del tiempo y calcular su valor para t = 2 s. Sol: a) $5.10^{-3}\,(3t^2 + 2t + 1)$ wb.

- El flujo magnético a través de la espira vale:

$$\Phi = \vec{B}.\vec{s} = Bs\cos\alpha = \left[3t^2 + 2t + 1\right]T.\left[0,1m\right]^2\cos 60 = 5.10^{-3}\left[3t^2 + 2t + 1\right]wb$$

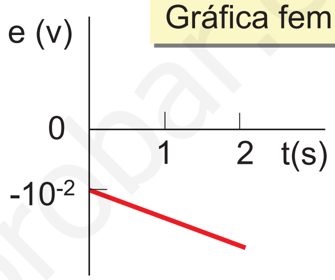
- Cálculo de la fem inducida en la espira:

$$e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -5.10^{-3}\left[6t + 2\right] = 3.10^{-2}t - 10^{-2}\ (v)$$

- Para t = 2s la fem vale

$$e_{ind\,(t=2s)} = -6.10^{-2} - 10^{-2} = -7.10^{-2}\ (v)$$

Gráfica fem - t



5.8 Ejercicios de inducción electromagnética

9.-Un circuito primario de un transformador está formado por 1200 espiras y el secundario por 20 espiras. Si el circuito primario se conecta a una diferencia de potencial de 220 voltios, determina: a) la diferencia de potencial a la salida del circuito secundario; b) la intensidad de la corriente en el secundario si la intensidad en el primario es de 0,5 A. Sol: a) 3,7 V; b) 30 A.

- El funcionamiento de un transformador se basa en la **ley de Faraday-Lenz**.
- **Por ellos debe circular una corriente alterna.** Las variaciones de flujo magnético en el primario y en el secundario son iguales:

$n_p = 1200$ | $n_s = 20$

$v_p = 120v$ | v_s

Esquema de un transformador

$$v_p = -n_p\frac{d\Phi}{dt} \Leftrightarrow v_s = -n_s\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{v_p}{v_s} = \frac{n_p}{n_s} \Leftrightarrow \frac{220}{v_s} = \frac{1200}{20} \Rightarrow v_s = 3,67\,v$$

- Los transformadores prácticamente no consumen energía:

$$Potencia: v_p i_p = v_s i_s \Rightarrow 220v.0,5A = 3,67v.i_s \Rightarrow i_s = 30A$$

10.- La ddp. a la entrada de un transformador es de 20 V y la intensidad a la salida, de 5 A. Si en el circuito secundario hay diez veces más espiras que en el primario, determina: la d.d.p. a la salida, la intensidad a la entrada y la potencia de salida. Sol: 200 V; 50 A; 1000 w.

6.1 Inducción electromagnética. Cuestiones

1. Una espira atraviesa una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba. La espira se mueve en un plano horizontal. a) Explicar si circula corriente o no por la espira cuando: i) está penetrando en la región del campo; ii) mientras se mueve en dicha región; iii) cuando está saliendo. b) Indicar el sentido de la corriente, en los casos que exista, mediante un esquema.

2. a) Explicar el funcionamiento de un transformador eléctrico. b) ¿Podría funcionar con corriente continua?. Justificar la respuesta.

3. Razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: a) La fuerza electromotriz inducida en una espira es proporcional al flujo magnético que la atraviesa. b) Un transformador eléctrico no puede utilizarse con corriente contínua.

4. Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones: a) ¿Puede moverse una carga bajo la acción de un campo magnético sin experimentar fuerza magnética? b) ¿Puede ser nulo el flujo magnético a través de una espira colocada en una región en la que existe un campo magnético?.

5. a) Explicar por qué no se utilizan los transformadores con corrientes contínuas. b) Comentar las ventajas de la corriente alterna frente a la corriente contínua.

6. a) Comentar la siguiente afirmación: si el flujo magnético a través de una espira varía con el tiempo. Se induce en ella una fuerza electromotriz. b) Explicar diversos procedimientos para lograr la situación anterior.

7. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) Si no existe flujo magnético a través de una superficie, ¿puede asegurarse que no existe campo magnético en esa región? b) La fuerza electromotriz inducida en una espira, ¿es más grande cuanto mayor sea el flujo magnético que la atraviesa?

6.2 Inducción electromagnética. Problemas

10. Una espira cuadrada de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo: $B=2t^2$ (T). a) Deducir la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo. b) Representar gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcular su valor para t = 4 s.

11. Una espira cuadrada de 10 cm de lado, inicialmente horizontal, gira a 1200 revoluciones por minuto, en torno a uno de sus lados, en un campo magnético uniforme vertical de 0,2 T. a) Calcular el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida en la espira y representar, en función del tiempo, el flujo magnético a través de la espira y la fuerza electromotriz inducida. b)¿Cómo se modificaría la fuerza electromotriz inducida en la espira si se redujera la velocidad de rotación a la mitad? ¿Y si se invirtiera el sentido del campo magnético?.

12. Una espira circular de 10 cm de diámetro, inmóvil, está situada en una región en la que existe un campo magnético, perpendicular a su plano, cuya intensidad varía de 0,5 a 0,2 T en 0,1 s. a) Dibujar en un esquema la espira, el campo y el sentido de la corriente inducida, razonando la respuesta. b) Calcular la fuerza electromotriz inducida y razonar cómo cambiaría dicha fuerza electromotriz si la intensidad del campo aumentase en lugar de disminuir.

13. Una espira de 20 cm^2 se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,2 T. a) Calcular el flujo magnético a través de la espira y explicar cómo varía el valor del flujo al girar la espira un ángulo de 60º. b) Si el tiempo invertido en el giro es de 2.10^{-3} s, ¿cuánto vale la fuerza electromotriz media inducida en la espira? Explicar qué habría ocurrido si la espira se hubiese girado en sentido contrario.

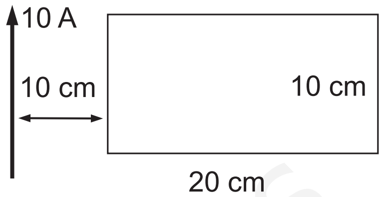
14. Un campo magnético, cuyo módulo viene dado por: B = 2 cos 100 t (S.I.) forma un ángulo de 45º con el plano de una espira circular de 12 cm de radio. a) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t = 2 s. b) ¿Podría conseguirse que fuera nula la fuerza electromotriz inducida girando la espira? Razone la respuesta.

6.3 Inducción electromagnética. Problemas

15. Una bobina constituida por 100 espiras circulares de 1 cm de radio se halla en el seno de un campo magnético uniforme de 0,5 T, de modo que el plano de las espiras es perpendicular al campo. a) ¿Cuál es el valor de la fuerza electromotriz inducida al girar la bobina 90º en una milésima de segundo?. b) Si duplicamos el número de espiras, ¿en cuánto tiempo deberíamos girar 90º la bobina para conseguir la misma fuerza electromotriz?.

16. Una bobina de 100 espiras circulares de 2 cm de radio se sitúa con sus espiras perpendiculares a un campo magnético cuyo valor varía según $B = 1{,}5.e^{0{,}2t}$ T. a) ¿Cómo varía la fuerza electromotriz inducida con el tiempo? b) ¿Cuál será el valor de dicha fuerza electromotriz inducida a los 10 s?.

17. Una corriente de 10 A recorre un hilo conductor de gran longitud situado cerca de una espira rectangular, como se indica en la figura. a) Calcula el flujo del campo magnético a través de la espira. b) Determina la fuerza electromotriz media y el sentido de la corriente inducida en la espira si se interrumpe la corriente al cabo de 0,02 s. Dato: $\mu_0=4\pi 10^{-7}$ (SI)

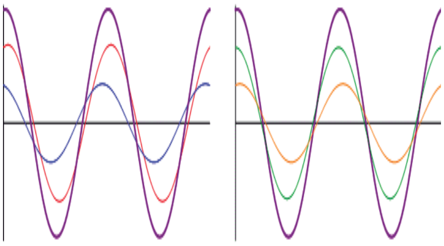


18. Un alternador consta de una bobina de 40 espiras cuadradas de 5 cm de lado y una resistencia total de 16 Ω. La bobina gira con una frecuencia de 100 Hz en un campo magnético de 0,8 T. Determinar: a) La fuerza electromotriz máxima que se induce. b) El valor máximo de la intensidad inducida. c) Una expresión para la fuerza electromotriz y la intensidad inducida en función del tiempo. Traza las representaciones gráficas de estas dos magnitudes.

19. El flujo que pasa por una espira de 15 cm^2 varía según la función $\Phi = 0{,}005 \cos 100\,t$ (Wb). Calcular. a) La inducción del campo suponiendo que es uniforme. b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina.

20. Una espira se coloca en un campo magnético $\vec{B} = 0{,}1\vec{i}\ (T)$. a) Halla el flujo a través de la espira si su vector superficie vale $\vec{S} = 5\vec{i} + 4\vec{j} - 20\vec{k}\ (cm^2)$. b) Representa todas las magnitudes físicas que se citan en el apartado anterior.

Tema 06
Movimiento ondulatorio



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

06. Movimiento ondulatorio: Índice

CONTENIDOS

1. Concepto de onda · 2. Propagación de ondas mecánicas · 3. Ondas armónicas · 4. Energía que transportan las ondas. 5. Estudio cualitativo de las propiedades de las ondas ·

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
1. Asociar el movimiento ondulatorio con el movimiento armónico simple.	1.1. Determina la velocidad de propagación de una onda y la de vibración de las partículas que la forman, interpretando ambos resultados.
2. Identificar en experiencias cotidianas o conocidas los principales tipos de ondas y sus características.	2.1. Explica las diferencias entre ondas longitudinales y transversales 2.2. Ejemplos de ondas mecánicas en la vida cotidiana.
3. Expresar la ecuación de una onda en una cuerda indicando el significado físico de sus parámetros característicos.	3.1. Obtiene las magnitudes características de una onda a partir de su expresión matemática. 3.2. Escribe e interpreta la expresión matemática de una onda armónica transversal .
4. Interpretar la doble periodicidad de una onda a partir de su frecuencia y su número de onda.	4.1. Dada la expresión matemática de una onda, justifica la doble periodicidad.
5. Valorar las ondas como un medio de transporte de energía pero no de masa.	5.1. Relaciona la energía mecánica y su amplitud. 5.2. Calcula la intensidad de una onda a cierta distancia del foco emisor.
6. Utilizar el Principio de Huygens para comprender e interpretar la propagación de las ondas .	6.1. Explica la propagación de las ondas utilizando el Principio Huygens.
7. Reconocer la difracción y las interferencias como fenómenos propios del movimiento ondulatorio.	7.1. Interpreta los fenómenos de interferencia y la difracción a partir del Principio de Huygens.

1.1 Concepto de onda

- **Una onda representa el movimiento de propagación de una vibración a través un medio elástico.**

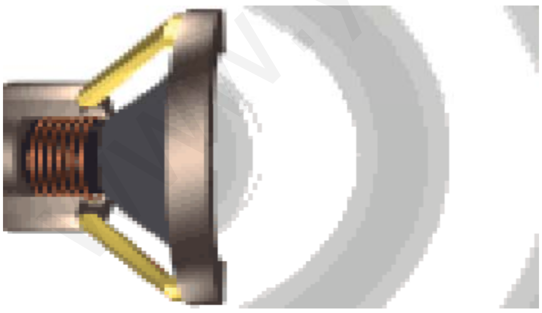
- **Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento,** sin transporte de materia.

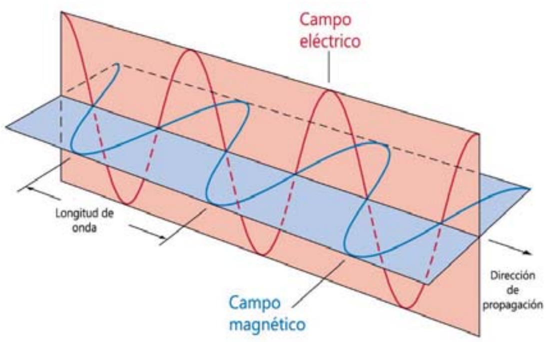
- Las olas del mar o los círculos que se forman en una charca cuando tiras en ella una piedra, alcanzan al cabo de cierto tiempo todos los puntos del medio, se trata de **ondas viajeras.**

- Cuando pulsas una cuerda de guitarra, la onda que se produce está delimitada por los extremos de la cuerda que están fijos, se trata de **ondas estacionarias.**

1.2 Concepto de onda

- **Las ondas según su naturaleza o el tipo de energía que propagan son:**



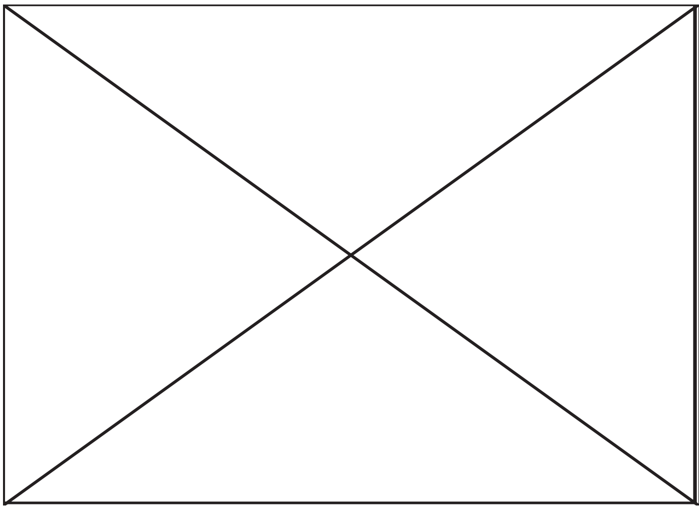


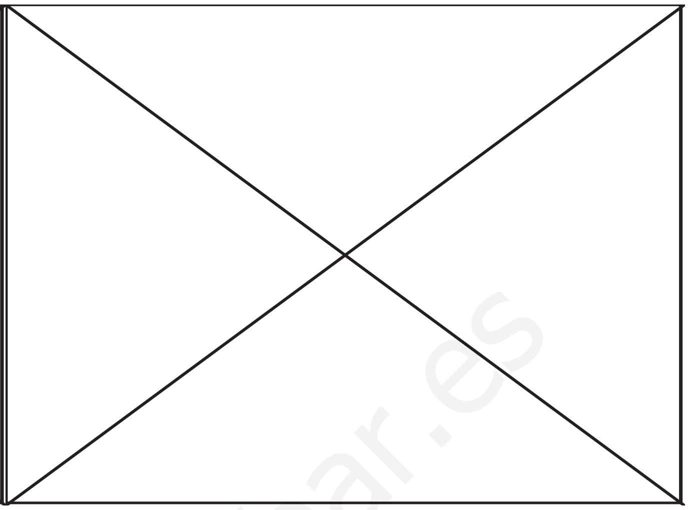
- **Mecánicas:** transportan energía mecánica y necesitan un medio material para propagarse. Las ondas que se producen por un oscilador armónico son, **ondas armónicas.** Son ondas mecánicas o materiales: **sonido, ondas en cuerdas, ondas en el agua.**

- **Electromagnéticas:** transportan energía electromagnética y pueden propagarse en el vacío. Son ondas de este tipo, la **luz, rayos X, ondas de radio y TV**. Estas últimas fueron predichas por Maxwell y generadas por Hertz en 1887.

1.3 Concepto de onda

- **Las ondas según la relación entre la dirección de propagación y la dirección de vibración pueden ser:**



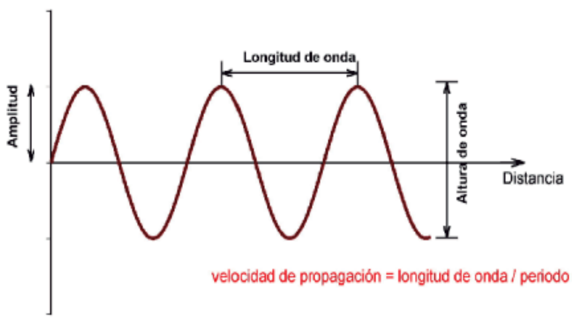


- **Longitudinales:** la dirección de vibración de las partículas coincide con la dirección en que se propaga la onda. ej: **el sonido**.
- **Transversales.** la onda se propaga perpendicularmente a la dirección en la que vibran las partículas. ej: **la luz.**

2.1 Velocidad de propagación de las ondas

- **La velocidad de propagación de una onda es la rapidez con la que se transmite la perturbación y la energía que transporta la onda.**

- Todas las ondas del “mismo tipo” propagándose por el mismo medio viajan a la misma velocidad.
- Esa velocidad depende de las propiedades del medio por donde se transmite la onda; de su elasticidad e inercia.
- Como es la densidad lineal en las cuerdas; la profundidad del agua bajo la superficie, o el coeficiente adiabático, la masa molecular o la temperatura **...**



$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

cuerda

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

gas

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \, \varepsilon_o}}$$

electromagnética (luz)

3.1 Ondas armónicas: magnitudes características

- **Un movimiento ondulatorio consiste en la propagación de un movimiento vibratorio a través un medio elástico.**

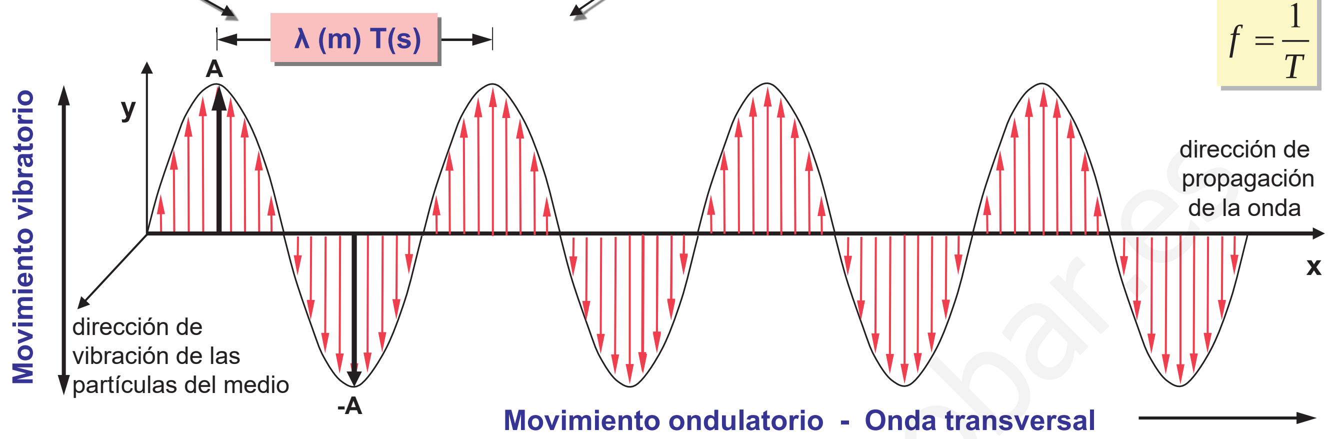
- Hacemos vibrar verticalmente el extremo de una cuerda colocada horizontalmente, originándose un movimiento ondulatorio que se desplaza a lo largo de dicha cuerda.

Longitud de onda λ (m): distancia entre dos puntos consecutivos que están en fase.

Período T(s): tiempo que tarda la onda en pasar por un punto o en avanzar una longitud de onda.

Frecuencia f(Hz): números de ondas que pasan por un punto en un segundo.

$$f = \frac{1}{T}$$



Amplitud A (m): es la máxima elongación con que vibran las partículas del medio.

Velocidad propagación (m/s): depende del medio en el que viaja la onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda . f$$

3.2 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

- Una **onda es armónica** cuando es originada por un M.A.S. La onda es senoidal o sinusoidal (seno o coseno). El punto que vibra se llama **foco.**

- La **ecuación de una onda** es la relación matemática por la que se obtiene la elongación "y" de un punto cualquiera que se encuentra a "x" (m) del foco, para un tiempo t (s) después de iniciada la perturbación.

- El foco vibra con MAS, siendo su elongación: $y = A\,sen\,wt$ (fase inicial $\varphi_0 = 0$), cualquier otro punto x vibrará un tiempo t' = x/v después; la ecuación de su elongación "y" será:

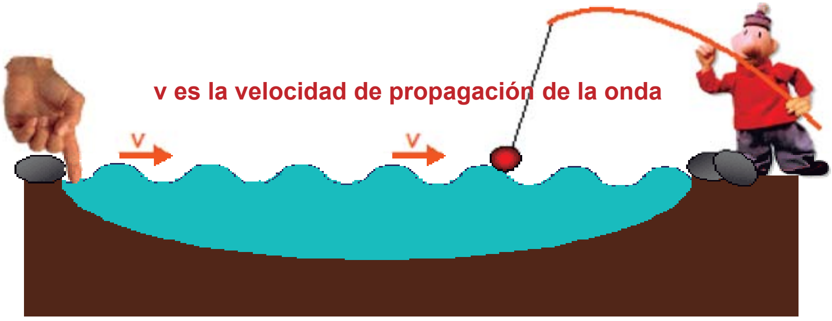
$$y = A\,sen\,w\left[t - \frac{x}{v}\right] = A\,sen\frac{2\pi}{T}\left[t - \frac{x}{v}\right] = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv}\right] = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right]$$

$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt - kx\right] \quad Ec.\ del\ Movimiento\ Ondulatorio$$

siendo "t", el tiempo que hace que el foco comenzó a vibrar, y "x" la distancia al foco.

3.3 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

Una **onda armónica** se describe mediante una *función sinusoidal* (seno o coseno) de *x* (dirección de propagación) y de *t.*



$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt - kx\right] \quad Ec.\ del\ \ Movimiento\ Ondulatorio$$

Se llama **Pulsación:**

$$W = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{rad}{s}\right]$$

Se llama **Número de onda:**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{rad}{m}\right]$$

Se llama **Fase:**

$$2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = \left[wt - kx\right]$$

- Es un ángulo medido en **radianes.**

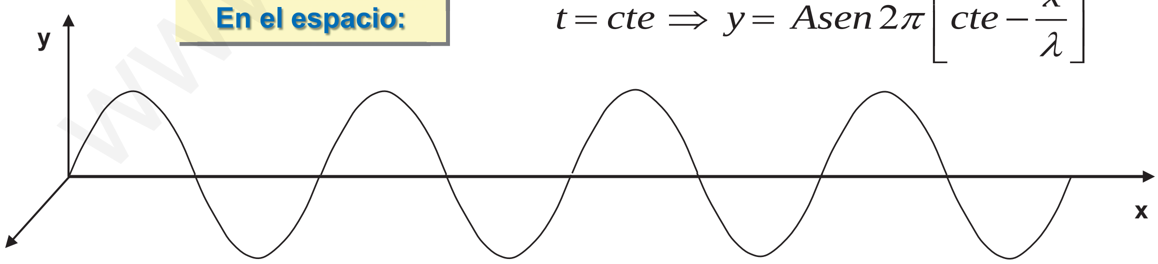
3.4 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

- **La ecuación de una onda armónica es doblemente periódica:**

$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt - kx\right] \quad Ec.\ del\ \ Movimiento\ Ondulatorio$$

En el espacio:

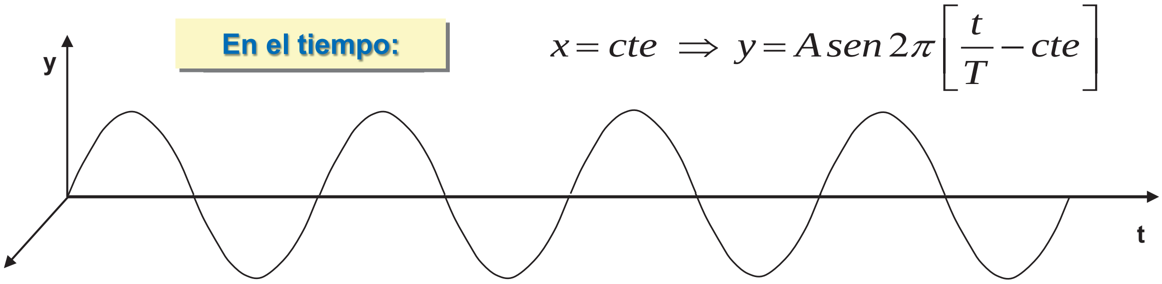
$$t = cte \Rightarrow y = A\,sen\,2\pi\left[cte - \frac{x}{\lambda}\right]$$



- Representa la elongación de cada punto x para el mismo tiempo; es cómo la fotografía de la onda.

En el tiempo:

$$x = cte \Rightarrow y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T} - cte\right]$$



- Representa la elongación de un sólo punto x en función del tiempo t.

3.5 Ondas armónicas: ecuación del movimiento ondulatorio

Fase:

- Todos los puntos de un medio que distan entre sí **un número entero de λ, (nλ), están en fase.**

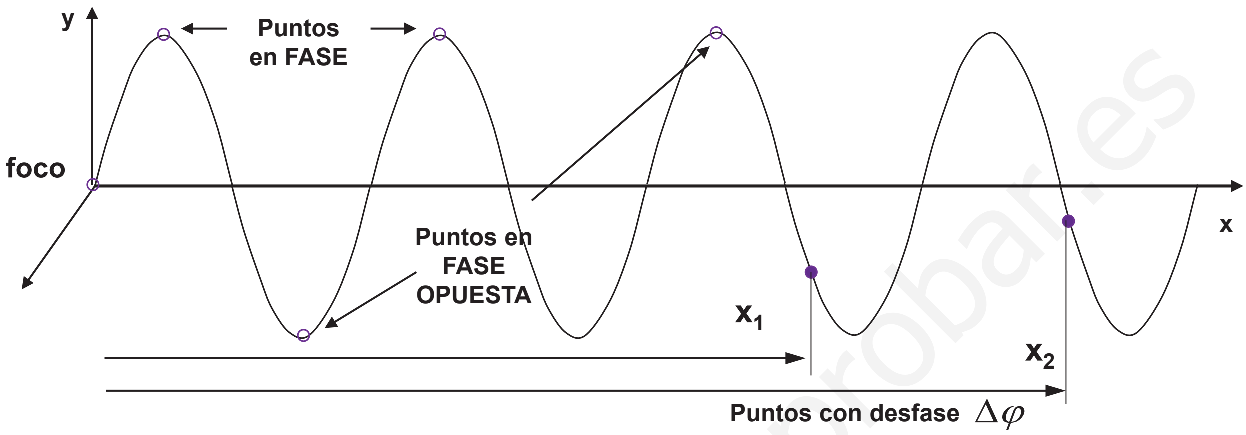
Fase opuesta:

- Todos los puntos que distan un **número impar de semi λ, ((2n+1) λ/2) están en fase opuesta.**

Diferencia de fase o desfase:

- **La diferencia de fase o desfase** entre dos puntos x_1 y x_2 se calcula a partir del valor de la fase para dichos puntos fijando el tiempo:

$$\Delta\varphi = 2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right]-2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right]=2\pi\frac{x_2-x_1}{\lambda}$$



- **Análogamente calculamos la diferencia de fase de un punto para dos tiempos diferentes.**

4.1 Energía e intensidad de las ondas armónicas

- Las ondas al propagarse en los medios materiales se debilitan al alejarse del foco, lo que supone una disminución de su intensidad, que hace que se amortigüe su amplitud. Este fenómeno se debe a dos causas completamente diferentes: **atenuación y absorción**.
- **La energía de la partícula que vibra (foco), es la energía que transporta la onda**:

$$E=\frac{kA^2}{2}=\frac{mw^2A^2}{2}=\frac{4\pi^2 mA^2}{2T^2}=2\pi^2 mf^2A^2$$

- **Energía que es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y la amplitud.**
- Para medir esta energía se definen:
- **Potencia emisiva del foco**: energía que emite el foco en la unidad de tiempo.

$$P_{foco}=\frac{E}{t}\left[\frac{J}{s}=w(vatios)\right]$$

- **Intensidad de una onda en un punto:** energía que atraviesa la unidad de superficie, perpendicular a la onda, situada en ese punto, en cada segundo:

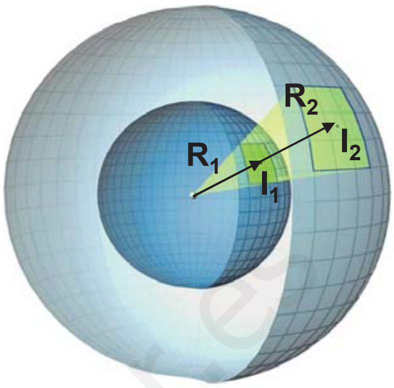
$$I=\frac{Energia}{\sup .tiempo}=\frac{Potencia}{\sup} \quad S.I.:\left[\frac{J}{m^2 s}\right]=\left[\frac{w}{m^2}\right]$$

4.2 Energía e intensidad de las ondas armónicas: atenuación

- **Atenuación:** Se produce en ondas esféricas y en ondas planas, ya que la energía que transporta la onda (emitida por el foco), debe distribuirse entre mayor número de partículas a medida que la onda avanza.

- En las **ondas esféricas:** sean $\mathbf{I_1}$ **e** $\mathbf{I_2}$ las intensidades de la onda, que atraviesa las superficies de radios $\mathbf{R_1}$ **y** $\mathbf{R_2}$.

$$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2} \quad ; \quad I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}$$



- Dividiendo ambas ecuaciones y recordando que la energía es proporcional a A^2, se deduce que la amplitud de la onda es inversamente proporcional a la distancia al foco:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

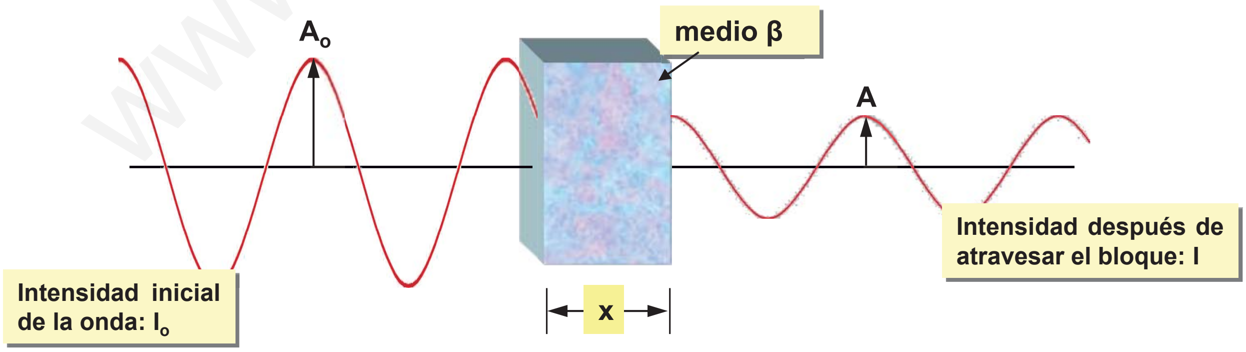
- En las **ondas planas:** $\mathbf{I_1}$ **e** $\mathbf{I_2}$ son las intensidades de la onda, que atraviesa las circunferencias de radios $\mathbf{R_1}$ **y** $\mathbf{R_2}$.

$$I_1 = \frac{P}{2\pi R_1} \; ; \; I_2 = \frac{P}{2\pi R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2}{R_1}$$

4.3 Energía e intensidad de las ondas armónicas: absorción

- **Absorción:** el medio material absorbe la energía de la onda, debido al rozamiento, viscosidad, etc.

- Llamamos $\mathbf{I_o}$ a la intensidad inicial de la onda, **I** a la intensidad de la onda tras haber recorrido el espacio **x (m)** y **β al coeficiente de absorción del medio:**



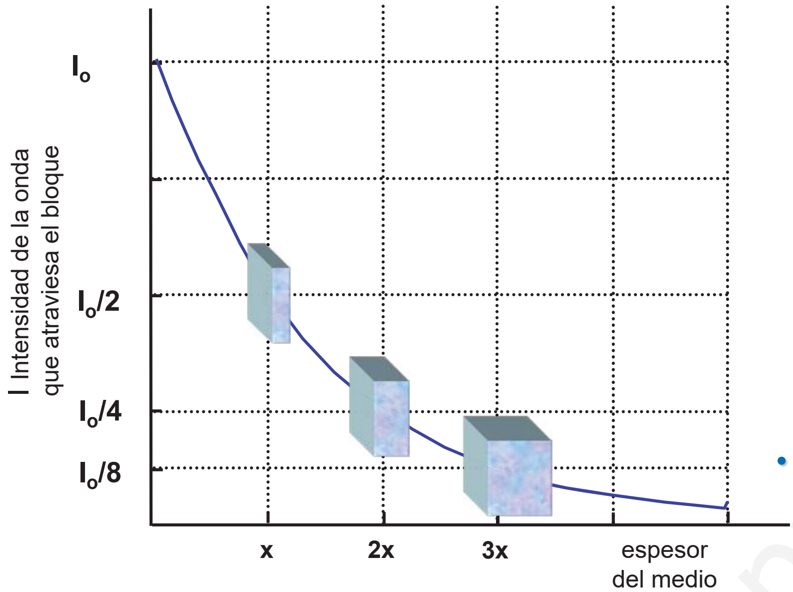
$$-dI = \beta I \, dx \Rightarrow \int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -\int_0^x \beta dx \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -\beta x \Rightarrow \boxed{I = I_0 \, e^{-\beta x}}$$

- **La intensidad de la onda decrece exponencialmente con la distancia recorrida por la onda a través del medio absorbente.**

4.4 Energía e intensidad de las ondas armónicas: absorción

- **Espesor de semiabsorción** de un medio es la distancia x que debe recorrer la onda por ese medio, para que su intensidad I_o se reduzca a la mitad:

$$\boxed{I = I_0\, e^{-\beta x}}$$



$$\frac{I_0}{2} = I_0\, e^{-\beta x}$$

$$\ln\frac{1}{2} = \ln\left(e^{-\beta x}\right)$$

$$-\ln 2 = -\beta x$$

$$\boxed{x = \frac{\ln 2}{\beta}}$$

- **Espesor de semiabsorción:** sólo depende del medio por el que se propaga la onda.

4.5 Ondas armónicas: ejercicios

1.- Se tensa una cuerda larga que tiene una densidad lineal de masa de 0,01 kg/m aplicando una fuerza de 60 N. Si se hace oscilar transversalmente un extremo de la cuerda, ¿con qué velocidad se propagarán las ondas en la cuerda?

2.- Una onda armónica viene descrita por la ecuación: $y = 15$ sen $(0,4x – 20t)$ cm
Determina:
a) La amplitud, la frecuencia angular y el número de onda.
b) La longitud de onda, la frecuencia y el período.
c) La velocidad y el sentido de la propagación. :

3.- Una onda armónica viene descrita por la ecuación: $y = 25 \cos \pi\,(2x – 5t)$ cm
Determina:
a) La longitud de onda y el período.
b) La velocidad y aceleración de oscilación transversal en t = 0 s, en un punto situado en x = 5,3 cm.

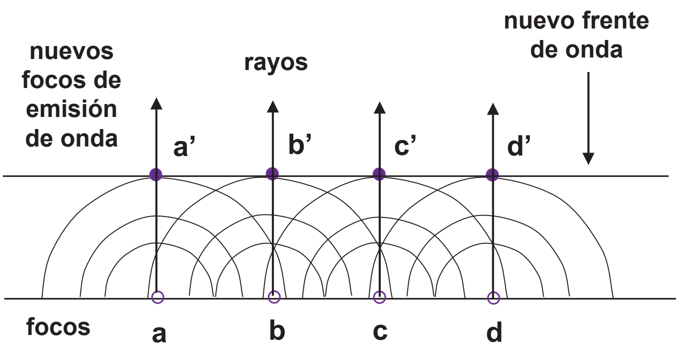
4. Una onda se propaga según la expresión: $y = 0,1$sen $2\pi\,(100t– x/0,40)$ cm
Donde x e y se expresan en metros, y t, en segundos. Determina:
a) La longitud de onda, el período y la velocidad de propagación de la onda.
b) La distancia entre puntos que están en fase y en oposición de fase.

5.- Sabiendo que el radio terrestre es de 6 370 km y que la distancia media al Sol es de $1,496 \cdot 10^8$ km, determina que porción de la energía irradiada en la superficie solar llega a la terrestre (considera como superficie terrestre su sección transversal, de área πr^2).

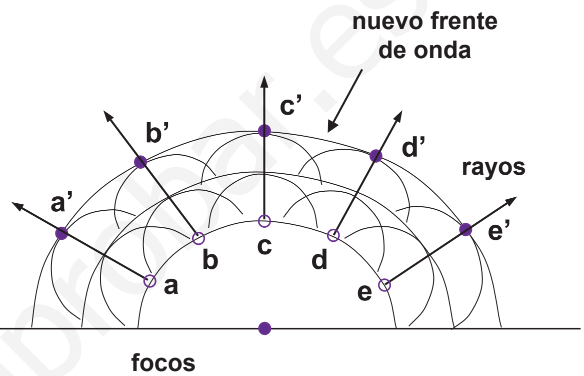
5.1 Estudio cualitativo de las propiedades de las ondas

- **Principio de Huygens**
- La naturaleza de las ondas y su forma de propagarse se explica mediante un método geométrico propuesto por Huygens en la siglo XVII, que lleva su nombre.
- Se llama **frente de onda** a la superficie formada por todos los puntos que son alcanzados, al mismo tiempo, por la onda. Estos puntos se encuentran en fase. Las líneas perpendiculares al frente de onda, en cada punto, se llaman **rayos.**
- **Principio de Huygens:** cada uno de los puntos a, b, c, d de un frente de ondas, se convierte en nuevo foco de emisión de ondas, la envolvente de esos frentes de ondas es el nuevo frente de la onda primitiva.

Frente de onda plano

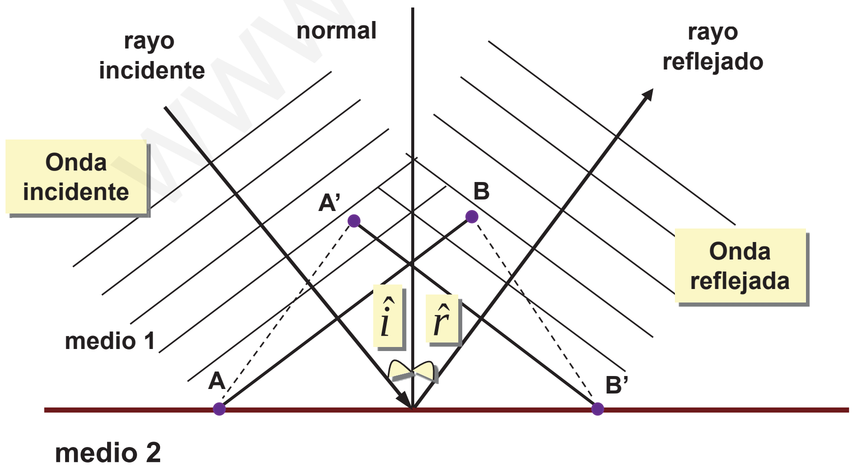


Frente de onda esférico



5.2 Reflexión de las ondas

- **Reflexión:** es el cambio de dirección que una onda experimenta al incidir en la superficie de separación de dos medios y continuar propagándose por el mismo medio. Como la onda, no cambia de medio, no modifica su velocidad.



LEYES DE LA REFLEXIÓN

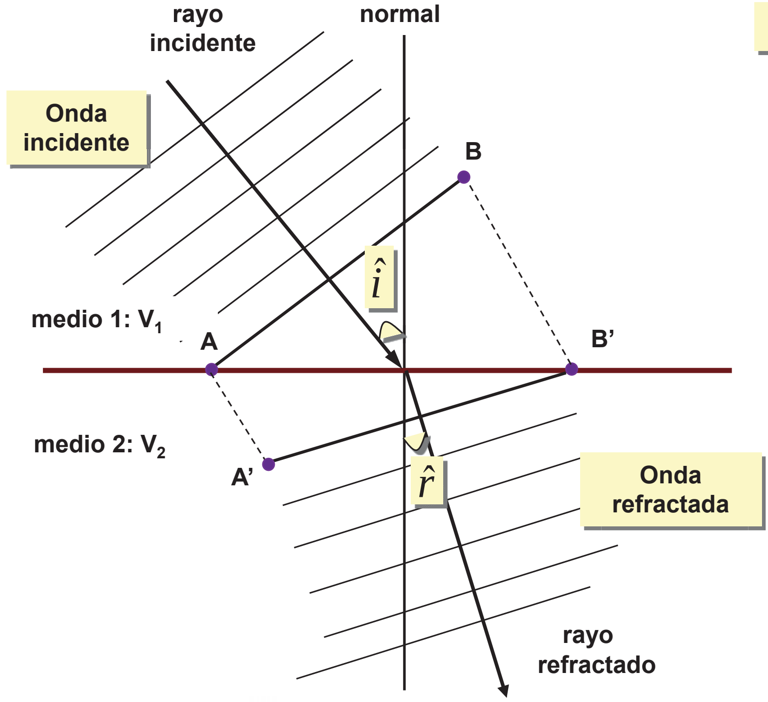
- a) La dirección de propagación de la onda incidente, de la onda reflejada y la normal en el punto de incidencia, están en el mismo plano.
- b) El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión:

$$\hat{i} = \hat{r}$$

- **Interpretación geométrica:**
- **El frente de onda AB** llega a la superficie que separa un medio del otro; el punto A, es el primero en convertirse en nuevo foco de emisión de ondas, reflejándose. Cuándo B llega a B', A se encuentra en A'. **El frente A'B' corresponde a la onda reflejada.**

5.3 Refracción de las ondas

- **Refracción:** es el cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio a otro, en el que posee distinta velocidad de propagación.



LEYES DE LA REFRACCIÓN

- a) Las direcciones de propagación de la onda incidente, onda refractada y normal a la superficie que separa ambos medios, están en el mismo plano.
- b) Ley de Snell: el cociente entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es igual al cociente entre las velocidad de propagación de la onda en el primer y segundo medio:

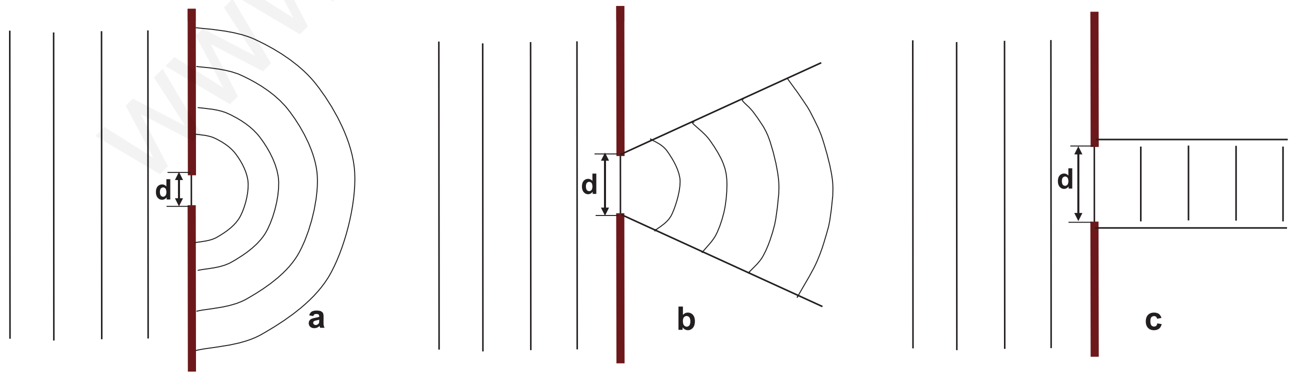
$$\frac{\operatorname{sen} \hat{i}}{\operatorname{sen} \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

- **interpretación geométrica: el frente de onda AB** llega a la superficie que separa los dos medios. Cómo v_1 es mayor que v_2 , en el mismo tiempo se recorre la distancia **AA' y BB',** por lo que la onda refractada se acerca a la normal.

5.4 Difracción de las ondas

- **Difracción:** fenómeno que se produce cuando una onda encuentra un obstáculo o una abertura al propagarse, cuyo tamaño es comparable a su longitud de onda.
- Cuándo el frente de onda alcanza la rendija de abertura d, cada punto de la misma se convierte en foco de emisión de onda **(Principio de Huygens).**

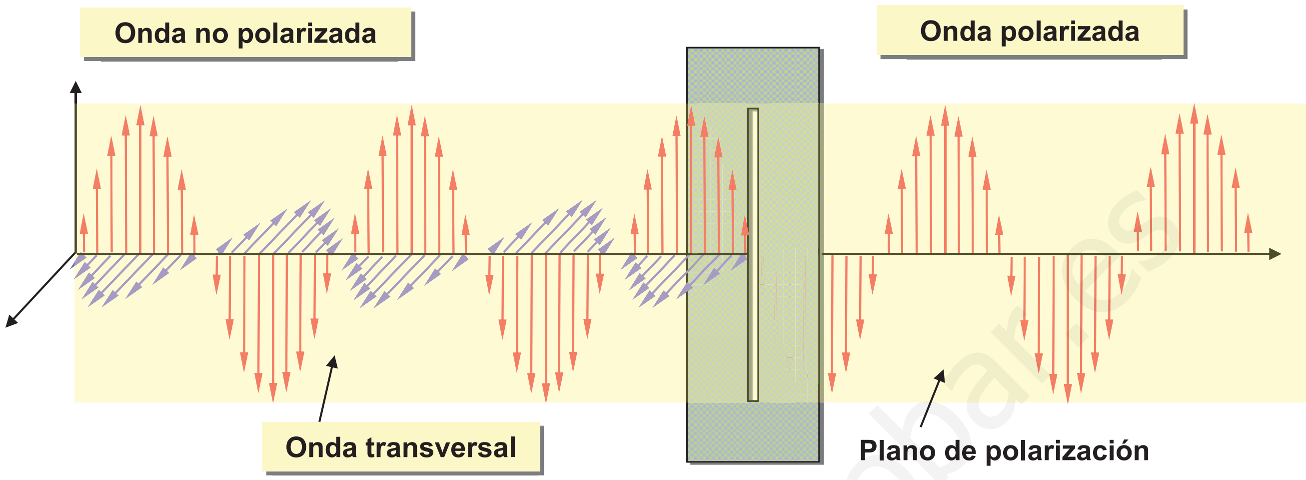
difracción: d = λ **difracción: d > λ** **no difracción: d >> λ**



- **La onda plana que llega a la rendija estrecha,** se propaga en otras direcciones, comprendidas en un cierto **ángulo α, que depende de los valores de la longitud de onda λ y de la anchura de la rendija d.**
- **Se cumple que sen α = λ / d** por lo que si d = λ, el ángulo en el que se propaga la onda tras salvar el obstáculo es de α = 90º. La difracción alcanza todo el espacio exterior de la rendija, la rendija es cómo un punto para fenómenos ondulatorios (fig. a).
- **Si d > λ hay difracción para ángulos α < 90º (fig.b) . Para d >>λ no hay difracción (fig. c)**

5.5 Polarización de las ondas

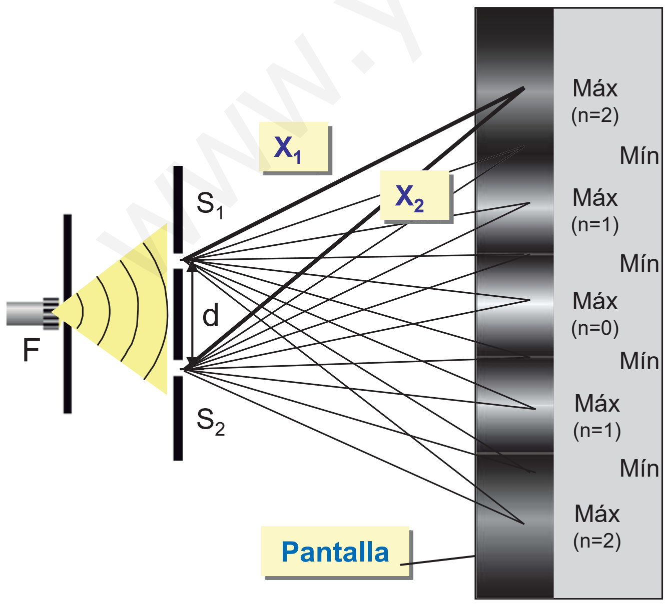
- En las ondas transversales, las partículas pueden vibrar en cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación de la onda.
- Si hacemos que las vibraciones se produzcan en un único plano, tenemos una **onda polarizada plana.**
- Ese plano se llama plano de polarización, que estará definido por la dirección de propagación y la dirección de vibración.



- **Sólo las ondas transversales pueden polarizarse.**
- En las ondas longitudinales, las partículas vibran en la dirección de propagación de la onda, por lo que no tiene sentido hablar de polarización.

5.6 Interferencias de las ondas

- **Interferencias** es una de las propiedades más características de las ondas. Se usa como criterio para determinar si un fenómeno es de naturaleza ondulatoria.



- **Interferencia** es el fenómeno físico que se produce cuando un punto es alcanzado simultáneamente por dos o más movimientos ondulatorios.
- **Ondas han de ser coherentes,** para que se produzca el fenómeno de interferencia, es decir, tener la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud. Sólo diferir en la fase.
- Las ondas que se originan en los **focos S_1 y S_2** alcanzan de forma simultánea distintos puntos de la pantalla, donde se obtienen puntos brillantes y oscuros.

- **Principio de superposición:** el punto alcanzado por las dos ondas se ve forzado a seguir un movimiento que es la suma vectorial de los movimientos correspondientes a una y otra onda.

5.7 Interferencias de las ondas

- **Principio de superposición:**
- **Hay puntos brillantes donde las ondas llegan a la pantalla en FASE.** Esto ocurre cuando la diferencia de camino recorrido es un múltiplo entero de la longitud de onda.
- **Hay puntos oscuros donde las ondas llegan en FASE OPUESTA.** El movimiento resultante puede ser nulo. La diferencia de distancias es un número impar de semilongitudes de onda.

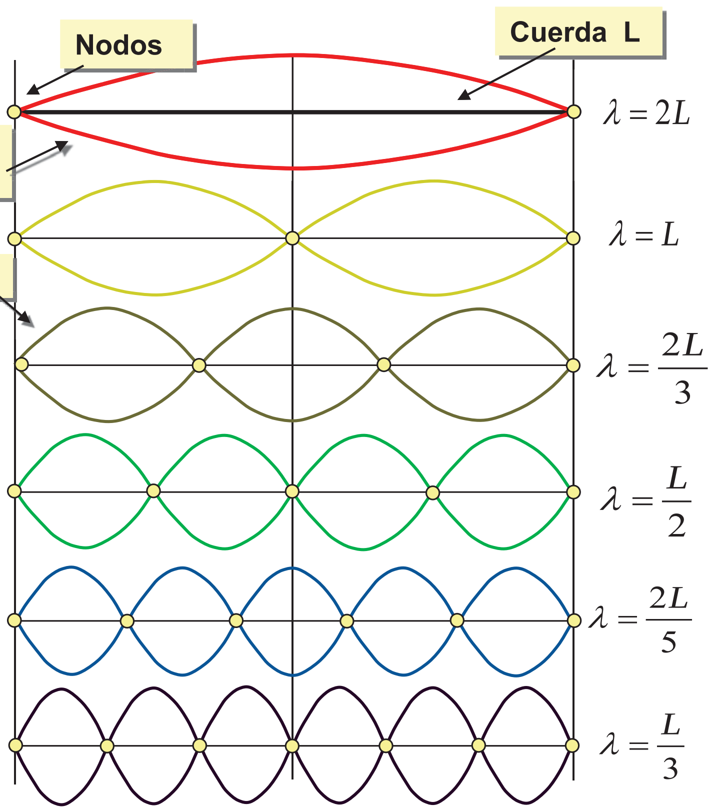
	Ondas en fase	Ondas en fase opuesta
Diferencia de camino recorrido por cada onda	$x_2 - x_1 = n\lambda$	$x_2 - x_1 = [2n-1]\dfrac{\lambda}{2}$
Interferencia	Constructiva o ventral	Destructiva o nodal
Amplitud de la onda resultante	$A_1 + A_2 \Rightarrow 2A$	$A_1 - A_2 \Rightarrow 0$

- **Ondas estacionarias:** son un caso particular de interferencias .
- Cuando dos ondas de igual frecuencia y amplitud se desplazan en sentidos contrarios desfasadas media onda, se produce una onda estacionaria.

5.8 Instrumentos musicales de cuerdas

- **Los instrumentos de cuerda:** guitarras, violines, etc, funcionan con ondas estacionarias sobre cuerdas sujetas por ambos extremos, que serán nodos.
- **La onda que se propaga en una cuerda de longitud L debe cumplir:**

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$



- **Frecuencia con que vibra la cuerda:**

$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad f = n\frac{v}{2L}$$

- **La frecuencia o armónico fundamental** de vibración se produce cuando n = 1, lo que implica que: f = v/2L.
- **Para n = 2,3… se obtiene el primer, segundo,.. armónico**. Son, múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

1.- Un movimiento tiene por ecuación y = 8(cm) sen (40 t - 0,1 x), t(s) y x(cm), Determinar: a) amplitud, período y frecuencia del movimiento, b) longitud de onda y velocidad, c) elongación y velocidad para t = 0,15 s, de un punto situado a una distancia de 40 cm del foco.

- Comparamos la ecuación de una onda armónica con la de este movimiento:

$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt-kx\right] \;\Rightarrow\; y = 8\,(cm)\,sen\left[40t-0{,}1x\right]$$

- a) Amplitud A, período T y frecuencia f:

A = 8 cm $\quad 40t = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{20}s \;\Rightarrow\; f = \frac{1}{T} = \frac{20}{\pi}Hz = 6{,}37\,Hz$

- b) Longitud onda λ y velocidad de propagación v:

$$0{,}1x = 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20\,\pi\,cm = 62{,}8\ cm \;\Rightarrow\; v = \frac{\lambda}{T} = \frac{20\,\pi.20}{\pi}m.s^{-1} = 400\ cm.s^{-1}$$

- c) Elongación y velocidad de vibración del punto a 40 cm del foco para el tiempo 0,15 s :

$$y = 8\,sen\,2\pi\left[\frac{0{,}15}{0{,}157}-\frac{40}{62{,}8}\right] = 7{,}26\,cm$$

$$v = \frac{dy}{dt} = Aw\cos\left[40t-0{,}1x\right] = 8.40\cos\left[40.0{,}15-0{,}1.40\right] = -133{,}18\ cm.s^{-1}$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

2. Hallar la ecuación de un movimiento ondulatorio que se propaga linealmente con una velocidad de 360 m/s, sabiendo que su frecuencia es 50 Hz y su amplitud 10 cm.

- Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = A\,sen\,2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right] = A\,sen\left[wt-kx\right]$$

- Siendo la pulsación: $w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 100\,\pi\ Hz$

- El número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v.T} = \frac{2\,\pi.50}{360}m.s^{-1}$

- Sustituyendo en la ecuación de la onda:

$$y = 0{,}1\,sen\,2\pi\left[50t-\frac{50}{360}x\right] = 0{,}1\,sen\left[100\pi t-\frac{10\pi}{36}x\right](m)$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

3. Dada la ecuación:

y = 8 sen 2 (t/0,05 – d/20), las distancias (cm) y el tiempo (s),

Determinar: a) el período, frecuencia y longitud de onda, b) la elongación y la velocidad al cabo de 0,5 s y a una distancia del foco de 120 cm.

- Por comparación de la ecuación de una onda armónica con la de este movimiento:

$$y = A sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = A\, sen\left[wt - kx\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 8\ sen\, 2\left[\frac{t}{0,05} - \frac{x}{20}\right] = 8\, sen\left[40t - 0,1x\right]$$

- a) Período T, frecuencia f y longitud de onda λ:

$$\frac{2t}{0,05} = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow T = 0,05\,\pi\, s \Rightarrow f = \frac{20}{\pi} Hz \Rightarrow \frac{2d}{20} = 2\,\pi\frac{d}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20\,\pi\, cm$$

- b) Elongación y velocidad de vibración al cabo de 0,5s y a 120 cm del foco:

$$y = 8\, sen\, 2\pi\left[\frac{0,5}{0,05\,\pi} - \frac{120}{20\,\pi}\right] = 7,91 cm$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 8.40\cos\left[40.0,5 - 0,1.120\right] = -46,56\ \ cm.s^{-1}$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

4. Un movimiento ondulatorio viene expresado por la ecuación:

y = 0,01 sen 2π (500 t -x) donde y se expresa en cm.

Determinar: a) la frecuencia y la velocidad de propagación, b) la onda idéntica propagándose en sentido contrario.

- Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = 0,01\, sen\, 2\pi\left[500t - x\right] \Rightarrow A\, sen\left[wt - kx\right]$$

- a) Frecuencia f: $w = 2\pi\ f = 2\pi.500 \Rightarrow f = 500\, Hz$

- Velocidad de propagación de la onda v:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \Rightarrow \lambda = 1 cm \Rightarrow v_{prop} = \lambda\, f = 1 cm.500\, Hz = 500\ cm.s^{-1}$$

- b) Onda en sentido contrario:

$$y = 0,01\, sen\, 2\pi\left[500t + x\right]$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

5. El período de un movimiento ondulatorio que se propaga por el eje de abscisas, es de 0,003 s. La distancia entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es π/2 vale 30 cm. Calcular la longitud de onda y la velocidad de propagación.

- A partir de la diferencia de fase, calculamos la longitud de onda de este movimiento :

$$\Delta\vartheta = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2\pi\frac{30\,cm}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{30.2\pi.2}{\pi} = 120\,cm$$

- Velocidad de propagación: $v_{prop} = \frac{\lambda}{T} = \frac{120\,cm}{0,003s} = 400\ m.s^{-1}$

- Dos puntos están en fase cuando: $\Delta\vartheta = 2\pi, 4\pi... = n2\pi$

- Dos puntos están en oposición de fase cuando: $\Delta\vartheta = \pi, 3\pi... = (2n+1)\pi$

- Dos puntos están en cuadratura cuando: $\Delta\vartheta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}... = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

6. La ecuación de una onda es: y = 0,5 cos 4π (10 t - x) en el S.I.
Calcular: a) la velocidad de propagación de la misma, b) la diferencia de fase entre dos puntos separados 0,5 m.

- a) Ecuación del movimiento:

$$y = 0,5\cos 4\pi[10t - x] \Rightarrow A\,sen[wt - kx]$$

- Las funciones seno y coseno están desfasadas π/2 radianes:

$$w = \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = 0,05\,s$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \lambda = 0,5\,m$$

$$v_{prop} = \frac{\lambda}{T} = 10\,m.s^{-1}$$

- b) El desfase entre dos puntos separados 0,5 cm vale:

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1\ [40\pi t - 4\pi x_2] - [40\pi t - 4\pi x_1] = 4\pi[x_2 - x_1] = 4\pi.0,5 = 2\pi\,rad$$

Estos dos puntos se encuentran en fase.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

7. En una cuerda de piano de 1,21 m de longitud se genera una onda al ser golpeada, se propaga a 20 m/s, se refleja en los límites fijos y se forman ondas estacionarias. ¿Cuál es la frecuencia fundamental emitida por dicha cuerda?. ¿Y el valor del primer armónico?.

- Las ondas estacionarias que se propagan en una cuerda de longitud L, deben cumplir que:

$$L_{cuerda} = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \Rightarrow v_{prop.onda} = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2L}$$

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1:

$$f_{fundamental\ (n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{20}{2.1,21} = 8,26\,Hz$$

- Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{primer\ \ armónico\ (n=2)} = 2.\frac{20}{2.1,21} = 16,52\,Hz$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

8. Una estación de radio transmite a 760 kHz. La velocidad de las ondas de radio es de 3.10^8 m/s. a) ¿Cuál es la longitud de onda de la radiación emitida?; b) ¿Y el período?.

- A partir de la velocidad de propagación de la onda, calculamos su longitud de onda y su período:

$$v_{prop.} = \lambda f \Rightarrow \lambda_{onda\ radio} = \frac{v}{f} = \frac{3.10^8\,m.s^{-1}}{760.10^3\,Hz} = 394,7\,m \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{760.10^3\,Hz} = 1,3.10^{-6}\,s$$

9. Se hace vibrar el extremo de una cuerda tensa con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 60 Hz. Si la velocidad de propagación es 1200 m/s. a)¿Cuál es la longitud de onda?; b) escribir la ecuación de este movimiento ondulatorio y representarlo gráficamente.

- a) Longitud de onda: $v_{prop.} = \lambda f \Rightarrow \lambda_{onda\ cuerda} = \frac{v}{f} = \frac{1200\,m.s^{-1}}{60\,Hz} = 20\,m$

- b) Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = A sen\left[wt - kx\right] = 5.10^{-2}\,sen\left[2\pi.60t - \frac{2\pi}{20}x\right] = 5.10^{-2}\,sen\left[120\pi t - \frac{\pi}{10}x\right]\,(m)$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

10. La expresión matemática de una onda, en el S.I. es: y = 3 sen 2π (0,05 t – 0,01x) Calcular: a) la longitud de onda, el período y la velocidad de propagación, b) explique si se trata de una onda longitudinal o transversal e indique en qué sentido se propaga.

- a) La longitud de onda λ y el período T:

$$2\pi .0,01x = 2\pi \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{0,01} = 100\,m \qquad 2\pi .0,05t = 2\pi \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{0,05} s = 20\,s$$

- La velocidad de propagación v: $v_{propagación} = \frac{\lambda}{T} = \frac{100m}{20s} = 5\,m.s^{-1}$

- b) Se trata de una onda transversal armónica, que se propaga en el sentido positivo del eje x.

11. En una cuerda de guitarra se produce una onda de λ = 0,6 m. Si la frecuencia de vibración es de 750 Hz, calcular la velocidad de propagación de esa onda en la cuerda.

- Velocidad de propagación: $v_{prop} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 0,6\,m.750\,Hz = 450\,m.s^{-1}$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

12. Un tren de ondas plano incide con una inclinación de 30º sobre la superficie plana de separación de dos medios, cuyas velocidades de propagación son 800 y 1500 m/s respectivamente. a) Calcular el ángulo de refracción; b) Idem, si atraviesa el frente de onda la superficie de separación en sentido inverso, con el mismo ángulo de incidencia; c)hallar el ángulo límite.

- a) Ley de Snell para la refracción de las ondas al pasar de viajar a 800 m/s a 1500 m/s:

$$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow sen\,\hat{r} = sen\,30^o \frac{1500\,m.s^{-1}}{800\,m.s^{-1}} = 0,9375 \Rightarrow \hat{r} = \arcsin 0,9375 = 69^o 38'9''$$

- b) Si el frente de onda viaja en sentido inverso, pasando de viajar a 1500 m/s a 800 m/s:

$$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow sen\,\hat{r} = sen\,30^o \frac{800\,m.s^{-1}}{1500\,m.s^{-1}} = 0,2667 \Rightarrow \hat{r} = \arcsin 0,2667 = 15^o 27'57''$$

- c) Ángulo límite: ángulo de incidencia al que le corresponde un ángulo de refracción de 90º. La onda pasa del medio por el que viaja a menor velocidad (800 m/s) al medio en el que viaja a mayor velocidad (1500 m/s):

$$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{sen\,\hat{L}}{sen\,90} = \frac{800\,m.s^{-1}}{1500\,m.s^{-1}} \Rightarrow \hat{L} = 32^o 13'51''$$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

13. Un oscilador de frecuencia 2Hz actúa en el extremo de una piscina. Un observador se da cuenta que la perturbación tarda 20 s en recorrer los 10 m que hay hasta el otro extremo donde un corcho se eleva 5 cm por encima de su posición de equilibrio. ¿Cuál es la expresión matemática que describe este movimiento?.

- Se conoce: A = 0,05 m; T = 1/f = 0,5 s y λ = v.T = (10 m / 20 s).0.5 s = 0,25 m
- Ecuación del movimiento: $y = A\,sen\,2\pi\left[\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right] = 0{,}05\,sen\,2\pi\left[2t - 4x\right]\,(m)$

14. Determina la distancia que debe recorrer una onda a través de un medio para que su intensidad se reduzca a la mitad y a la cuarta parte.

- Los medios materiales absorben la energía de las ondas; su intensidad decrece exponencialmente con el grosor o la distancia:

$$I = I_0\,e^{-\beta x} \;\Rightarrow\; \frac{I_0}{2} = I_0\,e^{-\beta x} \;\Rightarrow\; -\ln 2 = -\beta x \;\Rightarrow\; x = \frac{\ln 2}{\beta}$$

- Análogamente: $\dfrac{I_0}{4} = I_0\,e^{-\beta x'} \;\Rightarrow\; -2\ln 2 = -\beta x' \;\Rightarrow\; x' = 2\dfrac{\ln 2}{\beta} = 2x$

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

15. Un foco emite ondas esféricas con una potencia de 20w. Calcula la intensidad de la onda a una distancia de 2m y 4m del foco. ¿Cuál es la relación entre las intensidades y las amplitudes a esas distancias del foco?

- La atenuación de una onda es la disminución de su intensidad con la distancia al foco emisor.

$$I_1 = \frac{Energía}{sup.tiempo} = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{20w}{4\pi.2^2} = 0{,}4\,w.m^{-2}$$

- Igualmente: $I_2 = 0{,}1\,w.m^{-2}$
- Relación entre las intensidades:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{P}{4\pi r_1^2} : \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{4^2}{2^2} = 4 \;\Rightarrow\; I_2 = \frac{I_1}{4}$$

- Relación entre las amplitudes:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = 4 \;\Rightarrow\; \frac{A_1}{A_2} = 2 \;\Rightarrow\; A_2 = \frac{A_1}{2}$$

16. Una onda transversal queda definida por la ecuación y = 3 cosπ[t/2 + x/80] con x,y en cm y t en s. Determina: a) la diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es 8 s y 9 s. b) la diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 400 cm y 440 cm.

- a) Diferencia de fase para la misma partícula con un intervalo de tiempo de 8 s:

$$\Delta\varphi = \pi\left[\frac{t_2}{2}+\frac{x}{80}\right]-\pi\left[\frac{t_1}{2}+\frac{x}{80}\right] = \pi\left[\frac{t_2-t_1}{2}\right] = \pi\,\frac{8}{2} = 4\pi\ rad\quad Están\ en\ fase$$

- De igual manera para: $t_2 - t_1 = 9s \;\Rightarrow\; \Delta\varphi = \dfrac{9\pi}{2} = 4\pi + \dfrac{\pi}{2}(rad)$

- b) Diferencia de fase, en un instante dado, para dos partículas separadas 400 cm:

$$\Delta\varphi=\pi\left[\frac{t}{2}+\frac{x_2}{80}\right]-\pi\left[\frac{t}{2}+\frac{x_1}{80}\right]=\pi\left[\frac{x_2-x_1}{80}\right]=\pi\frac{400}{80}=5\pi\,rad=4\pi+\pi\ \ En\ \ fase\,opuesta$$

- De igual manera para:

$$x_2 - x_1 = 440\,cm \quad\Rightarrow\quad \Delta\varphi = \frac{11\pi}{2} = 4\pi + \frac{3\pi}{2}(rad)$$

17. Una cuerda de guitarra de 1 m de larga fija por ambos extremos vibra formando 4 nodos. Los puntos centrales de la cuerda tiene un desplazamiento máximo de 4 mm. Si la velocidad de las ondas en la cuerda es 660 m/s, determina la frecuencia fundamental de vibración de la cuerda.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{660\,m.s^{-1}}{2.1\,m} = 330\,Hz$$

18. a) Se hace vibrar una cuerda de guitarra de 0,4 m de longitud, sujeta por los extremos. Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda es de 352 m.s^{-1}. b) Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda de guitarra, el sonido es más agudo.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{352\,m.s^{-1}}{2.0,4\,m} = 440\,Hz$$

- Al acortar la longitud L de la cuerda, la frecuencia aumenta, por lo que el sonido será más agudo.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio

19. Una onda sonora plana, de ecuación y(x, t) = 6.10^{-6} cos [1800t + 5,3x] en unidades del S.I. , se refleja sin atenuación en una pared, con inversión de fase. Determina la frecuencia de la onda. Calcula la velocidad de propagación y di si se está propagando en el aire. Dibuja la onda incidente y la reflejada.

- Ecuación del movimiento ondulatorio:

$$y = 6.10^{-6}\cos\left[1800t + 5,3x\right]\ (SI) \Rightarrow A sen\left[wt - kx\right]$$

$$w = 2\pi f = 1800 \Rightarrow f = \frac{900}{\pi} Hz$$

- Velocidad de propagación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5,3 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5,3} m \Rightarrow v_{prop} = \lambda f = \frac{2\pi}{5,3} . \frac{900}{\pi} = 340\ m.s^{-1}$$

- Es la velocidad de propagación del sonido en el aire.

6. Cuestiones sobre movimiento ondulatorio.

1.a) Explique la periodicidad espacial y temporal de las ondas y su interdependencia. b) Una onda de amplitud A, frecuencia f, y longitud de onda λ, se propaga por una cuerda. Describir el movimiento de una partícula de la cuerda, indicando sus magnitudes características.

2. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de una onda en la superficie de separación entre dos medios. b) ¿Son iguales la frecuencia, velocidad de propagación y longitud de onda de la luz incidente que las de la luz reflejada y transmitida? Razone la respuesta.

3. a) ¿En qué consiste la refracción de las ondas? Enunciar sus leyes. b) ¿Qué características de la onda varían al pasar de un medio a otro.

4. a) ¿En qué consiste el fenómeno de polarización de las ondas?. b) ¿Se puede polarizar el sonido? Razonar la repuesta.

5. a) Explique qué magnitudes describen las periodicidades espacial y temporal de una onda e indique si están relacionadas entre sí. b) Razone qué tipo de movimiento efectúan los puntos de una cuerda por la que se propaga una onda armónica.

6. Considerar la siguiente ecuación de onda: $y(x,t) = A sen(bt - cx)$ a)¿Qué representan los coeficientes A, b, c? ¿cuáles son sus unidades?. b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera "coseno" en lugar de "seno"? ¿ y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de - ?.

7. La ecuación de una onda armónica en una cuerda tensa es: $y(x,t) = A sen(wt - kx)$
a) Indicar el significado de las magnitudes que aparecen en dicha expresión. b) Escribir la ecuación de otra onda que se propague en la misma cuerda, en sentido opuesto, de amplitud mitad y frecuencia doble que la anterior.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio.

8. El período de una onda que se propaga a lo largo del eje x es de 3.10^{-3} s, y la distancia entre dos puntos más próximos cuya diferencia de fase es $\pi/2$ radianes es de 20 cm. a) Calcular la longitud de onda y la velocidad de propagación. b) Si el período se duplicase, ¿qué le ocurriría a las magnitudes del apartado anterior?.

9. La ecuación de una onda que se propaga en una cuerda es: $y(x, t) = 0{,}5 \text{ sen } \pi (8t - 4x)$ (en unidades S. I.) a) Determinar la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda y explicar el significado de cada una de ellas. b) Representar gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante $t = 0$, y la elongación en $x = 0$ en función del tiempo.

10. Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje X. Su longitud de onda es 3,75 m, su amplitud 2 m y su velocidad de propagación 3 m·s–1.
a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que en el punto $x = 0$ la perturbación es nula en $t = 0$. b) Determine la velocidad y la aceleración máximas de un punto del medio.

11. Una onda plana viene dada por la ecuación: $y(x, t) = 2 \cos \pi (100t - 5x)$ (S. I.), donde x e y son coordenadas cartesianas. a) Hacer un análisis del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal y cuál es su sentido de propagación. b) Calcular la frecuencia, el período, la longitud de onda y el número de onda, así cómo el módulo, dirección y sentido de la velocidad de propagación de la onda.

12. Un altavoz produce una onda sonora de 10^{-3} m de amplitud y una frecuencia de 200 Hz, que se propaga con una velocidad de 340 $m \cdot s^{-1}$.
a) Escriba la ecuación de la onda, suponiendo que ésta se propaga en una sola dirección.
b) Represente la variación espacial de la onda, en los instantes $t = 0$ y $t = T / 4$.

6. Ejercicios sobre movimiento ondulatorio.

13. Por una cuerda se propaga la onda de ecuación: $y(x, t) = 0{,}05 \text{ sen } 2\pi (2t - 5x)$ (S. I.)
a) Indique de qué tipo de onda se trata y determine su longitud de onda, frecuencia, periodo y velocidad de propagación. b) Represente gráficamente la posición de un punto de la cuerda situado en $x = 0$, en el intervalo de tiempo comprendido entre $t = 0$ y $t = 1$s.

14. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a 2 $m \cdot s^{-1}$. a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula. b) Determine la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s.

15. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:

$$y(x, t) = 4 \text{ sen } \pi (50t - 4x) \text{ (S. I.)}$$

a) Calcular la amplitud, la longitud de onda y el período de dicha onda. ¿Qué significado físico tiene el signo menos que aparece dentro del paréntesis?. b) Determinar la velocidad de propagación de la onda. ¿Se mueven los puntos del medio con esa velocidad?.

16. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$$y(x, t) = 0{,}06 \cos 2\pi (4t - 2x) \text{ (S. I.)}$$

a) Calcular la diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula de la cuerda en los instantes $t = 0$ y $t = 0{,}5$ s. b) Hacer una representación gráfica aproximada de la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.

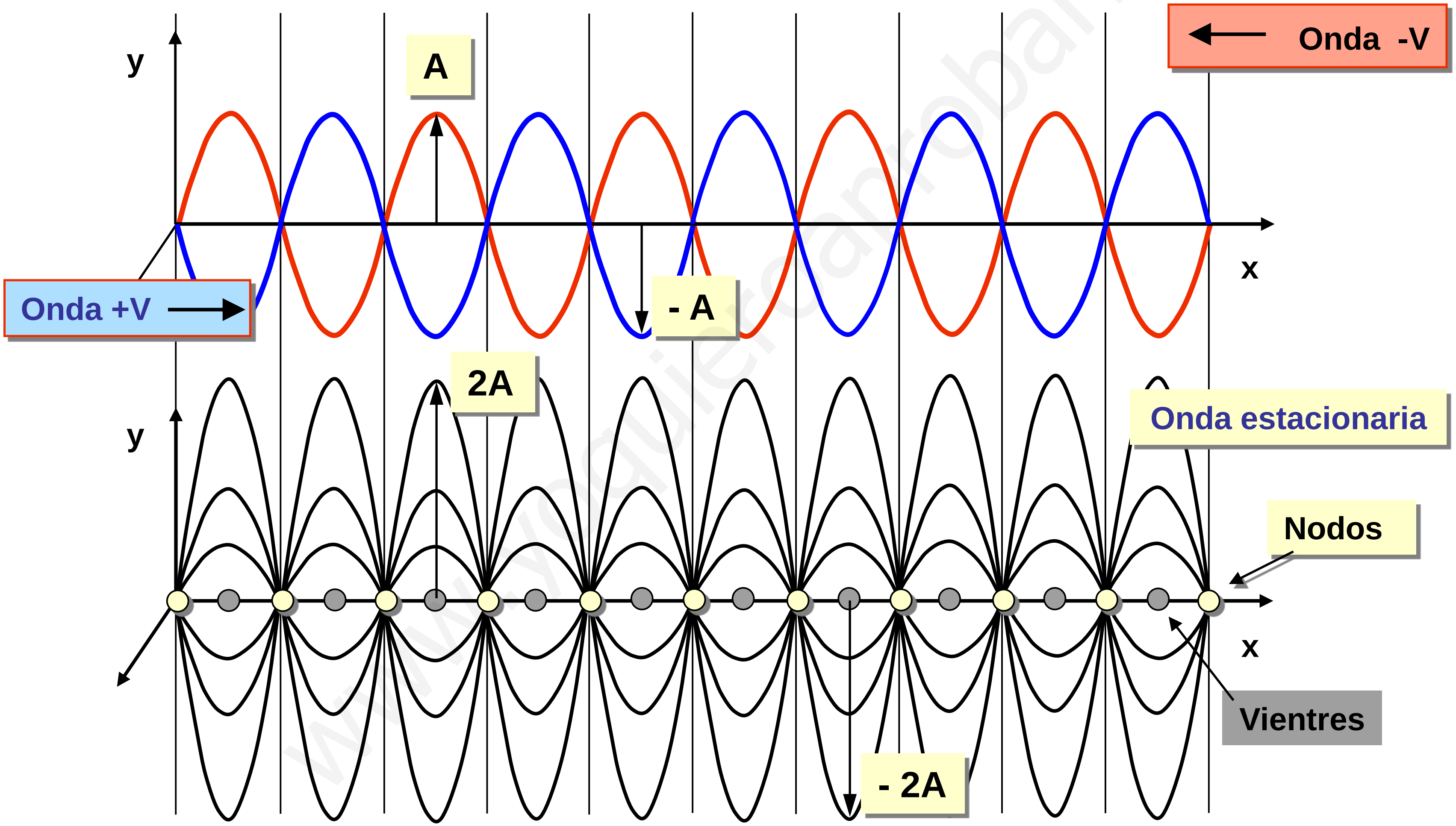
17. Un haz de ondas posee una intensidad $I = 10^{-2}$ w/m^2 al incidir en un medio absorvente de 20 cm de espesor. Si la intensidad a la salida se ha reducido a las 3/4 partes del valor inicial. Calcula: a) el coeficiente de absorción; b) el espesor de semiabsorción, c) espesor necesario para que la intensidad se reduzca un 70%.

Tema 06 - Anexo
Ondas Estacionarias

IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

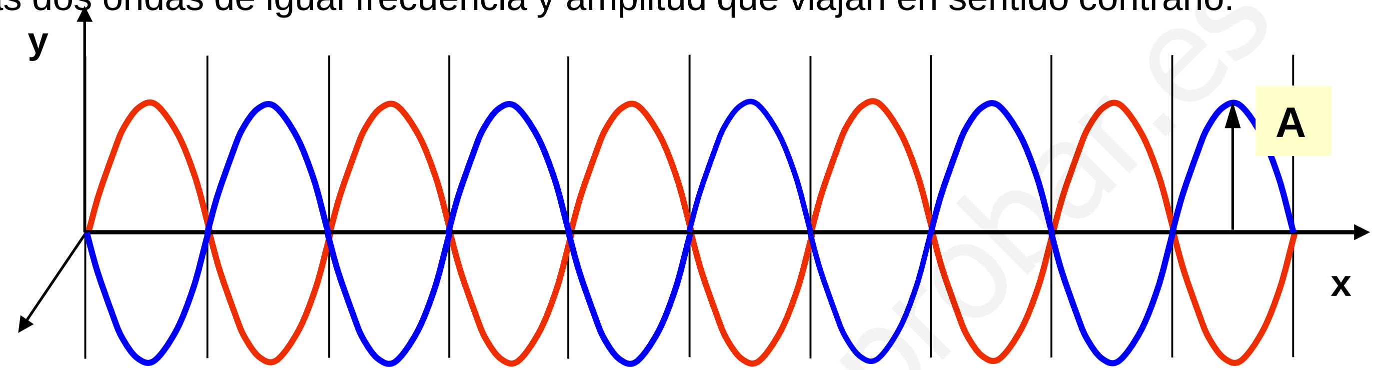
5.8 Interferencias: Ondas estacionarias.

- Un caso particular de interferencias son las **ONDAS ESTACIONARIAS.**
- **Cuando dos ondas de IGUAL FRECUENCIA Y AMPLITUD SE DESPLAZAN EN SENTIDOS CONTRARIOS DESFASADAS MEDIA ONDA, se produce una onda estacionaria.**



5.8 Ecuación de una onda estacionaria.

- **La ecuación de una ONDA ESTACIONARIA** se obtiene a partir de las ecuaciones de las dos ondas de igual frecuencia y amplitud que viajan en sentido contrario:



$$y_2 = A\,sen\left(wt - kx + \pi\right) = -A\,sen\left(wt - kx\right)$$ $$y_1 = A\,sen\left(wt + kx\right)$$

- La ecuación de la onda resultante, onda estacionaria, se obtiene sumando ambas ondas:

$$y = A\left[\,sen\left(wt + kx\right) - sen\left(wt - kx\right)\right] \;=\; \boxed{2A\,sen\,kx\cos wt}$$

- **La amplitud de una onda estacionaria es función armónica de la distancia:**

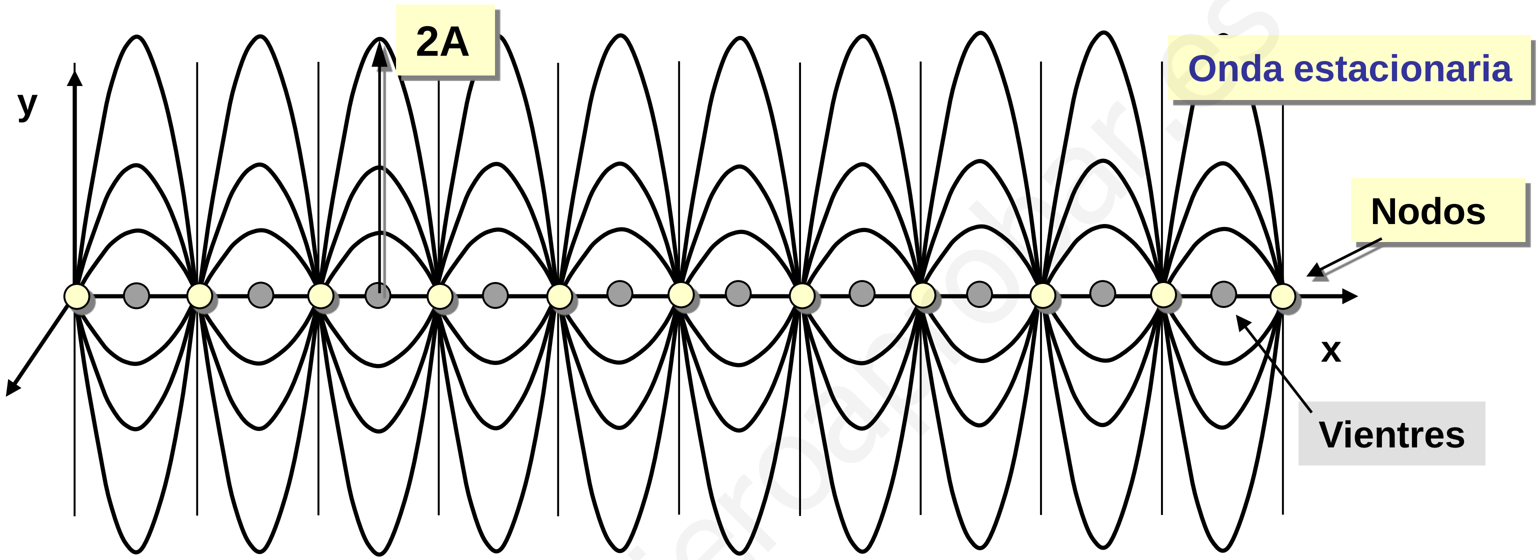
$$A_{O.E} = 2A\,sen\,kx \;=\; 2A\,sen\frac{2\pi}{\lambda}x$$

- Cada uno de los puntos alcanzados por la onda, vibra con una amplitud, que depende de su posición.

- Recordar que: $sen\,\alpha - sen\,\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\,sen\frac{\alpha-\beta}{2}$ y $sen\,\alpha + sen\,\beta = 2\,sen\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

5.8 Ecuación de una onda estacionaria.

- **La amplitud de una ONDA ESTACIONARIA es función armónica de la distancia:**



$$A_{O.E} = 2A\,sen\,kx = 2A\,sen\frac{2\pi}{\lambda}x$$

- **NODOS** son puntos de amplitud nula, no vibran.
- Entre dos nodos consecutivos, la energía permanece estancada.

$$A_{O.E} = 0 \qquad sen\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \qquad x = n\frac{\lambda}{2}$$

- **VIENTRES** son puntos de amplitud máxima, igual a 2A

$$A_{O.E} = \pm\,2A \qquad sen\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

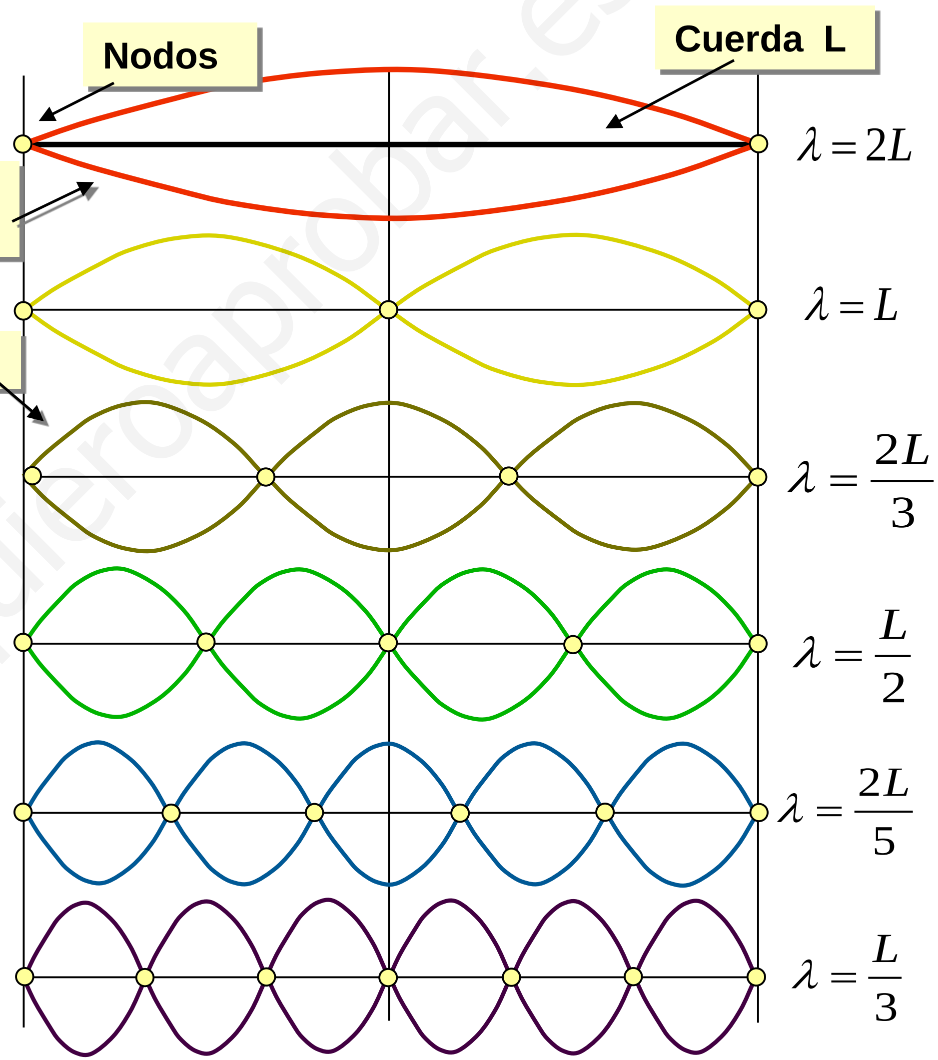
- **La distancia entre dos nodos o dos vientres consecutivos es siempre λ / 2.**

5.8 Instrumentos musicales de cuerdas

- **Los instrumentos de cuerda:** guitarras, violines, etc, funcionan con ondas estacionarias sobre cuerdas sujetas por ambos extremos, que serán nodos.

- **La onda que se propaga en una cuerda de longitud L debe cumplir:**

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}}$$



- **Frecuencia con que vibra la cuerda:**

$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad \boxed{f = n\frac{v}{2L}}$$

- **La frecuencia o armónico fundamental** de vibración se produce cuando n = 1, lo que implica que: f = v/2L.

- **Para n = 2,3… se obtiene el primer, segundo,.. armónico**. Son, múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

12. Dos ondas transversales se propagan por una cuerda tensa, siendo sus ecuaciones: y_1 = 3 cos (100 t - 0,5 x) , y_2 = 3 cos (100 t + 0,5 x), (S.I.). a) Para cada onda, halla la longitud de onda y la velocidad de propagación en la cuerda; b) Describe la interferencia entre ellas, ¿puede hablarse de onda estacionaria?. Calcula, en su caso, la distancia que separa a dos nodos consecutivos.

- a) Longitud de onda y velocidad de propagación de cada una de las ondas:

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = 0,5 \Rightarrow \lambda_1 = 4\pi\ (m) = \lambda_2$$

$$w_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 100 \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{50}(s) = T_2$$

$$v_1 = \frac{\lambda_1}{T_1} = 200\ m.s^{-1} = -v_2$$

- La onda 2 lleva sentido contrario, de ahí el signo – de la ecuación.

- b) Las ondas estacionarias son el resultado de la interferencia de dos ondas de la misma amplitud y frecuencia que se propagan con igual velocidad, en la misma dirección pero con sentidos contrarios:

$$y_{onda\ \ estacionaria} = 3\left[\cos[100t + 0,5x] + \cos[100t - 0,5x]\right] =$$

$$= 3.2\left[\cos 100t . \cos 0,5x\right] = 6\cos 0,5x \cos 100t$$

$$A_{onda\ estacionaria} = 6\cos 0,5x = A\cos kx \Rightarrow k = 0,5 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi\,(m)$$

- Distancia entre dos nodos consecutivos: $\frac{\lambda}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi\ (m)$

- Recordar que: $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}.\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ y $\cos\alpha - \cos\beta = -2sen\frac{\alpha+\beta}{2}.sen\frac{\alpha-\beta}{2}$

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

20. Una onda estacionaria que responde a la ecuación y = 0,02 sen 10πx/3.cos 40πt en unidades del S.I., se propaga por una cuerda. Determina la amplitud, frecuencia y longitud de onda de las ondas que por superposición provocan la vibración descrita. Calcula la distancia entre dos nodos consecutivos de la cuerda.

- Por comparación con la ecuación de una onda estacionaria:

$$y_{O.E} = 2A\,sen\,kx\cos wt = 0,02\,sen\frac{10\pi x}{3}.\cos 40\pi t$$

$$A=0,01m$$

$$w=2\pi f=40\pi \Rightarrow f=20Hz$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{10\pi}{3} \Rightarrow \lambda=\frac{6}{10}=0,6\ m$$

- La distancia entre dos nodos consecutivos vale media longitud de onda: 0,3 m.

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

7. En una cuerda de piano de 1,21 m de longitud se genera una onda al ser golpeada, se propaga a 20 m/s, se refleja en los límites fijos y se forman ondas estacionarias. ¿Cuál es la frecuencia fundamental emitida por dicha cuerda?. ¿Y el valor del primer armónico?.

- Las ondas estacionarias que se propagan en una cuerda de longitud L, deben cumplir que:

$$L_{cuerda} = n\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{n} \quad \Rightarrow \quad v_{prop.onda} = \lambda f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2L}$$

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1:

$$f_{fundamental\ (n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{20}{2.1,21} = 8,26\,Hz$$

- Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{primer\ \ armónico\,(n=2)} = 2.\frac{20}{2.1,21} = 16,52\,Hz$$

5.9 Actividades. Ondas estacionarias.

17. Una cuerda de guitarra de 1 m de larga fija por ambos extremos vibra formando 4 nodos. Los puntos centrales de la cuerda tiene un desplazamiento máximo de 4 mm. Si la velocidad de las ondas en la cuerda es 660 m/s, determina la frecuencia fundamental de vibración de la cuerda.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{660\, m.s^{-1}}{2.1\, m} = 330\, Hz$$

18. a) Se hace vibrar una cuerda de guitarra de 0,4 m de longitud, sujeta por los extremos. Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda es de 352 m.s^{-1}. b) Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda de guitarra, el sonido es más agudo.

- La frecuencia fundamental de vibración se produce cuando n = 1. Las demás frecuencias, múltiplos enteros de la anterior, son los armónicos:

$$f_{fundam.(n=1)} = n\frac{v}{2L} = 1.\frac{352\, m.s^{-1}}{2.0,4\, m} = 440\, Hz$$

- Al acortar la longitud L de la cuerda, la frecuencia aumenta, por lo que el sonido será más agudo.

6. Ejercicios sobre Ondas Estacionarias.

11. La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x,t) = 10\cos(\pi/3)x\,sen\,2\pi t \quad \text{(SI).}$$

a) Explicar las características de la onda y calcular su período y su longitud de onda. ¿Cuál es la velocidad de propagación?. b) Determinar la velocidad de una partícula situada en el punto x = 1,5 m, en el instante t = 0,25 s. Explicar el resultado.

13. En una cuerda tensa se tiene una onda de ecuación:

$$y(x,t) = 5.10^{-2}\cos(10\pi x)\,sen(40\pi t) \quad \text{(SI).}$$

a) Razonar las características de las ondas cuya superposición da lugar a la onda dada y escribir sus ecuaciones. b) Calcular la distancia entre nodos y la velocidad de un punto de la cuerda situado en la posición $x = 1{,}5.10^{-2}$ m, en el instante t = 9/8 s.

14. La cuerda de una guitarra vibra según la ecuación:

$$y(x,t) = 0{,}01\,sen(10\pi x)\cos(200\pi t)$$

(en unidades SI). a) Indicar de qué tipo de onda se trata y calcular la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición puede dar lugar a dicha onda. b) ¿Cuál es la energía de una partícula de la cuerda situada en el punto x = 10 cm?. Razonar la respuesta.

Tema 07
Ondas sonoras

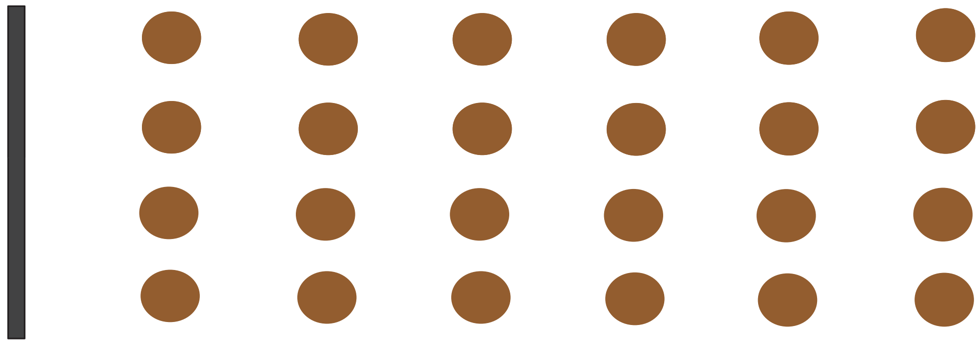
IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

07. Ondas sonoras: índice

CONTENIDOS	
1. Ondas sonoras · 2. Velocidad de propagación del sonido · 3. Intensidad del sonido y sensación sonora · 4. Fenómenos ondulatorios del sonido · 5. Ondas sonoras estacionarias en tubos · 6. Efecto Doppler	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
10. Explicar y reconocer el efecto Doppler en sonidos.	10.1. Reconoce situaciones cotidianas en las que se produce el efecto Doppler justificándolas de forma cualitativa.
11. Conocer la escala de medición de la intensidad sonora y su unidad.	11.1. Identifica la relación logarítmica entre el nivel de intensidad sonora en decibelios y la intensidad del sonido, aplicándola a casos sencillos.
12. Identificar los efectos de la resonancia en la vida cotidiana: ruido, vibraciones, etc.	12.1. Relaciona la velocidad de propagación del sonido con las características del medio en el que se propaga. 12.2. Analiza la intensidad de las fuentes de sonido de la vida cotidiana y las clasifica como contaminantes y no contaminantes.
13. Reconocer determinadas aplicaciones tecnológicas del sonido como las ecografías, radares, sonar, etc.	13.1. Conoce y explica algunas aplicaciones tecnológicas de las ondas sonoras, como las ecografías, radares, sonar, etc.

1.1 Ondas sonoras

- El sonido son ondas **mecánicas longitudinales**



- **El sonido requiere:**
- **Una fuente:** altavoces, instrumentos musicales, la voz, etc.
- **Un medio mecánico** por el que se propague la onda sonora que debe presentar propiedades elásticas.
- **Un receptor o detector de sonidos** que transforme la energía transmitida en otro tipo de energía que permita su análisis y su interpretación.

- El **sonido** es la propagación de la vibración de un cuerpo elástico a través de un medio material.

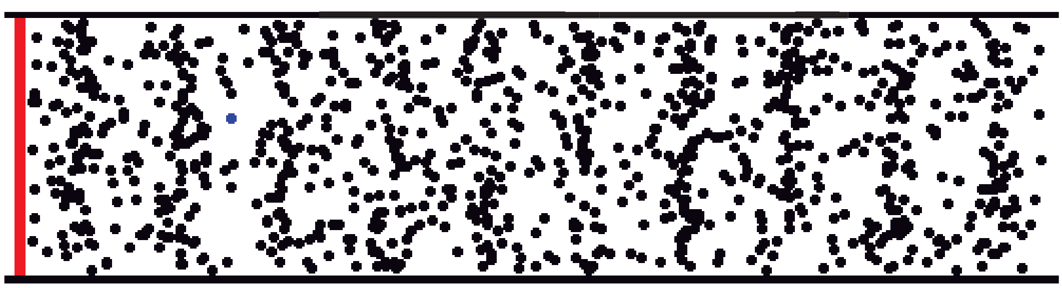
1.2 Ondas sonoras

- **¿Cómo se producen y propagan las ondas sonoras?**
- Las ondas mecánicas longitudinales son **sonoras** cuando se perciben por nuestros oídos, esto es cuando la frecuencia de oscilación se encuentra **entre 20 Hz y 20.000 Hz.**

- Los sonidos de frecuencia **inferior a 20 Hz** se denominan **infrasonidos.**
- Los sonidos de frecuencia **superior a 20.000 Hz** se denominan **ultrasonidos.**

- Todo cuerpo que oscile con una frecuencia entre 20 Hz y 20.000 Hz crea una onda sonora en el medio circundante, ya sea sólido, líquido o gaseoso.

- Las ondas sonoras se propagan por un medio gaseoso mediante una secuencia alternada de compresiones y enrarecimientos.



2.1 Velocidad de propagación del sonido

- La velocidad de propagación del sonido **depende del medio** a través del cual se propaga.

- En general la velocidad de propagación del sonido es mayor en los **sólidos** que en los **líquidos** y en los líquidos mayor que en los **gases**.

- Velocidad de propagación en los **sólidos:**

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E → Módulo de Young

ρ → Densidad

- Velocidad de propagación en los **líquidos:**

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B → Módulo de compresibilidad

ρ → Densidad

- Velocidad de propagación en los **gases:**

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

γ → Coeficiente adiabático

R → Constante universal de los gases

T → Temperatura Kelvin

M → Masa molar del gas

MEDIO	TEMP (°C)	VEL(m/s)
Aire	0	331.7
Aire	15	340
Oxígeno	0	317
Etanol	20	1200
Benceno	20	1300
Agua	15	1450
Aluminio	20	5000
Acero	20	5130
Cobre	20	3750
Vidrio	20	5170

3.1 Intensidad del sonido y sensación sonora

- La **intensidad de una onda** viene dada por:

$$I = \frac{E}{s.t}$$

- Si el medio es isótropo, el frente de onda es esférico y por tanto, como obtuvimos en el tema anterior:

$$I = \frac{\rho w^2 A^2}{2t}$$

- La intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia.
- La intensidad disminuye al alejarse del foco conforme $1/r^2$, debido a que la amplitud es inversamente proporcional a la distancia al foco.

- El sonido se puede interpretar también como **variación de la presión.** Se puede demostrar que:

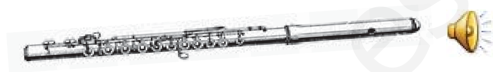
$$I = \frac{\Delta p}{2\rho v}$$

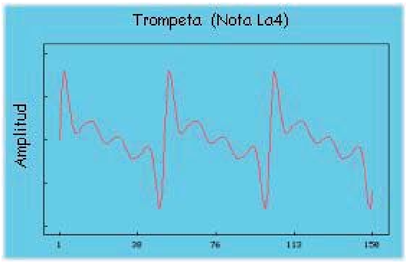
3.2 Cualidades del sonido

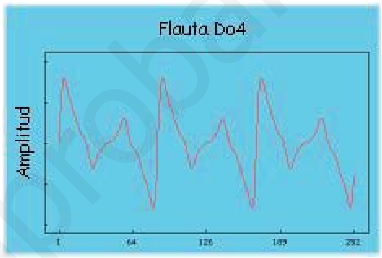
- **Intensidad.** Es la energía que se propaga por unidad de área perpendicular a la dirección de propagación: **fuertes y débiles.**

- **Tono.** Relacionado con la frecuencia: **graves (bajas frecuencias) y agudos (altas frecuencias)**

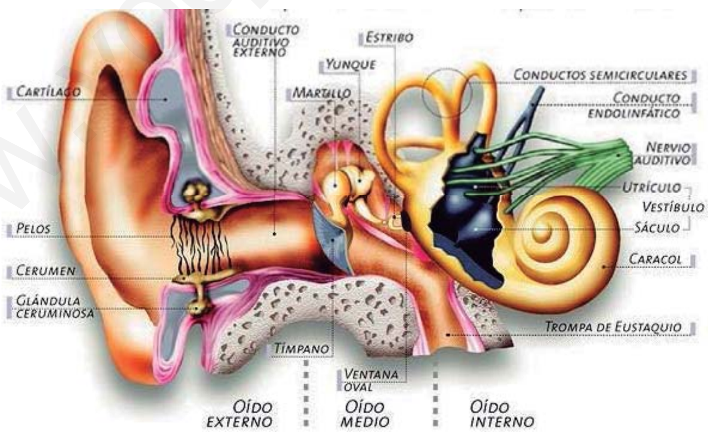
- **Timbre.** Relacionado con la **forma de la onda,** que hace posible distinguir entre los sonidos producidos por los diferentes instrumentos.







3.3 Espectro de intensidades que abarca el oido



- **Espectro de intensidades que abarca el oído humano:**

$$I_0 = 10^{-12}\,\frac{w}{m^2} \quad \Longrightarrow \quad I = 1\,\frac{w}{m^2}$$

umbral de audición **sensación auditiva dolorosa**

3.4 Escala de nivel de intensidad sonora

- Se define el **nivel de intensidad sonora:**

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

I : Intensidad de la onda sonora
I_0: Intensidad de la onda sonora de referencia 10^{-12} W/m^2

- El nivel de intensidad sonora se mide en **decibelios (dB)**

- El **umbral de audición** en decibelios:

$$\beta = 10 \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \log 1 = 0\, db$$

- La **sensación auditiva dolorosa** en decibelios:

$$\beta = 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \log 10^{12} = 120\, db$$

3.5 Escala de nivel de intensidad sonora

Nivel de intensidad de algunos sonidos comunes en decibelios			
	dB		**dB**
Umbral de audición	0	Tráfico pesado	70
Respiración normal	10	Fábrica	80
Rumor de hojas	20	Camión pesado	90
Murmullo a 5 m	30	Tren suburbano	100
Biblioteca	40	Ruido de construcción	110
Oficina tranquila	50	Concierto de rock	120 (umbral de dolor)
Conversación normal	60	Martillo neumático	130

3.6 Intensidad del sonido y sensación sonora. Ejercicios

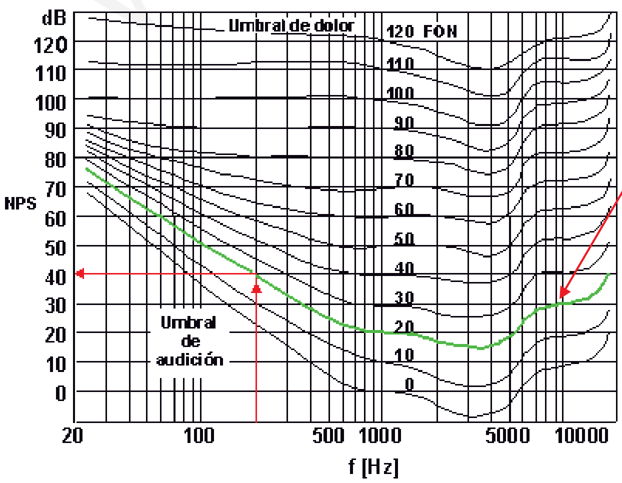
1. Considera una fuente sonora que emite a 500 Hz en el aire. Si este sonido se transmite después a un líquido con una velocidad de propagación de 1 800 m/s, determina:
a) La longitud de onda del sonido en el aire.
b) El período del sonido en el aire.
c) La longitud de onda del sonido en el líquido.

2. El nivel de intensidad sonora de una bocina es de 60 dB a 10 m de distancia. Considerando la sirena un foco emisor puntual, determina:
a) La intensidad sonora a 100 m y a 1 km de distancia.
b) El nivel de intensidad sonora a 100 m y a 1 km de distancia.
c) La distancia a la que la sirena deja de ser audible.

3. Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual. La primera, a una distancia *x* del foco, da como resultado 100 dB, y la segunda, realizada 100 m más lejos de *x* en la misma dirección, da como resultado 80 dB.
Determina:
a) Las distancias al foco desde donde se hacen las mediciones.
b) La potencia sonora del foco emisor.

3.7 Sensación sonora

- **La sensación sonora es un factor subjetivo** que involucra procesos fisiológicos y psicológicos que tienen lugar en el oído y en el cerebro.
- **Los ruidos se pueden clasificar en débiles, fuertes, desagradables, etc.**
- La sensación no solo depende de la intensidad, sino también de la frecuencia.

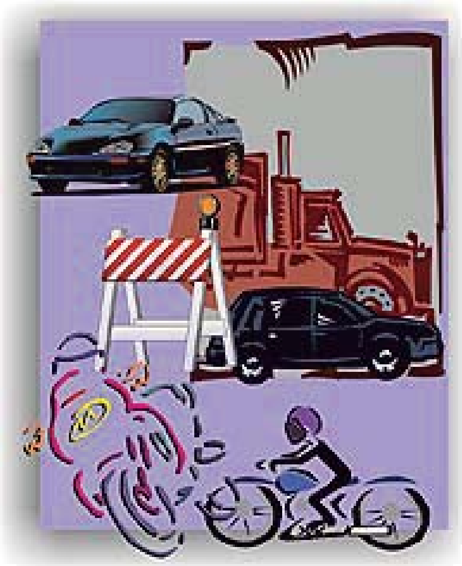


- **A lo largo de la curva, sonidos de diferente frecuencia son percibidos de igual manera.**
- El oído es mucho más sensible a medias y altas frecuencias que a bajas frecuencias.
- A niveles bajos de intensidad, el oído es mas sensible a bajas frecuencias.
- A niveles altos de intensidad, el oído tiende a responder de una manera más homogénea en todo el rango de frecuencias.

3.8 Contaminación acústica y calidad de vida

- Definimos la **contaminación acústica** como sonidos y vibraciones nocivos o no deseados, generados por la actividad humana.

- **Fuentes de contaminación acústica**
- **Efectos del ruido sobre la salud**



Fuentes:

- Automóviles
- Motocicletas
- La cultura del ocio
- Aviones
- Ferrocarril
- Obras
- Otras fuentes

Efectos:

- Trastornos del sueño
- Malestar y estrés
- Perdida de atención
- Dificultad de comunicación
- Trastornos psicofísicos
- Perdida de oído

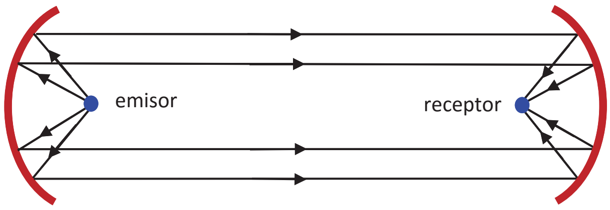
3.9 Medidas contra la contaminación acústica

- **Medidas contra la contaminación acústica**

Fuente	Transmisión	Receptor
• **Reducir o eliminar la intensidad del sonido** o Sistemas amortiguadores del ruido o Disminuir la rugosidad en tuberías o Disminuir tiempo de funcionamiento al mínimo • **Reducir la frecuencia para minimizar efectos** o En ventiladores, menos aspas y menor frecuencia de giro • **Directividad de la fuente** o Dirigir la fuente en otra dirección	• **Separar la fuente del receptor** o La intensidad 1/r o Se produce amortiguación del ruido debido a la disipación • **Aislamiento sonoro de la fuente** • **Barreras de ruido**	• **Sistemas de protección individual** • **Disminución del tiempo de exposición**

4.1 Fenómenos ondulatorios del sonido

- **La reflexión del sonido**

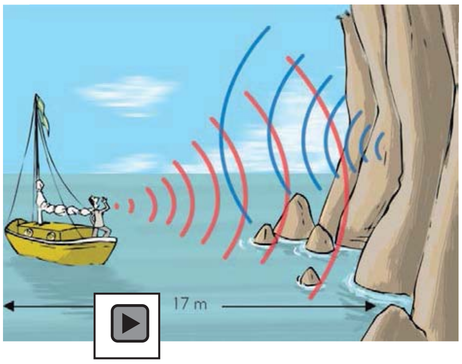


- Con las antenas parabólicas el sonido se dirige en una misma dirección, evitando la amortiguación con la distancia

- **Eco**

- El oído humano distingue entre dos sonidos que lleguen con 0,1 s de diferencia:

d = 340 m/s · 0,1 s = 34 m



- **Reverberación**

- Si el tiempo es menor de 0,1 s no se produce eco, sino reverberación.

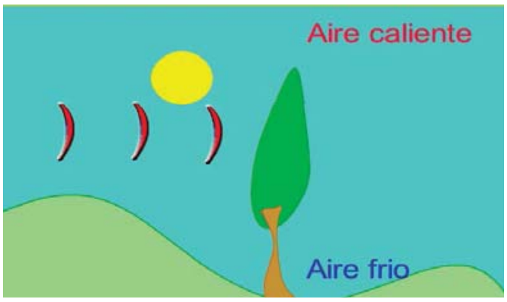
4.2 Fenómenos ondulatorios del sonido

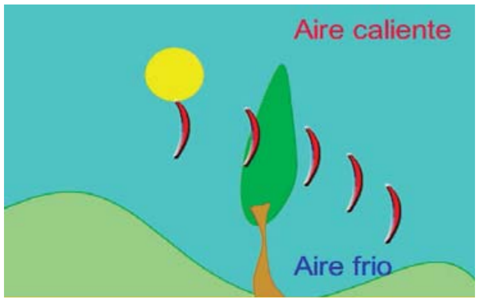
4. Una persona situada entre dos montañas oye ecos al cabo de 3,2 s y 5 s.
a) ¿A qué distancia se encuentran ambas montañas?
b) ¿Cuándo se oirá el tercer eco? ¿Y el cuarto? ¿Y el quinto?
Dato: velocidad del sonido = 340 m/s

5. Una persona situada entre dos montañas oye ecos al cabo de 3,2 s y 5 s.
a) ¿A qué distancia se encuentran ambas montañas?
b) ¿Cuándo se oirá el tercer eco? ¿Y en cuarto? ¿Y el quinto?
Dato: velocidad del sonido = 340 m/s

4.3 Fenómenos ondulatorios del sonido

- **La refracción del sonido**
  - Cuando la temperatura del aire cambia, lo hace la velocidad del sonido, esto provoca desviaciones de la dirección de propagación.





- Si el aire frio esta más cerca de la tierra y el caliente esta por encima el sonido se propaga hacia abajo; esto es lo que ocurre durante el día.

- Por el contrario de noche se invierte la situación y el sonido se desvía hacia arriba.

4.4 Fenómenos ondulatorios del sonido. Difracción

- **Difracción del sonido**

- Para que exista difracción debe ocurrir que el tamaño del obstáculo sea del orden de la longitud de onda.

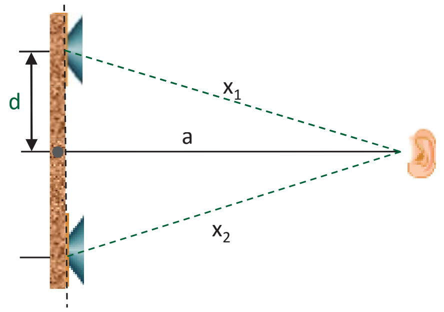
- El espectro audible se encuentra entre 20 y 20.000 Hz y la velocidad del sonido es de unos 340 m/s.

- El tamaño del obstáculo debe ser del orden:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\, m.s^{-1}}{20\, Hz} = 17\, m \qquad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\, m.s^{-1}}{20.000\, Hz} = 0{,}017\, m$$

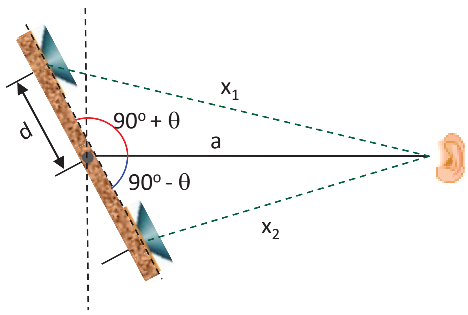
4.5 Fenómenos ondulatorios del sonido. Interferencias

- **Interferencias sonoras**



- Dos altavoces conectados a un mismo generador por lo que **vibran en fase** y envían ondas al aire idénticas.
- Pueden girar en torno a un eje vertical que pasa por su centro.
- La distancia entre los altavoces es lo suficientemente pequeña para considerar que las amplitudes de las dos ondas sean iguales en un punto alejado.
- Al hacerlos girar se irán obteniendo interferencias **constructivas y destructivas** determinadas por la diferencia de caminos.
- La condición de máximo viene dada por:

$$x_1 - x_2 = n\lambda \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$



- El primer máximo es para n=1: $x_1 - x_2 = \lambda$

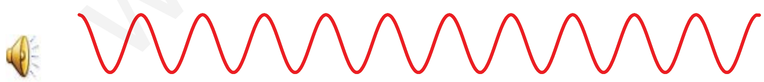
$$x_1^2 = d^2 + a^2 - 2da\cos\left(90^{\circ} + \theta\right)$$

$$x_2^2 = d^2 + a^2 - 2da\cos\left(90^{\circ} + \theta\right)$$

4.6 Fenómenos ondulatorios del sonido. Interferencias

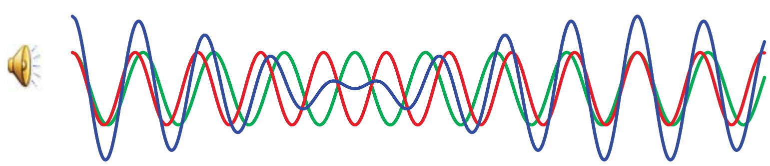
- **Interferencias sonoras: batidos o pulsaciones**

$$p_1 = p_m \, sen\ 2\pi f t$$



$$p_2 = p_m \, sen\ 2\pi f' t$$

$$p = \left(2 p_m \cos\ 2\pi \frac{f - f'}{2} t \right) sen\, 2\pi \frac{f + f'}{2} t$$



- El sonido será máximo cuando:

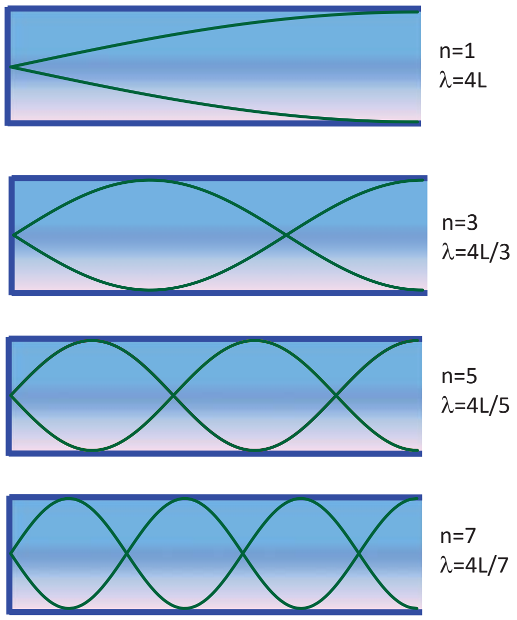
$$\cos\ 2\pi \frac{\Delta f}{2} t = \pm 1$$

Δf es la **frecuencia de pulsación.**

5.1 Ondas estacionarias en tubos

- **Ondas sonoras estacionarias en un tubo abierto por uno de los extremos**

- En la **parte cerrada** las moléculas de aire no oscilan por lo que se produce un **nodo de desplazamiento** pero la presión es máxima.
- En la **parte abierta** las moléculas de aire pueden oscilar por lo que se produce un **vientre de desplazamiento** pero la presión es mínima.



- La distancia entre un vientre y un nodo es **λ/4**, la longitud L del tubo debe ser:

$$L = \frac{\lambda}{4}, 3\frac{\lambda}{4}, 5\frac{\lambda}{4} \ldots$$

- En general:

$$L = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad n = 0,1,2, \ldots$$

- Las **longitudes de onda** estacionarias que pueden formarse:

$$\lambda = \frac{4L}{(2n+1)}$$

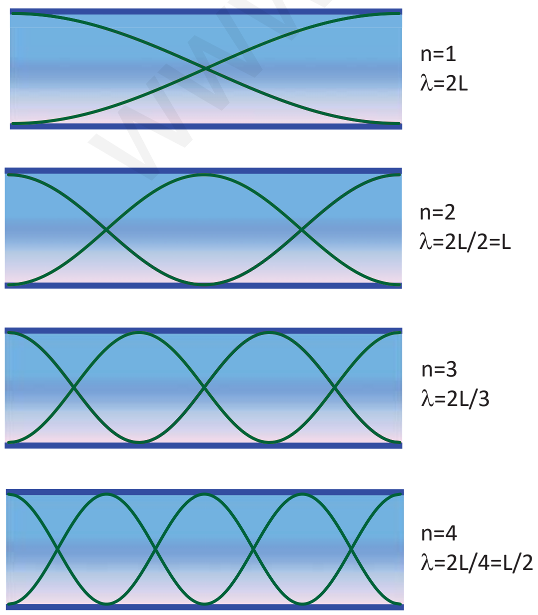
- Frecuencias o **armónicos permitidos:**

$$f = (2n+1)\frac{v}{4L}$$

5.2 Ondas estacionarias en tubos

- **Ondas sonoras estacionarias en un tubo abierto por ambos extremos**

- En ambos extremos las moléculas de aire pueden oscilar por lo que se produce un **vientre de desplazamiento** pero la presión es mínima.



- La distancia entre dos vientres es **λ/2**, la longitud L del tubo debe ser:

$$L = \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2} \ldots$$

- En general:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

- Las **longitudes de onda** estacionarias que pueden formarse:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

- Frecuencias o **armónicos permitidos:**

$$f = n\frac{v}{2L}$$

6.1 El efecto Doppler

- Se conoce como **efecto Doppler** al fenómeno debido al movimiento relativo de la fuente sonora y el observador por el que cambia la frecuencia que se percibe de un sonido.

- **Fuente sonora y observador en reposo relativo**

- **Fuente sonora en movimiento y observador en reposo**

- **Fuente sonora y observador en reposo relativo**

- **Fuente sonora se acerca/aleja de observadores que se encuentran en reposo relativo**

6.2 El efecto Doppler

- **Fuente sonora en movimiento y observador en reposo**

- Si v_F es la velocidad del foco y v es la velocidad del sonido, la velocidad aparente de propagación de las ondas será $v-v_F$, la longitud de onda y la frecuencia para el observador O serán:

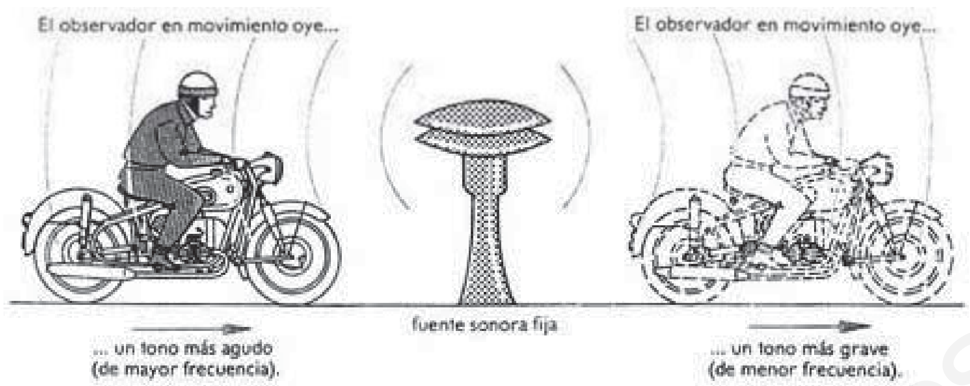
$$\lambda' = (v-v_F)T = \frac{(v-v_F)}{f} \qquad f' = \frac{v}{\lambda'} = f\,\frac{v}{(v-v_F)} \qquad f' > f$$

- Para el observador O’ la velocidad aparente de propagación de las ondas será $\mathbf{v+v_F}$, la longitud de onda y la frecuencia serán:

$$\lambda' = (v+v_F)T = \frac{(v+v_F)}{f} \qquad f' = \frac{v}{\lambda'} = f\,\frac{v}{(v+v_F)} \qquad f' < f$$

6.3 El efecto Doppler

- **Fuente sonora en reposo y observador en movimiento**



- **Se acerca:**

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v+v_0}{v/f} = f\left(\frac{v+v_0}{v}\right)$$

$$f' > f$$

- **Se aleja:**

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v-v_0}{v/f} = f\left(\frac{v-v_0}{v}\right)$$

$$f' < f$$

6.4 El efecto Doppler

- **Fuente sonora y observador en movimiento**

- Combinando los casos anteriores:
  - **Se acercan:**

$$f' = f\left(\frac{v+v_0}{v-v_F}\right)$$

  - **Se alejan:**

$$f' = f\left(\frac{v-v_0}{v+v_F}\right)$$

- **Aplicaciones del efecto Doppler**

- **Sistemas de radar** aplicados al tráfico.
  Midiendo las pulsaciones que se producen al interferir las ondas emitidas y reflejada.

- **Efecto Doppler cosmológico**
  Midiendo el “corrimiento hacia el rojo” si el objeto se aleja o el “corrimiento hacia el azul” si el objeto se acerca.

6.5 El efecto Doppler. Ejercicios

6. Determina las tres frecuencias más bajas de un tubo de 2 m que está abierto por un extremo si la velocidad del sonido es de 340 m/s.

7. Determina las tres frecuencias más bajas de un tubo de 2,5 m que está abierto por ambos extremos si la velocidad del sonido es de 340 m/s.

8. El tren AVE, que se desplaza a 220 km/h, hace sonar su silbato con una frecuencia de 520 Hz. Halla la frecuencia que percibe un observador en reposo cuando el tren se aproxime y se aleje.

9. Una sirena emite un sonido a 500 Hz. Calcula la frecuencia que percibe un observador en los siguientes casos:

a) El observador está en reposo y la sirena se aproxima a él a 30 m/s.
b) El observador se aleja a 10 m/s de la sirena, que está en reposo.
c) El observador y la sirena se aproximan uno hacia el otro a 10 m/s y 20 m/s respectivamente.

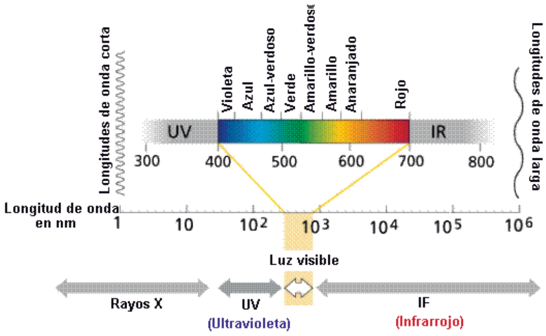
6.6 El efecto Doppler

- **Romper la barrera del sonido**

- Si $\mathbf{v_F}$ es igual a la velocidad de propagación **v** del sonido, los frentes de onda constituyen una barrera que opone una gran resistencia a ser atravesada.

- Si $\mathbf{v_F}$ es superior a la velocidad de propagación **v** del sonido, los frentes de onda aparecerán superpuestos y formarán un frente de onda cónico conocido como **onda de choque u onda de Mach.** La relación entre la velocidad de la fuente y la del sonido se conoce como **número de Mach (v_F/v)**

Tema 08
Naturaleza de la luz



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

08. Naturaleza de la luz: Índice

CONTENIDOS	
1. La controvertida naturaleza de la luz · 2. Velocidad de propagación de la luz · 3. La luz y las ondas electromagnéticas · 4. Fenómenos ondulatorios de la luz · 5. Interacción luz-materia · 6. Sistemas de transmisión y almacenamiento de la información	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
8. Emplear las leyes de Snell para explicar los fenómenos de reflexión y refracción.	8.1. Experimenta y justifica, aplicando la ley de Snell, el comportamiento de la luz al cambiar de medio, conocidos los índices de refracción.
9. Relacionar los índices de refracción de dos materiales con el caso concreto de reflexión total.	9.1. Obtiene el coeficiente de refracción de un medio a partir del ángulo formado por la onda reflejada y refractada. 9.2. Considera el fenómeno de reflexión total como el principio físico subyacente a la propagación de la luz en las fibras ópticas y en las telecomunicaciones.
14. Establecer las propiedades de la radiación electromagnética como consecuencia de la unificación de la electricidad, el magnetismo y la óptica .	14.1. Representa esquemáticamente la propagación de una onda electromagnética incluyendo los vectores del campo eléctrico y magnético.
15. Comprender las características y propiedades de las ondas electromagnéticas, como su longitud de onda, polarización o energía, en fenómenos de la vida cotidiana.	15.1. Polarización de las ondas electromagnéticas a partir de experiencias de la vida cotidiana. 15.2. Clasifica casos concretos de ondas electromagnéticas presentes en la vida cotidiana en función de su longitud de onda y su energía.

08. Naturaleza de la luz: Índice

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
16. Identificar el color de los cuerpos como la interacción de la luz con los mismos.	16.1. Justifica el color de un objeto en función de la luz absorbida y reflejada.
17. Reconocer los fenómenos ondulatorios estudiados en fenómenos relacionados con la luz.	17.1. Analiza los efectos de refracción, difracción e interferencia en casos prácticos sencillos.
18. Determinar las principales características de la radiación a partir de su situación en el espectro electromagnético.	18.1. Establece las características de una onda electromagnética dada su situación en el espectro. 18.2. Relaciona la energía de una onda electromagnética. con su frecuencia, longitud de onda y la velocidad de la luz en el vacío.
19. Conocer las aplicaciones de las ondas electromagnéticas del espectro no visible.	19.1. Reconoce aplicaciones tecnológicas de diferentes tipos de radiaciones, principalmente infrarroja, ultravioleta y microondas.
19. Conocer las aplicaciones de las ondas electromagnéticas del espectro no visible.	19.2. Diseña un circuito eléctrico sencillo capaz de generar ondas electromagnéticas formado por un generador, una bobina y un condensador
20. Reconocer que la información se transmite mediante ondas, a través de diferentes soportes.	20.1. Explica esquemáticamente el funcionamiento de dispositivos de almacenamiento y transmisión de la información.

1.1 La controvertida naturaleza de la luz

- **Las primeras ideas sobre la Naturaleza de la Luz aparecen en la antigüedad.**

- **Euclídes, filósofo griego s.III a.C.** vivió en Alejandría entre el 330 y el 270 a.C.
- Su obra más importante es un tratado de geometría **"Los Elementos",** que ha sido la piedra angular de la Geometría durante miles de años. Aún hoy es fundamental.
- Sus estudios sobre la óptica geométrica: **la Óptica y la Catóptrica (teoría de los espejos)** tienen vigencia hasta el siglo XVII.
- En ellos recogió las leyes fundamentales que gobiernan la reflexión de la luz en los espejos planos.

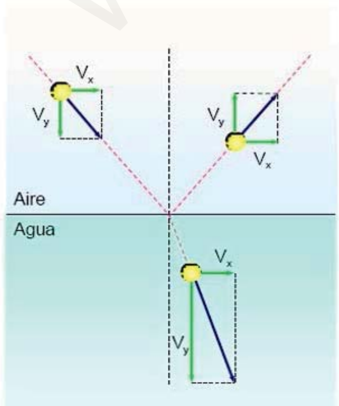
Euclídes
Filósofo griego s.III a.C..

- **En sus escritos aparece el concepto de rayo luminoso como trayectoria que sigue la luz en su propagación.**

1.2 La controvertida naturaleza de la luz

- **La Luz tiene Naturaleza Corpuscular,** las fuentes luminosas emiten pequeños corpúsculos materiales, que propagándose a través del medio, impresionan nuestros sentidos.

- **Isaac Newton, físico, matemático, astrónomo,** inglés Lincolnshire, 1642 - Londres, 1727.
- Su obra más importante, **Principios matemáticos de la filosofía natural, Los Principia,** en la que establece la **Teoría de la Gravitación Universal.**



- Newton desarrolla su **Teoría corpuscular de la luz**: las fuentes luminosas emiten pequeños corpúsculos materiales, que propagándose a través del medio, impresionan nuestros sentidos.
- La emisión corpuscular explica correctamente la reflexión, la refracción y la propagación rectilínea de la luz.

Isaac Newton
Físico, matemático y astrónomo británico.
S.XVII-XVIII

- **El prestigio de Newton hizo que su teoría se aceptase hasta finales del s-XVIII pese a las ideas de Christian Huygens que postulaba el Carácter Ondulatorio de la Luz.**

1.3 La controvertida naturaleza de la luz

- **La Luz tiene Naturaleza Ondulatoria,** es una onda longitudinal semejante al sonido, que necesita un medio material para propagarse.

- **Christian Huygens,** en 1678, propuso la idea de que la luz consistía en un movimiento ondulatorio que se propaga desde el foco de luz hasta el observador.
- **La luz tiene naturaleza ondulatoria**: es una onda longitudinal semejante al sonido, que necesita un medio material para propagarse.
- Explica la reflexión, refracción, interferencias y propagación rectilínea de la luz.

Christian Huygens
Mat, Fís, y Astr. holandés
La Haya 1629-1695

- **La teoría de Huygens no tuvo éxito, fue olvidada durante más de 100 años:**
- En primer lugar porque **todas las ondas que se conocían necesitaban un medio material** y la luz viaja desde el Sol surcando el espacio vacío (se tuvo que inventar el éter).
- En segundo lugar si la luz era una onda, como el sonido, **debía rodear los obstáculos** (difracción), este fenómeno en aquella época no se podía observar debido a que la ondas luminosas son de longitud de onda muy pequeña.
- En tercer lugar por la **solidez de la "ciencia establecida" defendida por Newton.**

1.4 La controvertida naturaleza de la luz

- **La Teoría Ondulatoria de la Luz es aceptada Universalmente.**

- **Thomas Young,** físico inglés, Milverton, Somerset 1773 – Londres 1829.
- En 1801 realiza experiencias sobre interferencias luminosas.
- Es célebre por su experimento de la doble rendija que mostraba la naturaleza ondulatoria de la luz (se estudia más adelante).

Thomas Young
Físico inglés

Augustin Fresnel
Físico francés

- **Augustin Jean Fresnel** (Broglie, Normandia, 1788 – Ville d´Avray,1827).
- En 1815 realiza experiencias sobre fenómenos de difracción que demuestran la naturaleza ondulatoria de la luz.
- Y sobre fenómenos de polarización que indican que la luz es una onda transversal.

- **Estas y otras experiencias hacen que la teoría ondulatoria de la luz sea aceptada universalmente. Sin embargo, aún se mantenía la necesidad de la existencia del éter, para que las ondas pudieran propagarse.**

1.5 La controvertida naturaleza de la luz

- **La luz es una onda electromagnética que se propaga en el vacío.**

- **James Clerk Maxwell** (Edimburgo, 1831 – Cambridge, 1879) publicó en 1865 su teoría matemática del electromagnetismo que **unificó la electricidad, el magnetismo y la óptica.**

James Clerk Maxwell
Físico británico (escocés)
Edimburgo,1831 Cambridge, 1879

- Predijo la existencia de ondas electromagnéticas, producidas y detectadas por **Hertz** en 1887.
- **Demostró que la luz es una onda electromagnética que se propaga en el vacío sin necesidad de soporte material.**
- **La luz viaja, en el vacío, a la velocidad de 3.10^8 m/s como el resto de las ondas electromagnéticas.**
- Sólo se diferencia de las demás en la frecuencia.
- La luz, como el resto de las ondas electromagnéticas tiene su origen en vibraciones eléctricas y magnéticas.

- **Por fin, la teoría ondulatoria parece triunfar…….**

1.6 La controvertida naturaleza de la luz

- **Se descubren ondas electromagnéticas de baja frecuencia: Ondas Hertzianas**

- **Heinrich Rudolph Hertz** (Hamburgo, 1857 – Bonn, 1894) a finales del s-XIX descubrió las ondas electromagnéticas de baja frecuencia (ondas hertzianas) que confirmaron la Teoría Electromagnética de Maxwell.

Heinrich Rudolph Hertz
Físico alemán

- Probó experimentalmente que las señales eléctricas pueden viajar a través del aire, como habían predicho James Clerk Maxwell y Michel Faraday.
- Así abrió el camino para el desarrollo de la radio y la telefonía sin hilos.
- Sin embargo, otros experimentos de Hertz, como el **Efecto Fotoeléctrico,** hacen dudar de la teoría ondulatoria.

- **La Teoría Ondulatoria habrá que rectificarla mediante la Teoría Cuántica de Max Planck y las Ideas de Albert Einstein**

- **Hoy sabemos que la luz tiene Naturaleza Corpuscular y Ondulatoria**

1.7 La doble naturaleza de la luz

- **La Teoría Ondulatoria** explica fenómenos de reflexión, refracción, difracción, interferencias de la luz.
- **La Teoría Corpuscular** explica fenómenos de emisión y absorción de la luz, como son la radiación del cuerpo negro y el efecto fotoeléctrico.

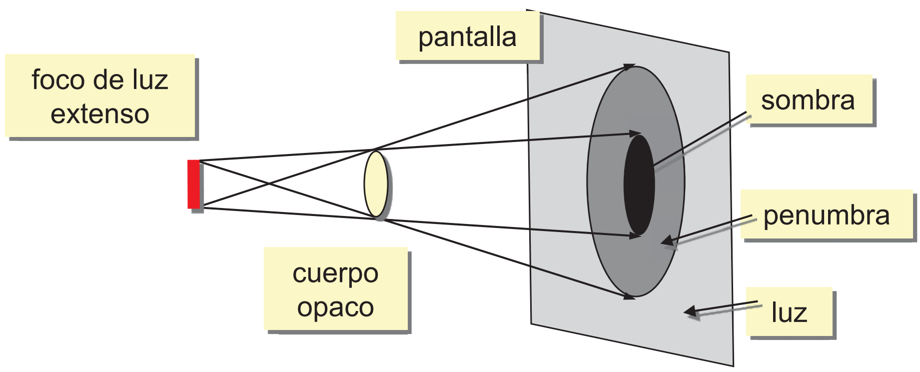
- **Radiación del cuerpo negro:** los cuerpos emiten energía electromagnética debido a su temperatura que recibe el nombre de radiación térmica.
- Un cuerpo negro es el es capaz de absorber todas las radiaciones que llegan a él y, por tanto, emitir todas las longitudes de onda. La energía emitida no es continua.

- **Efecto fotoeléctrico:** cuando la luz incide sobre la superficie de ciertos metales, puede arrancar electrones. El efecto fotoeléctrico (s-xx) es un fenómeno físico en el que la luz, presenta un comportamiento corpuscular que se explica cómo un simple choque entre electrones y **"paquetes de energía", "cuantos" o "fotones".**

- En la actualidad se considera que **la naturaleza de la luz es dual:** su naturaleza ondulatoria se pone de manifiesto al propagarse, en los fenómenos de difracción e interferencia, y su naturaleza corpuscular se evidencia al interaccionar con la materia.

2.1 Velocidad de propagación de la luz

- Aunque la luz es una onda electromagnética, decimos que se propaga según unas líneas rectas, que llamamos rayos.
- Un rayo es la línea imaginaria trazada en la dirección en la que se propaga la onda y perpendicular a los frentes de onda.
- En un medio transparente, homogéneo (iguales propiedades en todos sus puntos), e isótropo (iguales propiedades en todas las direcciones), **la luz se propaga en línea recta y con velocidad constante, que depende de cada medio.**
- La luz viaja en el vacío/aire a la velocidad de 300.000 km/s y en el vidrio a 200.000 km/s.



- La propagación rectilínea de la luz da lugar a la formación de **sombras y penumbras.** Como ejemplos muy interesantes, son los eclipses de Sol y de Luna.

2.2 Velocidad de propagación de la luz

- La velocidad de la luz, depende del medio transparente en el que se propaga, por esta razón se define el índice de refracción de un medio.
- **Índice de refracción absoluto (n)** de un medio transparente es el cociente entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío y la velocidad de propagación de la luz en ese medio:

$$n_{vidrio} = \frac{c}{v_{vidrio}} = \frac{3.10^8\ m.s^{-1}}{2.10^8\ m.s^{-1}} = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad \text{siempre } n \geq 1$$

- La velocidad de la luz en el vacío es 3.10^8 $m.s^{-1}$ y es la velocidad máxima que se puede alcanzar.
- El índice de refracción del aire se puede tomar como 1 ya que la velocidad de la luz en el aire es aproximadamente igual que en el vacío.
- Un medio es más refringente que otro cuando su índice de refracción es mayor y por tanto la velocidad de propagación de la luz en ese medio es menor.
- **Índice de refracción relativo** de un medio respecto de otro medio, es el cociente entre sus respectivos índices de refracciones absolutos n_1 y n_2.

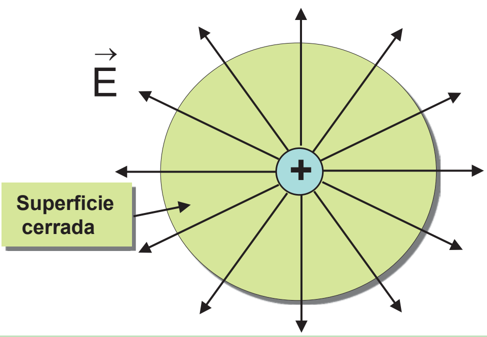
$$n_{1-2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{c}{v_1} : \frac{c}{v_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

3.1 La luz y las ondas electromagnéticas: síntesis electromagnética

- **Ecuaciones o leyes de Maxwell**
- **James Clerk Maxwell** publicó en 1865 su teoría del electromagnetismo que unificó la electricidad, el magnetismo y la óptica, y predijo la existencia de ondas electromagnéticas, de baja frecuencia, producidas y detectadas por **Hertz** en 1887.
- Relacionan los campo eléctricos y magnéticos con sus causas, que son las cargas eléctricas, las corrientes eléctricas y los campos variables.

James Clerk Maxwell. Físico británico Edimburgo,1831 Cambridge,1879

- **Primera ecuación de Maxwell:**
- El flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual al cociente entre la carga eléctrica encerrada en esa superficie y la permitividad eléctrica del medio. Es la ley de Gauss para el campo eléctrico.

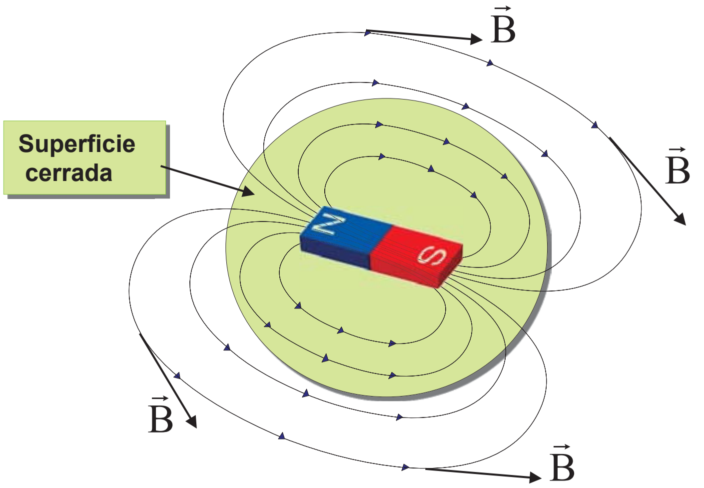


$$\oint_s \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q_{interior}}{\varepsilon_o}$$

- Esta ley permite deducir la ley de Coulomb, base de la electrostática.
- Describe cómo las líneas de fuerza son abiertas, salen de las cargas positivas y entran en las negativas.

3.2 Síntesis electromagnética. Ecuaciones de Maxwell

- **Segunda ecuación de Maxwell:**
- El flujo de campo magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre igual a cero. Es decir, el flujo magnético entrante es igual al flujo magnético saliente. Es la ley de Gauss para el magnetismo.

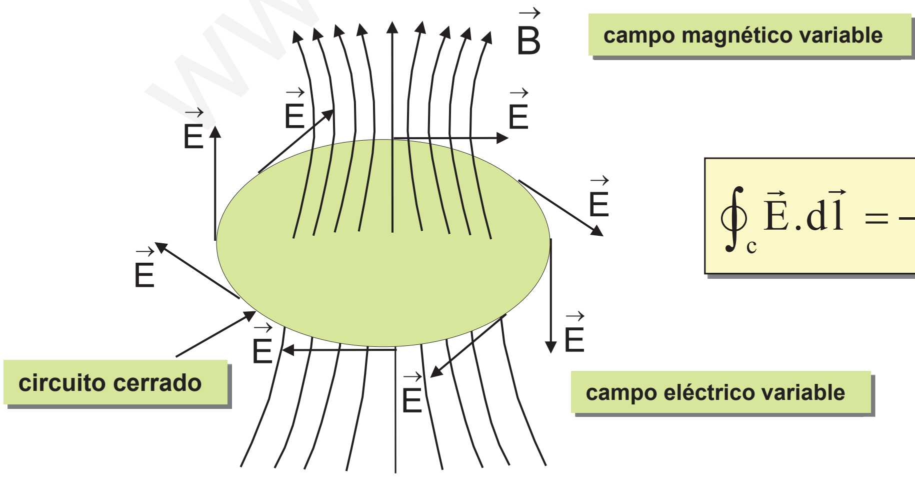


$$\oint_s \vec{B}.d\vec{s} = 0$$

- No existen polos magnéticos aislados.
- Las líneas de campo magnético son cerradas, salen del polo norte y entran por el polo sur.

3.3 Síntesis electromagnética. Ecuaciones de Maxwell

- **Tercera ecuación de Maxwell:**
- Toda variación de flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado produce en él una corriente eléctrica inducida. Es la ley de Faraday de la Inducción electromagnética.

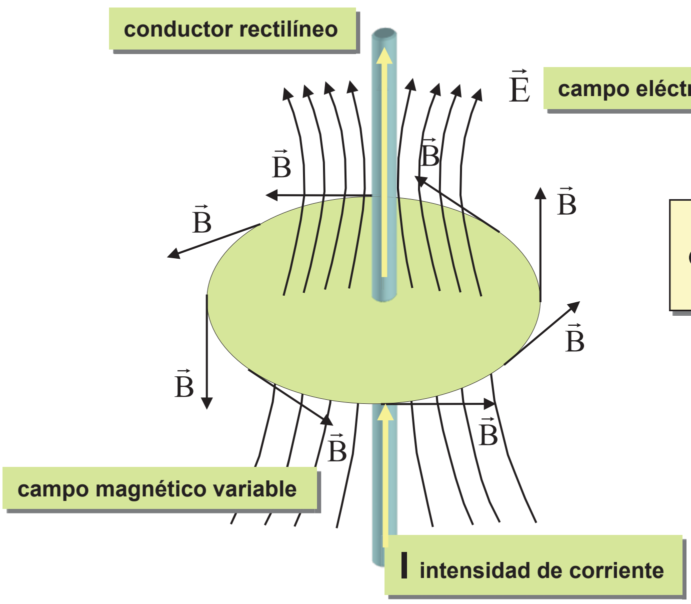


$$\oint_c \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B}.d\vec{s} = \varepsilon_{ind}$$

- Los campo magnéticos variables producen, a su alrededor, campo eléctricos también variables.

3.4 Síntesis electromagnética. Ecuaciones de Maxwell

- **Cuarta ecuación de Maxwell:**
- Podemos obtener un campo magnético a partir de una corriente eléctrica o por medio de un campo eléctrico variable. Es la ley de Ampére – Maxwell.



$$\oint_c \vec{B}.d\vec{l} = \mu_o I + \mu_o \varepsilon_o \frac{d}{dt}\int_s \vec{E}.d\vec{s}$$

$$\varepsilon_o \frac{d}{dt}\int_s \vec{E}.d\vec{s} = I_{desplazamiento}$$

- A esta expresión Maxwell la llamó corriente de desplazamiento.

- Las corrientes eléctricas y los campo eléctricos variables producen, a su alrededor, campos magnéticos también variables.

3.5 Naturaleza de las ondas electromagnéticas

- Maxwell dedujo una ecuación de onda para el campo eléctrico y otra para el campo magnético y mostró que **la propagación de campos eléctricos y magnéticos tenía todas las características propias de una onda:** reflexión, refracción, difracción e interferencias.

$$E = E_o \operatorname{sen} 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = E_o \operatorname{sen}\left[\omega t - kx\right]$$

$$B = B_o \operatorname{sen} 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = B_o \operatorname{sen}\left[\omega t - kx\right]$$

- Los parámetros: período, longitud de onda, pulsaciones y número de onda tienen el mismo significado que el estudiado en las ondas armónicas.
- **Maxwell calculó la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío:**

$$V_{OEM} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}} = 3.10^8\ \frac{m}{s}$$

- Siendo ε_o la constante dieléctrica y μ_o la permitividad magnética del vacío, cuyos valores son:

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi.9.10^9}\ \frac{C^2}{N.m^2} \quad \Leftrightarrow \quad \mu_o = 4\pi.10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$$

3.6 Naturaleza de las ondas electromagnéticas

- **Maxwell calculó la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío:**
- Las fuerzas eléctricas y magnéticas no son independientes, Maxwell, pensó que sus constantes tenían que estar relacionadas, así que dividiendo una por otra:

$$\frac{K_e}{K_m} = \frac{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}}{\dfrac{\mu_o}{4\pi}} = \frac{1}{\varepsilon_o\mu_o} = \frac{9.10^9\ N.m^2.C^{-2}}{10^{-7}\ N.A^{-2}} = 9.10^{16}\ \frac{m^2}{s^2}$$

- Obtuvo el cuadrado de una velocidad; ¿pero de qué velocidad?
- ¡Asombroso descubrimiento!. ¡No era casualidad!
- Se trataba del cuadrado de la velocidad de la luz en el vacío.

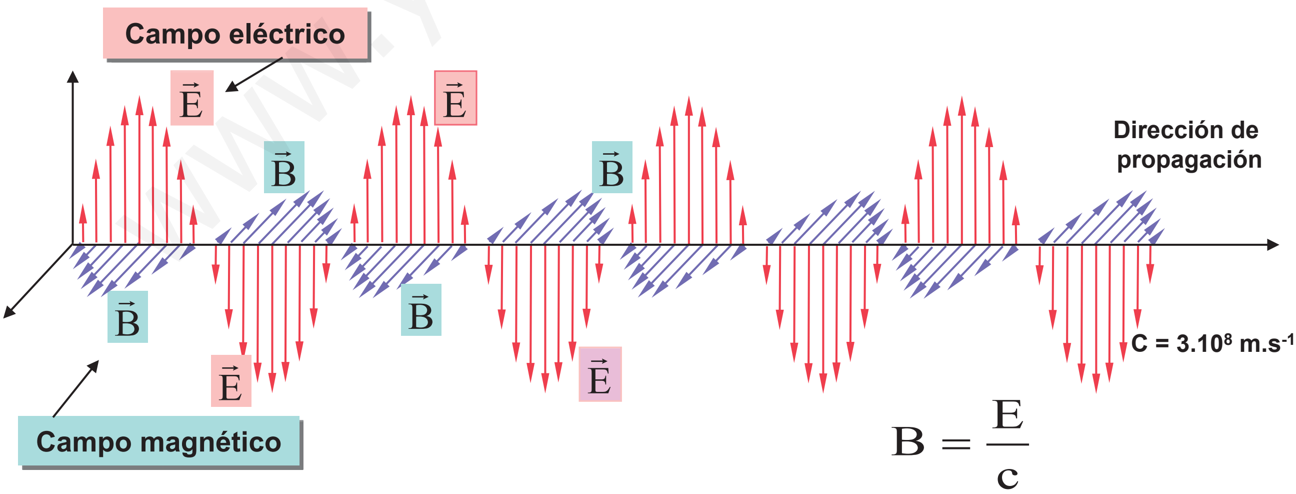
$$V_{OEM} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o\mu_o}} = 3.10^8\ \frac{m}{s}$$

- **Las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz en el vacío.**

- La velocidad de las ondas electromagnéticas resultaba ser igual a la velocidad de la luz, por lo que Maxwell **supuso que la luz era una onda electromagnética** y Hertz lo confirmó experimentalmente.
- Las ondas electromagnéticas corresponden a la propagación en el espacio de campos eléctricos y magnéticos variables, **que viajan juntos, hasta la eternidad, a la velocidad de la luz** : C = 3.10^8 $m.s^{-1}$.

3.7 Naturaleza de las ondas electromagnéticas

- Las ondas electromagnéticas están formadas por un campo eléctrico y otro magnético variables que vibran en planos perpendiculares entre sí y, a su vez, perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.



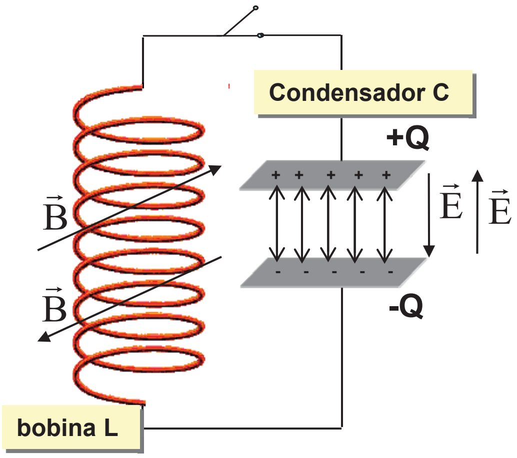
$$B = \frac{E}{c}$$

- El valor del campo magnético es igual al del campo eléctrico en la misma posición y tiempo, dividido por la velocidad de la luz.
- Las ondas electromagnéticas **se propagan en el vacío sin necesidad de soporte material**. El paso de estas ondas por un punto produce en él una variación de los campos eléctrico y magnético.

3.8 Origen de las ondas electromagnéticas

- Toda carga eléctrica acelerada emite energía en forma de onda electromagnética. Si una carga eléctrica oscila con una determinada frecuencia genera ondas electromagnética de esa misma frecuencia.

- **Un circuito oscilante, formado por una bobina y un condensador, genera ondas electromagnéticas (OEM)**

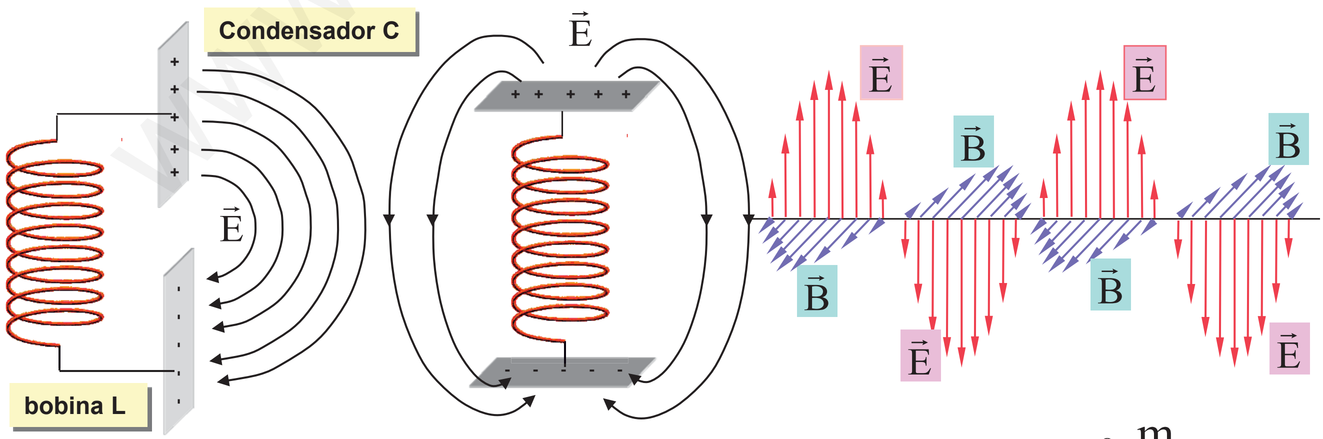


- Inicialmente el condensador se encuentra cargado.
- Entre sus armaduras existe un campo eléctrico y una diferencia de potencial que hará circular una corriente eléctrica por la bobina al cerrar el circuito.
- A medida que el condensador se descarga, la corriente eléctrica variable induce un campo magnético variable en la bobina.
- En el instante en que el condensador se ha descargado, la fem inducida en la bobina es máxima, originando una corriente en sentido contrario que carga de nuevo el condensador.
- El proceso se repite de manera periódica.

- **En este circuito la energía electromagnética queda almacenada en el propio circuito sin irradiarla al exterior**

3.9 Origen de las ondas electromagnéticas

- Al separar las armaduras del condensador, el campo eléctrico ocupa un espacio cada vez mayor.
- Cuando la separación es máxima se ha formado una antena emisora de Ondas Electromagnéticas de Baja Frecuencia, Ondas Hertzianas.

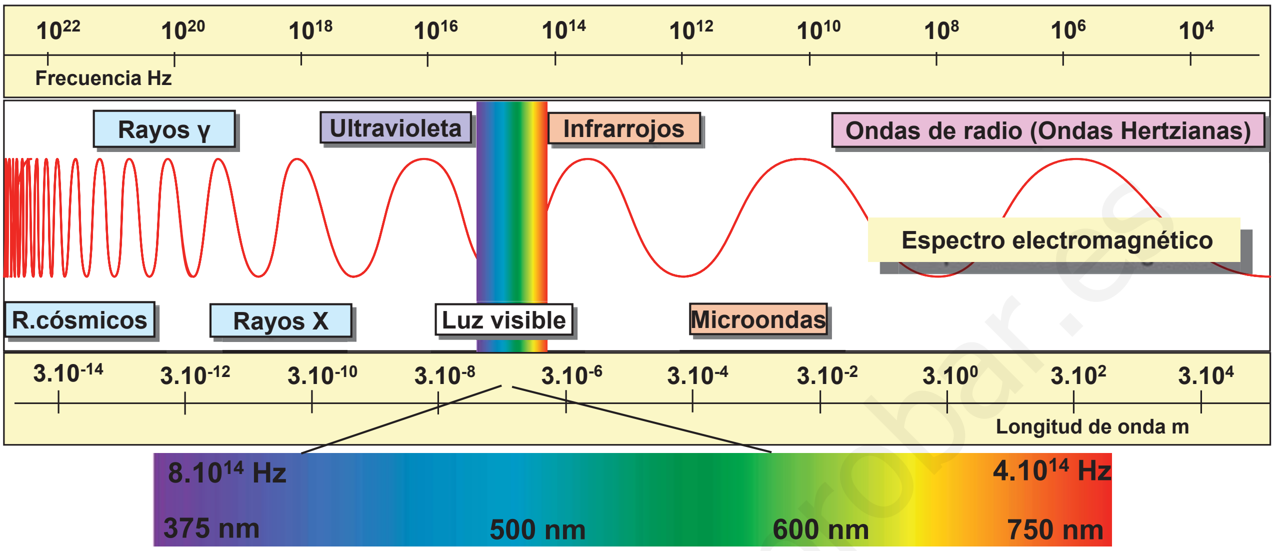


$$C_{OEM} = 3.10^8 \ \frac{m}{s}$$

Antena de emisión de ondas hertzianas 3.10⁸ Hz (300 MHz) – 10³ Hz

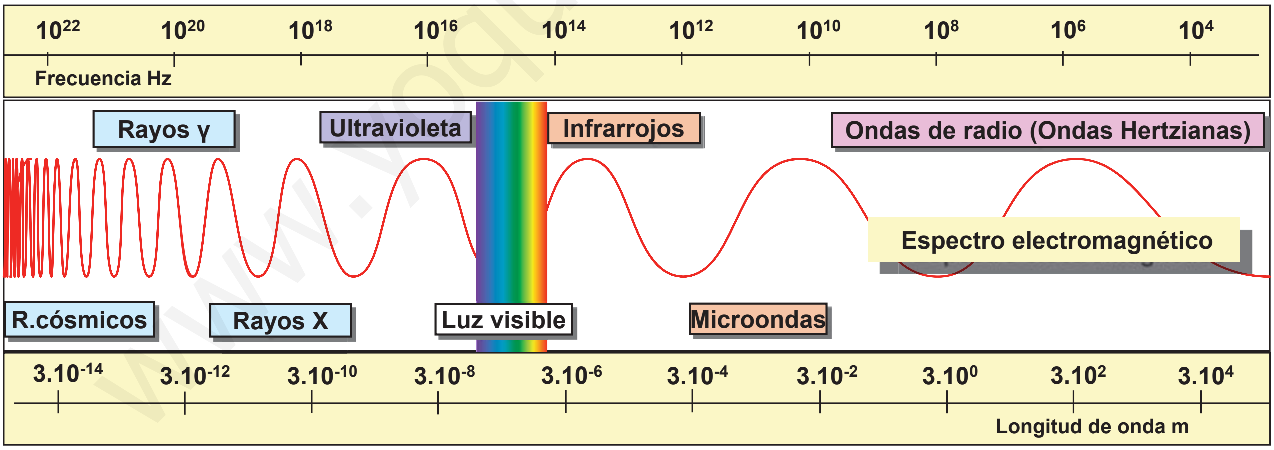
3.10 Espectro de radiaciones electromagnéticas

- **Espectro de radiaciones electromagnéticas** es el conjunto de todas las radiaciones de distinta frecuencia que componen la radiación electromagnética.
- Todas las OEM tiene la misma naturaleza. Son ondas transversales originadas por un campo eléctrico y otro magnético oscilantes que vibran en planos perpendiculares entre sí. Sólo se diferencian en su frecuencia y longitud de onda.
- **La energía de O.E.M depende de su frecuencia:** $E = h.f \;\Rightarrow\; h_{cte\ Planck} = 6,625.10^{-34}\,J.s$



- **Todas viajan a la velocidad de la luz en el vacío/aire:** $C = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda.f = 3.10^{8}\ \dfrac{m}{s}$

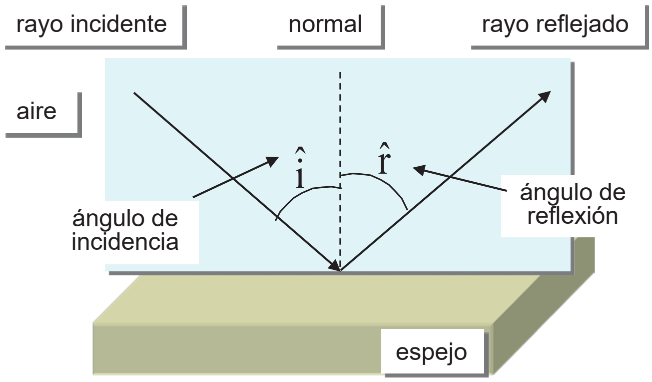
3.11 Espectro de radiaciones electromagnéticas



R.cósmicos	Rayos γ	Rayos X	Ultravioleta	Luz visible	Infrarrojos	Microondas	Ondas de radio
Proceden del espacio Muy alta energía 10^{30} eV	Desintegración núcleos atómicos Alta energía Muy penetrantes	Oscilación electrones internos Alta energía penetrantes	SOL Saltos electrones átomos moléculas	Cuerpos incandescentes Electrón de valencia	Cuerpos altas temperaturas Vibraciones oscilaciones átomos	Vibraciones moléculas Circuitos eléctricos	Circuitos oscilantes
Estudio partículas sub atómicas	Destruye el cáncer También lo produce	Medicina Industria	Los absorbe el ozono Broncea y quema la piel	Impresionan la retina Óptica	Fotografía Telemandos Cohetes espaciales Medicina	Radio astronomía Radar Hornos	Ondas hertzianas Ondas de radio y TV Telecomunicaciones

4.1 Reflexión de la luz

- **Reflexión de la luz** es el cambio de dirección que experimenta un rayo luminoso cuando propagándose por un medio, llega a la superficie de separación de otro medio y continúa propagándose por el mismo medio.



- **Elementos de la reflexión**:

- **Rayo incidente**: es el rayo luminoso que llega al espejo.
- **Rayo reflejado**: es el rayo devuelto por el espejo.
- **Normal:** recta perpendicular al espejo en el punto de incidencia.
- **Ángulo de incidencia:** es el ángulo que forma el RI con la N.
- **Ángulo de reflexión**: es el ángulo que forma el RR con la N.

- **Leyes de Snell para la reflexión**:

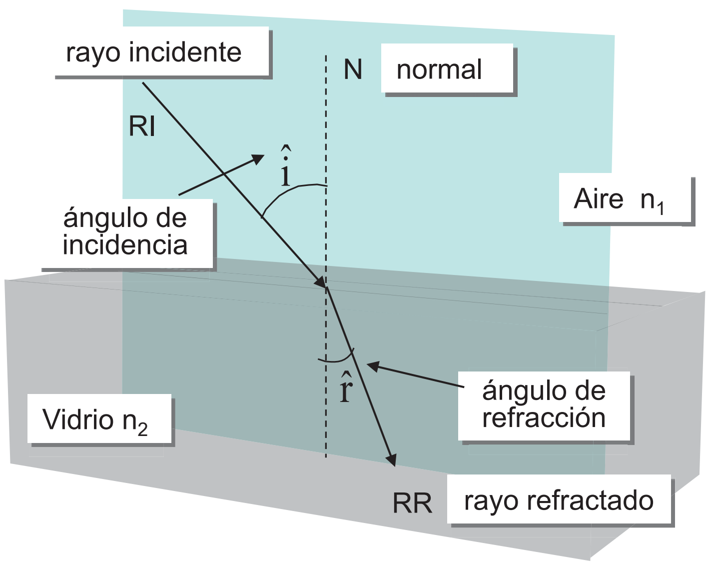
- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado, están en un mismo plano.
- El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

4.2 Refracción de la luz

- **Refracción de la luz** el cambio de velocidad y dirección que experimenta un rayo luminoso al pasar de un medio transparente a otro medio también transparente de distinto índice de refracción.
- La deformación aparente de objetos sumergidos en agua, o la profundidad aparente menor del fondo de un estanque se explica mediante la refracción de la luz.

- **Elementos de la refracción**:

- **Rayo incidente**: es el rayo que se propaga por el primer medio.
- **Rayo refractado**: es el rayo que se propaga por el segundo medio.
- **Normal:** recta perpendicular a la superficie de separación de ambos medios.
- **Ángulo de incidencia:** es el ángulo que forma el rayo incidente con la normal.
- **Ángulo de refracción**: es el ángulo que forma el rayo refractado con la normal.



4.3 Refracción de la luz

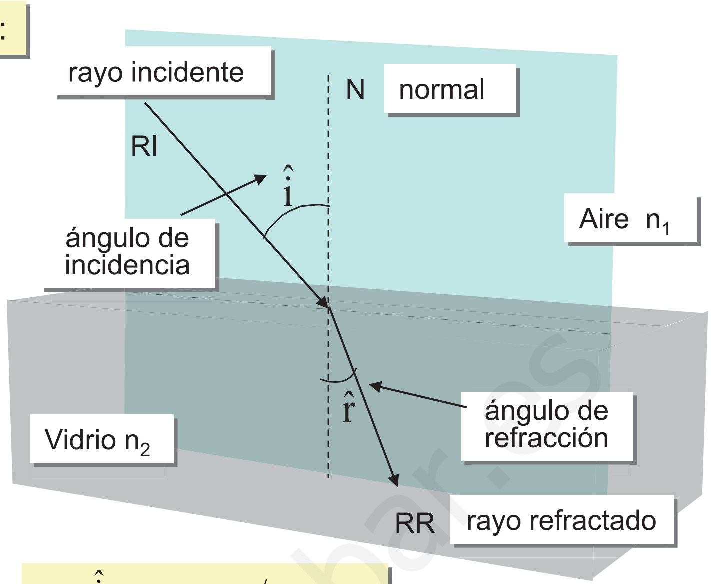
- **Refracción de la luz** el cambio de velocidad y dirección que experimenta un rayo luminoso al pasar de un medio transparente a otro medio también transparente de distinto índice de refracción.

- **Leyes de Snell para la refracción**:

- El rayo incidente, la normal y el rayo refractado, están en un mismo plano.
- El índice de refracción del primer medio por el seno del ángulo de incidencia es igual al índice de refracción del segundo medio por el seno del ángulo de refracción:

$$n_1 \,\mathrm{sen}\,\hat{i} = n_2 \,\mathrm{sen}\,\hat{r}$$

- La relación entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es igual a la relación entre las velocidades de la luz en ambos medios e inversamente proporcional a sus respectivos índices de refracción absolutos.



$$\frac{\mathrm{sen}\,\hat{i}}{\mathrm{sen}\,\hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c/v_2}{c/v_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

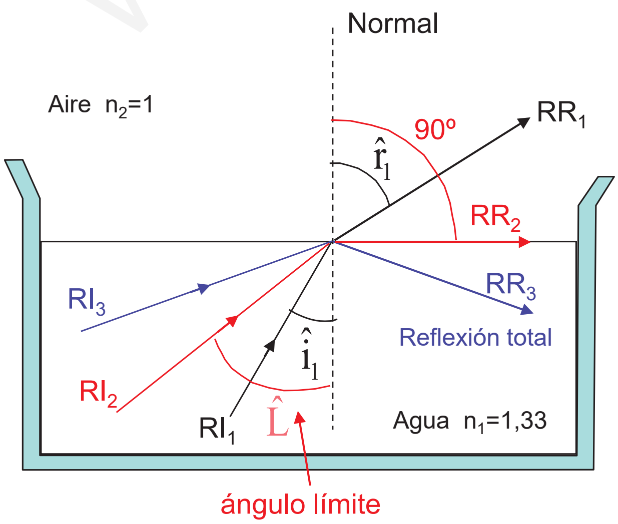
- Cuando la luz pasa de un medio menos refringente a otro más refringente se acerca a la normal. Cuando la luz pasa de un medio a otro, su frecuencia (y por tanto su color) no cambia.

4.4 Refracción de la luz. Ángulo límite y reflexión total

- Cuando la luz pasa de un medio como el agua, (n_{agua}=1,33) a otro medio de menor índice de refracción (n_{aire}=1), el aire, se aleja de la normal.
- **Ley de Snell**, al aumentar el ángulo de incidencia, aumenta también el ángulo de refracción, hasta que llega un momento en que **para un ángulo de incidencia L llamado ángulo límite le corresponde un ángulo de refracción de 90 º.**

- Ángulo límite cuando la luz pasa del agua al aire:

$$n_{agua} \cdot \mathrm{sen}\,\hat{L} = n_{aire} \cdot \mathrm{sen}\,90 \quad \Rightarrow \quad \hat{L} = 48{,}59^{o}$$

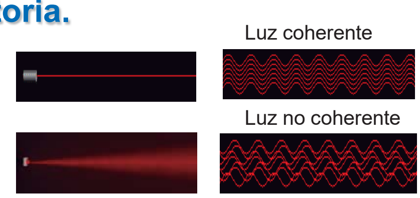


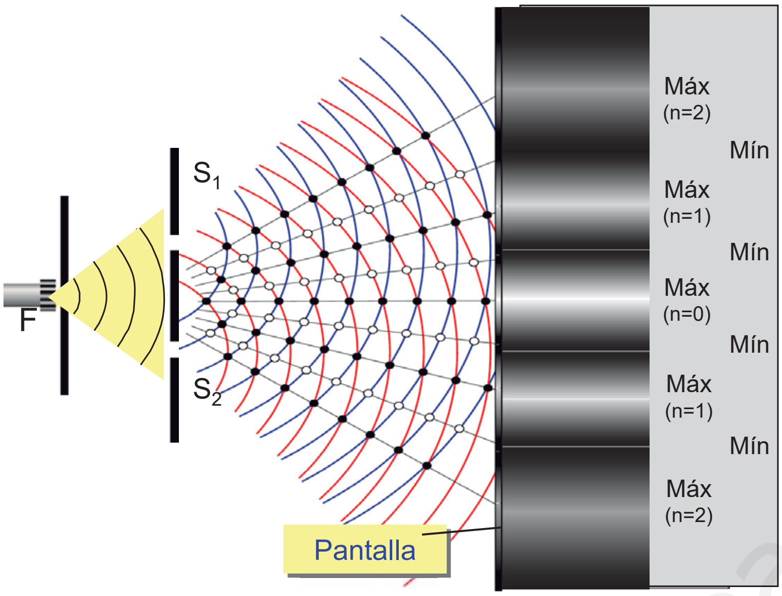
- Para ángulos superiores al ángulo límite, la luz no se refracta, sino que se refleja: fenómeno llamado **reflexión total.**
- El fenómeno de reflexión total origina los **espejismos.**
- También permite conducir la luz mediante reflexiones sucesivas, a lo largo de una varilla de vidrio muy delgada: **fibra óptica.**
- Se utiliza en medicina para observar órganos internos: **endoscopio.**
- También en **comunicaciones** para enviar pulsos de luz.

4.5 Fenómenos de Interferencias

- **Thomas Young** en 1801 realizó experiencias, a partir de las ondas luminosas procedentes de dos fuentes, que daban lugar a fenómenos de interferencias, lo que demostraba que la **luz tiene naturaleza ondulatoria.**

- Para que se produzca interferencia observable entre las luces procedentes de focos distintos, **deben ser coherentes,** es decir, deben tener la misma longitud de onda y una diferencia de fase constante.





- En el **experimento de Young, de la doble rendija**, se utiliza una fuente de luz monocromática, la luz pasa por una primera rendija y después por una pantalla que tiene dos pequeñas rendijas S_1 y S_2 que actúan cómo fuentes de luz coherente.
- Cada una de las dos rendijas se convierten en foco de emisión de ondas, en la pantalla se observa, **serie de bandas brillantes y oscuras, son las franjas de interferencias.**
- **Se observa que luz más luz puede dar oscuridad.**

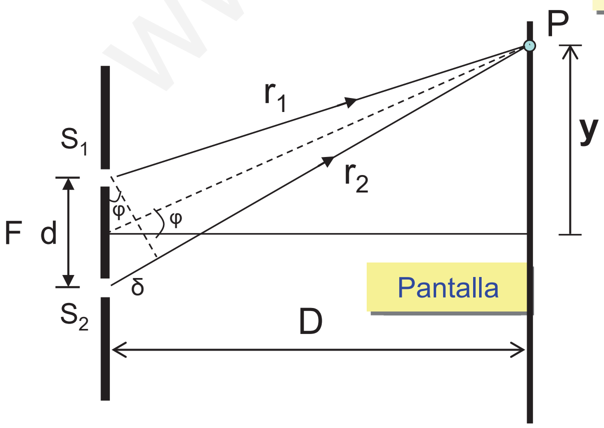
4.6 Fenómenos de interferencias: interpretación geométrica

- En la interpretación geométrica de la **experiencia de Thomas Young** se supone que D>>d, y que las ondas que proceden de S_1 y S_2 hasta llegar al punto P, tienen que recorrer las distancias r_1 y r_2 distintas.
- La diferencia de camino recorrido viene dado por:

$$\delta = r_2 - r_1 = d.\text{sen}\,\vartheta$$

- Si las ondas llegan a P en fase, se obtiene una **franja brillante o interferencia constructiva:**

$$\delta = d.\text{sen}\,\vartheta = n\lambda \quad \Rightarrow \quad [n=0,\pm 1,\pm 2...]$$



- n se llama número de orden; la franja brillante central es el máximo de orden cero.
- El siguiente máximo a cada lado, es el máximo de primer orden, y así sucesivamente.

- Si las ondas llegan a P en fase opuesta, se obtiene una **franja oscura o interferencia destructiva:**

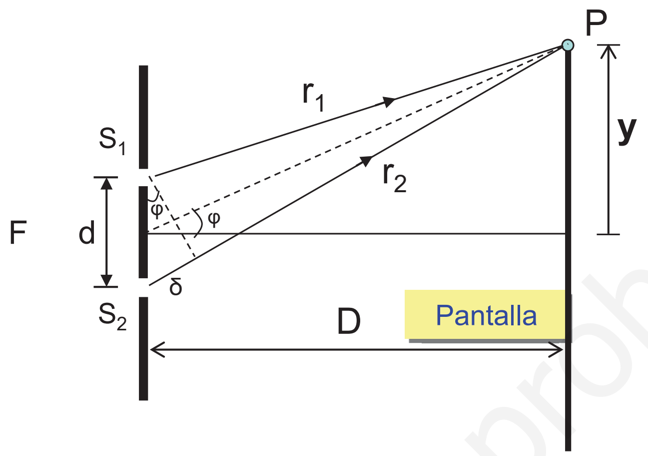
$$\delta = d.\text{sen}\,\vartheta = [n+1/2]\lambda \;\Rightarrow\; [n=0,\pm 1,\pm 2...]$$

4.7 Fenómenos de interferencias: cálculo de longitudes de onda

- **La posición de las franjas de interferencias de Thomas Young, brillantes y oscuras, nos permite determinar la longitud de onda, de la luz incidente.**

- Midiendo distancias verticales, y, con las condiciones: D>>d, y d>>λ, que en la práctica se cumplen, podemos escribir:

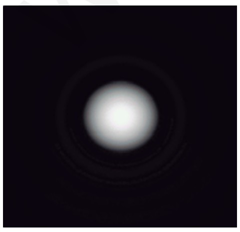
$$\operatorname{sen}\vartheta \approx \tan\vartheta = \frac{y}{D} \Rightarrow y_{brillante} = \frac{\lambda.D}{d}n \Rightarrow y_{oscura} = \frac{\lambda.D}{d}\left[n + \frac{1}{2}\right]$$



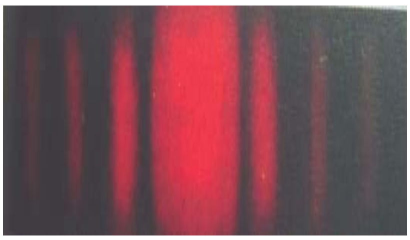
4.8 Fenómenos ondulatorios de la luz. Difracción

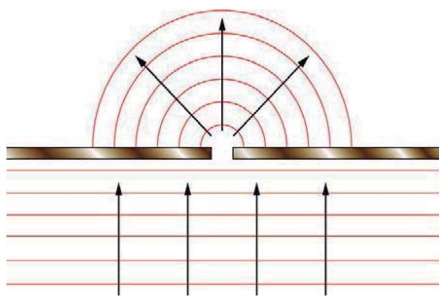
- **Difracción de la luz** es el cambio en la dirección de propagación que sufre la luz, sin cambiar de medio, cuando se encuentra un obstáculo en su camino **.**
- Para poder observar este fenómeno, las dimensiones del objeto deben ser del mismo orden o menor que la longitud de onda.
- La experiencia de Young explica cómo las ondas sobrepasan obstáculos o atraviesan rendijas, alcanzando puntos detrás de ellas: **difracción.**

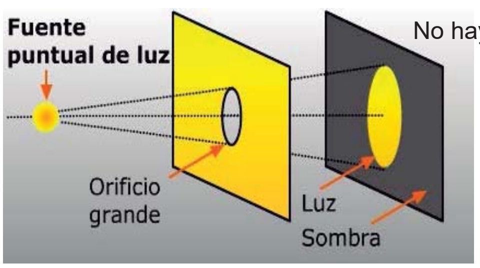
Difracción a través de un orificio



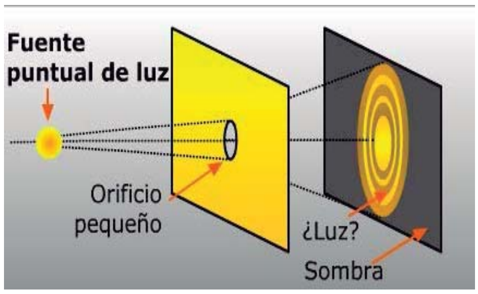
Difracción a través de una rendija





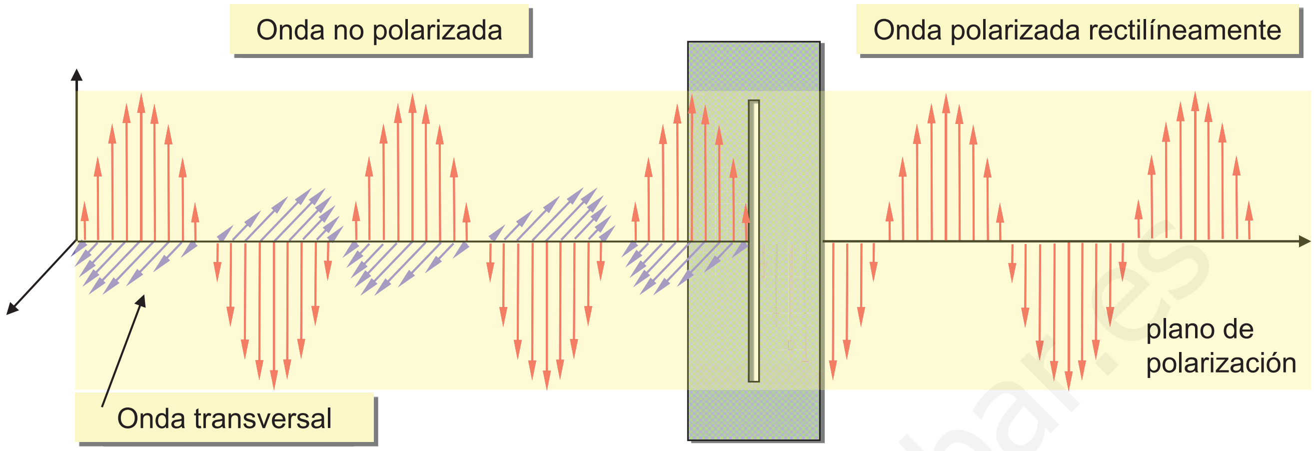


No hay difracción



4.9 Fenómenos ondulatorios de la luz. Polarización

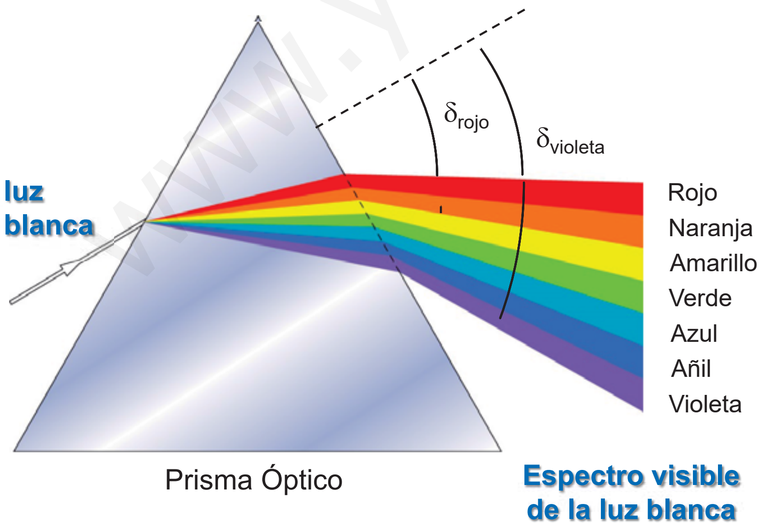
- **Ondas transversales:** las partículas pueden vibrar en cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación de la onda.
- Si hacemos que las vibraciones se produzcan en un único plano, tenemos una **onda polarizada plana.** Ese plano se llama plano de polarización, que estará definido por la dirección de propagación y la dirección de vibración.



- En las ondas longitudinales, las partículas vibran en la dirección de propagación de la onda, por lo que no tiene sentido hablar de polarización. **Sólo las ondas transversales pueden polarizarse.**

5.1 Interacción luz-materia. Dispersión de la luz blanca

- **La luz blanca es luz compuesta** de radiaciones de distintas frecuencias, que se descompone o dispersa cuando pasa a través de un prisma triangular.
- Se obtienen los siete colores del arco iris: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta.



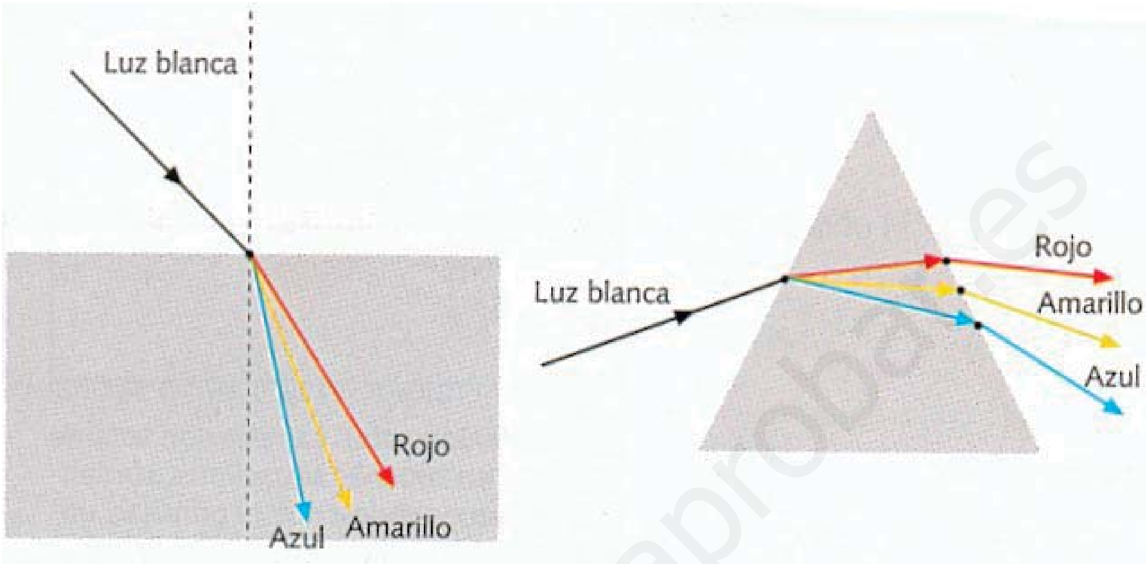
- El fenómeno de dispersión se debe a que las radiaciones que componen la luz blanca se propagan a través del prima con distintas velocidades.
- Cuanto menor sea la longitud de onda, menor será su velocidad de propagación, mayor el índice de refracción del medio, y mayor es la desviación al atravesar el prisma.
- La radiación roja es la que menos se desvía y la radiación violeta la que más se desviará.

- El conjunto de todas las radiaciones que se obtiene en la dispersión de la luz blanca, se puede recoger en una pantalla, y constituye el **espectro de la luz visible.**
- **Es un espectro continuo** que va desde el rojo f_{rojo}= 4,3.10^{14} Hz, hasta el violeta $f_{violeta}$=7,5.10^{14} Hz .

5.2 Interacción luz-materia. Dispersión de la luz blanca

- Un haz de luz es una mezcla de ondas de frecuencias (colores) muy variables.
- En el vacío, la velocidad de propagación es la misma, independientemente de la frecuencia.
- **Medios dispersivos** son aquellos en los que la velocidad de propagación de la luz es función de la frecuencia.

- **El índice de refracción aumenta ligeramente con la frecuencia**

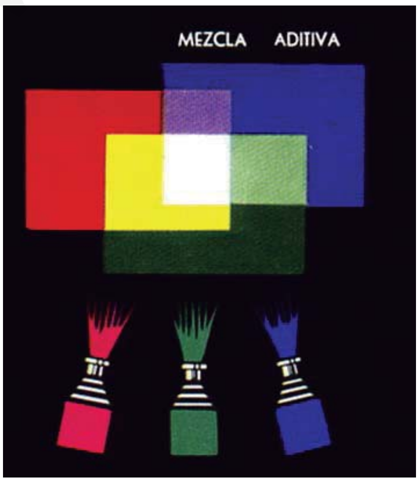


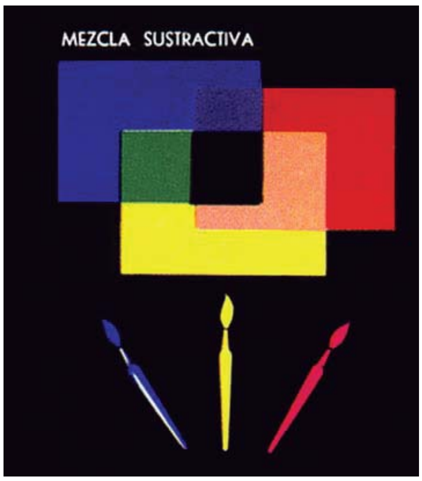
5.3 Interacción luz-materia. Colores de las cosas

- Mecanismos de observación del color: **reflexión y transmisión.**

- El color de un objeto se debe a la **absorción selectiva**: si es iluminado con luz blanca, absorbe todas las radiaciones menos la correspondiente al color del objeto que es reflejada.

- Un objeto se verá negro si absorbe todas las radiaciones y se verá blanco si las refleja.





5.4 Interacción luz-materia. Color

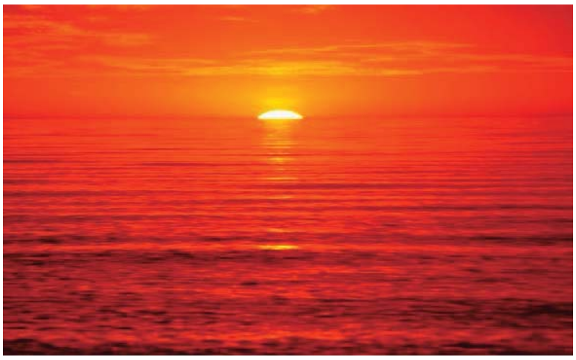
Los colores de las cosas

5.5 Interacción luz-materia. Color

Los colores de las cosas

5.6 Interacción luz-materia. El color del cielo

- **Esparcimiento de la luz:** cuando el tamaño de las moléculas del aire es inferior a la longitud de onda de la luz incidente y la separación de las moléculas es grande en comparación con dicha longitud de onda, se produce el fenómeno denominado **esparcimiento de Rayleigh.**
- El color rojizo de los amaneceres y atardeceres se debe a que la luz solar que atraviesa la atmósfera, ha experimentado el mayor esparcimiento de la luz azul, mientras que la luz roja no y recorre, por tanto, mas distancia atmosférica.



Amanecer/atardecer
Los rayos del Sol llegan casi paralelos a la superficie. Cada rayo atraviesa una gruesa capa de gases atmosféricos. Estos filtran la radiación solar, y solo dejan pasar luz roja. El color rojo del cielo se intensifica si hay mucha humedad en el aire o se avecinan lluvias.

Cielo azul
La reflexión de la luz en la atmósfera hace que el cielo sea azul de día. Las longitudes de onda que más se desvían al chocar contra la atmósfera son la azul y la violeta. El cielo no se **violeta** y si se ve **azul** por la sensibilidad del ojo. La luz llega de forma dispersa, como si viniera de todo el cielo.

5.7 Interacción luz-materia. El color del cielo

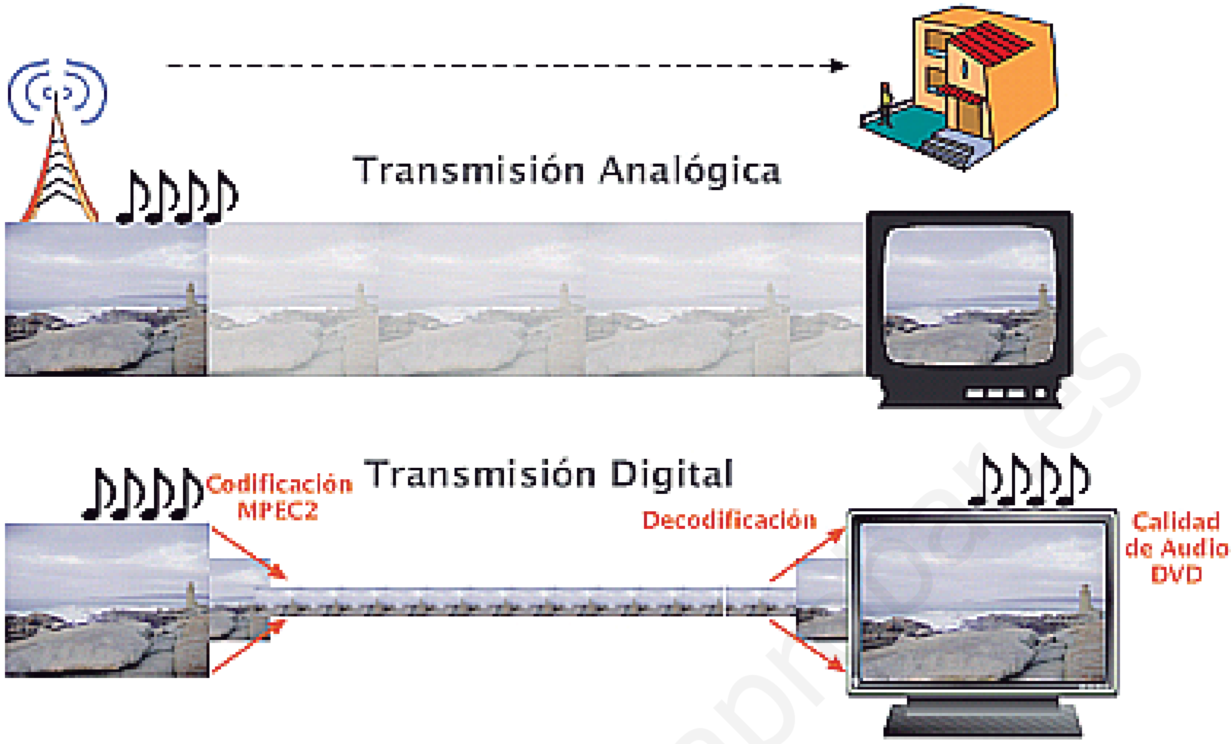
- Las nubes se ven blancas debido al crecimiento del tamaño de las partículas, semejante a la longitud de onda.
- En este caso todos los colores se esparcen por igual.

Arco iris
Se produce cuando llueve y aparece un rayo de Sol que atraviesa las gotas de lluvia. Estas descomponen la luz blanca en los siete colores básicos que la forman. Normalmente se pueden ver un arco iris primario y uno secundario, mucho más difuso que el primero.

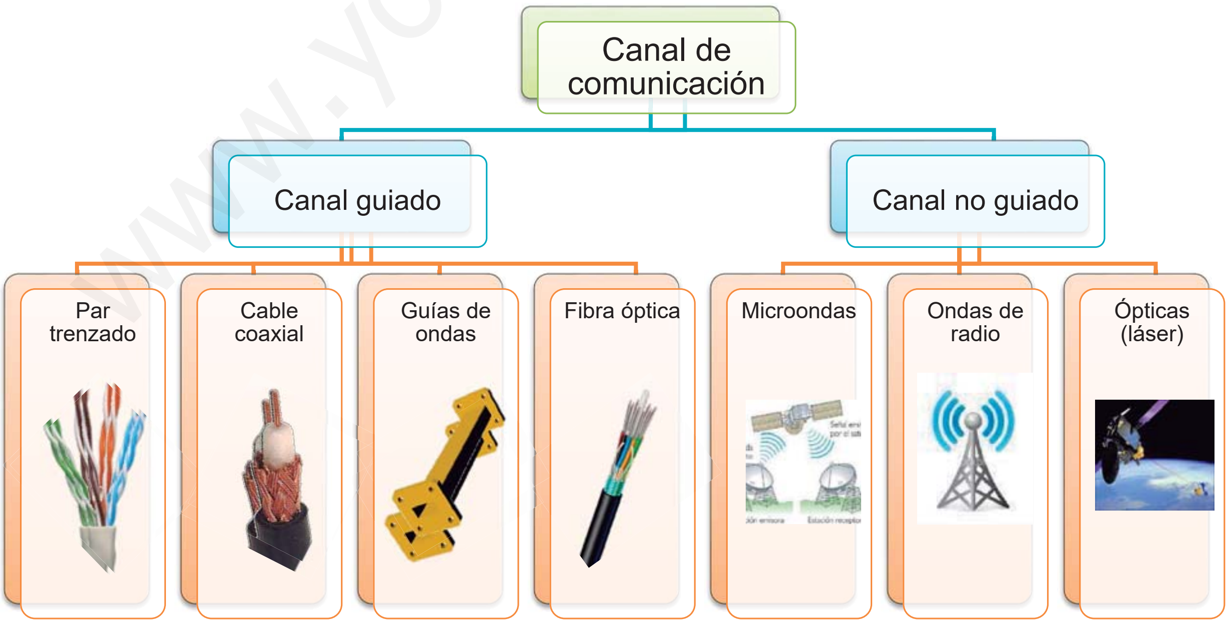
Nubes
El color blando de la parte superior de las nubes se debe a que reflejan la luz del Sol. En la parte baja, el tono de las nubes es de sombra atenuada por la luz que las atraviesa. Las nubes grises tienen ese color porque ocultan la luz del Sol, ya que por arriba también son blancas.

6.1 Sistemas de transmisión de la información

- Es un sistema constituido básicamente por tres elementos: emisor, canal de transmisión y receptor.



6.2 Sistemas de transmisión de la información



7.1 Ejercicios sobre naturaleza de la luz

1. Cuando un rayo de luz se propaga a través del agua (n =1,33) emerge hacia el aire para ciertos valores del ángulo de incidencia y para otros no. a) Explique este fenómeno e indique para que valores del ángulo de incidencia emerge el rayo. b) ¿Cabría esperar un hecho similar si la luz pasara del aire al agua?.

- Cuando la luz pasa de un medio más refringente (agua) a otro medio menos refringente (aire), se aleja de la normal; a partir de un cierto ángulo, llamado ángulo límite L, la luz ya no se refracta sino que se refleja: reflexión total. Ver apuntes.

$$sen\ \hat{L}.n_{agua} = sen\ 90.n_{aire} \Rightarrow sen\ \hat{L} = \frac{1}{1,33} = 0,752 \Rightarrow \hat{L} = 48,75^{o}$$

- Si la luz pasa del aire al agua, no aparece el fenómeno de reflexión total, puesto que el rayo se acerca a la normal.

2. a) Explique en que consiste el fenómeno de refracción de la luz y enuncie sus leyes. b) Un haz de luz pasa del aire al agua. Razone cómo cambian su frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

- Ver refracción de la luz y sus leyes. Cuando un haz de luz pasa del aire al agua, la frecuencia permanece constante. La frecuencia es la del foco emisor de la onda luminosa.
- El índice de refracción de cualquier medio es siempre mayor que el índice de refracción del aire, por tanto la luz viaja más lentamente en el agua:

$$v_{agua} < v_{aire}\ \ y\ como\ v = f.\lambda \Rightarrow \lambda_{agua} < \lambda_{aire}$$

7.2. Ejercicios sobre naturaleza de la luz

3. La luz procedente de una fuente luminosa atraviesa dos rendijas separadas entre sí 0,08 mm e incide sobre una pantalla situada a 4 m de distancia. La franja brillante de primer orden (n=1) dista 3 cm de la línea central. Hallar: a) Longitud de onda de la luz. b) Distancia entre dos franjas brillantes consecutivas.

- Los fenómenos de interferencias permiten determinar longitudes de onda. De acuerdo con la teoría, las posiciones de las franjas brillantes vienen dadas por la ecuación:

$$y_{brillante} = \frac{\lambda D}{d} n \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{y_{brill} d}{nD} = \frac{3.10^{-2} m.8.10^{-5} m}{1.4m} = 6.10^{-7} m = 600\, nm$$

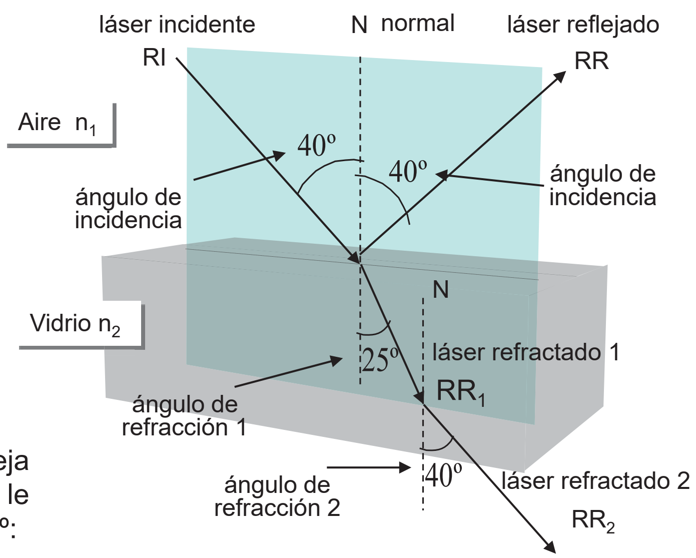
- La distancia entre dos franjas brillantes consecutivas es:

$$\Delta y_{brillante} = \frac{\lambda D}{d}(n+1) - \frac{\lambda D}{d} n = \frac{\lambda D}{d} = \frac{6.10^{-7} m.8m}{8.10^{-5} m} = 3.10^{-2} m = 3\, cm$$

7.3 Ejercicios sobre naturaleza de la luz

4. Un haz de láser de 550 nm incide en un bloque de vidrio. a) Describe los fenómenos ópticos que ocurren y represéntalos en un dibujo. b) Si el ángulo de incidencia es de 40º y el de refracción de 25º, ¿cuál es el índice de refracción del vidrio?. c) ¿Sería diferente el valor anterior si la longitud de onda fuese de 710 nm?. d) Razona cómo calcularías el ángulo límite a partir de los datos del apartado b). Considera aproximadamente 1 el valor del índice de refracción en el aire.

- La luz láser que incide en el bloque de vidrio, en parte se refleja y en parte se refracta, de acuerdo con la figura:



- Aplicando la ley de Snell calculamos el índice de refracción del vidrio:

$$n_{aire} sen\,\hat{i} = n_{vidrio} sen\,\hat{r}$$

$$1.sen\,40^o = n_v\, sen\,25^o \;\Rightarrow\; n_v = 1{,}52$$

- No depende de la longitud de onda.

- Cuando la luz pasa del vidrio al aire, se aleja de la normal. Hay un ángulo límite al cual le corresponde un ángulo de refracción de 90º:

$$n_{vid} sen\,\hat{i} = n_{aire} sen\,\hat{r} \;\Rightarrow\; 1{,}52.sen\,\hat{L} = 1.sen\,90^o \;\Rightarrow\; \hat{L} = 41{,}1^o$$

- Para ángulos mayores al límite, la luz no se refracta sino que se refleja: reflexión total.

7.4 Ejercicios sobre naturaleza de la luz

5. Un rayo de luz monocromática incide sobre una de las caras de un prisma de vidrio de índice de refracción 1,6 con un ángulo de incidencia de 40º. Si el ángulo del prisma es de 45º, calcular el ángulo de emergencia y el ángulo de desviación del rayo.

- El rayo que incide en el prisma sufre dos refracciones.
- Aplicando la ley de Snell a la refracción en la 1ª cara:

$$n_1 sen\,\hat{i}_1 = n_2 sen\,\hat{r}_1 \;\Rightarrow\; 1\,sen\,40 = 1,6\,sen\,\hat{r}_1 \;\Rightarrow\; \hat{r}_1 = 23,7^{o}$$

- Geométricamente se cumple que el ángulo del prisma:

$$\varphi = r_1 + i_2 \;\Rightarrow\; i_2 = 45 - 23,7 = 21,3^{o}$$

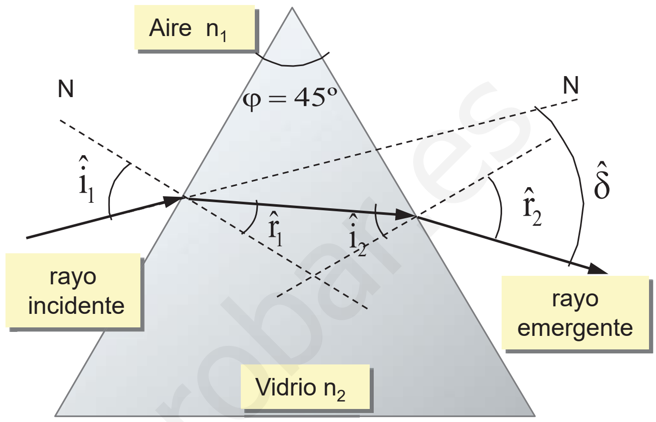
- Ley de Snell refracción en la 2ª cara:

$$n_2 sen\,\hat{i}_2 = n_1 sen\,\hat{r}_2$$

$$1,6\,sen\;21,3 = 1\,sen\,\hat{r}_2 \;\Rightarrow\; \hat{r}_2 = 35,5^{o}$$

- Ya podemos calcular el ángulo de desviación δ ya que se cumple:

$$\delta = i_1 + r_2 - \varphi = 40^{o} + 35,5^{o} - 45^{o} = 30,5^{o}$$



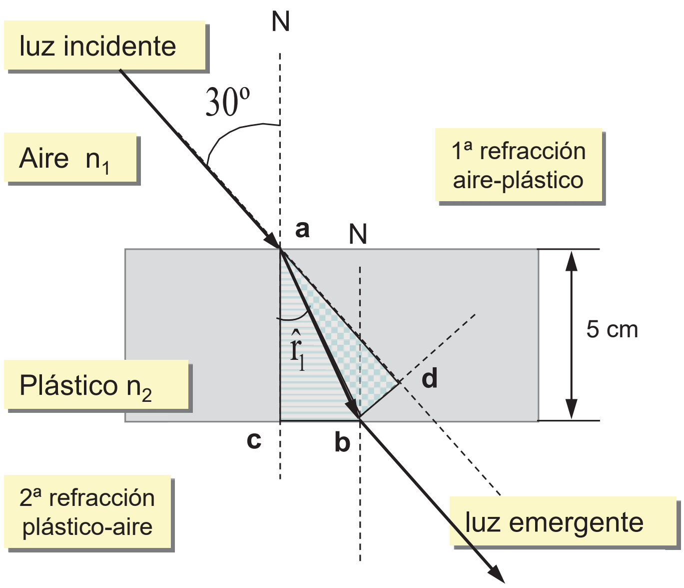
7.5 Ejercicios sobre naturaleza de la luz

6. Un rayo de luz atraviesa una lámina transparente de plástico de 5 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de 30º. A consecuencia de la refracción, el rayo que emerge por la lámina se ha desplazado una distancia paralela a la dirección de incidencia. Si el índice de refracción del plástico es 1,40, calcula esta distancia.

- Cuando la luz atraviesa la lámina sufre una doble refracción: aire-plástico y plástico-aire.
- El rayo que emerge de la lámina sale paralelo al incidente, pero **desplazado una distancia bd.**
- Se comprueba en la figura que el ángulo de incidencia de la 1ª refracción, (30º) es igual al ángulo refracción de la 2ª refracción.
- Ley de Snell en a la primera refracción:

$$n_1 sen\,\hat{i}_1 = n_2 sen\,\hat{r}_1$$

$$1\,sen\,30 = 1,4\,sen\,\hat{r}_1 \;\Rightarrow\; \hat{r}_1 = 20,9^{o}$$



- **En el triángulo abc se cumple :**

$$\cos\hat{r}_1 = \frac{ac}{ab} \;\Rightarrow\; ab = \frac{ac}{\cos\hat{r}} = \frac{5}{\cos 20,9} = 5,35\;cm$$

- **En el triángulo abd se cumple:**

$$bd = ab.sen\,(30 - 20,9) = 0,85\;cm$$

7.6 Ejercicios: la luz y las ondas electromagnéticas

1. a) Explique las características de las ondas electromagnéticas. ¿Cómo caracterizaría mejor una onda electromagnética, por su frecuencia o por su longitud de onda?. b) Ordene, según longitudes de onda crecientes, las siguientes regiones del espectro electromagnético: microondas, rayos X, luz verde, luz roja y ondas de radio.

- Las ondas electromagnéticas están formadas por un campo eléctrico y otro magnético, ambos variables, que vibran en planos perpendiculares entre sí y, a su vez perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.
- Se caracterizan mejor por su frecuencia, que no cambia, aunque la onda cambie de medio. Ver apuntes.
- Rayos X, luz verde, luz roja, microondas y ondas de radio.

2. a) ¿Qué es una onda electromagnética?. b) ¿Cambian las magnitudes características de una O.E. que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio?. Si cambia alguna ¿aumenta o disminuye?. ¿Por qué?.

- Las ondas electromagnéticas están formadas por un campo eléctrico y otro magnético variables que vibran en planos perpendiculares entre sí y, a su vez, perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Ver apuntes.
- Cuando una O.E. pasa del aire al vidrio disminuye su velocidad. Como la frecuencia, (es propia del foco de emisión de onda) no cambia, lo que disminuye es su longitud de onda.

7.7 Ejercicios: la luz y las ondas electromagnéticas

3. a) Los rayos X, la luz visible y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénala en orden creciente de sus frecuencias e indique algunas diferencias entre ellas. b) ¿Qué es una onda electromagnética?. Explique sus características.

- Rayos infrarrojos, luz visible y rayos X. Ver apuntes.

4. a) Determinar las longitudes de onda de una onda media de radio de frecuencia 800 kHz y de una onda de frecuencia modulada de 100 MHz. b) Las emisiones de TV en la banda UHF emplean longitudes de onda comprendidas entre 10 cm y 1 m. Hallar las frecuencias correspondientes a esta banda.

- Ondas medias de radio: $$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8\, m.s^{-1}}{800.10^3\, Hz} = 375\, m$$
- Ondas de frecuencia modulada : $$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8\, m.s^{-1}}{100.10^6\, Hz} = 3\, m$$
- Frecuencias: $$f_{\lambda=10cm} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8\, m.s^{-1}}{10^{-1}\, m} = 3.10^9\, Hz$$

$$f_{\lambda=1m} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8\, m.s^{-1}}{1m} = 3.10^8\, Hz$$

7.8 Ejercicios: la luz y las ondas electromagnéticas

5. Un campo electromagnético está descrito por las ecuaciones:

$$E_x = 0\,;\;\; E_y = E_0\, sen\, 2\pi f\left[\frac{x}{c} - t\right];\;\; E_z = 0 \qquad B_x = 0\,;\;\; B_y = 0\,;\;\; B_z = B_0\, sen\, 2\pi f\left[\frac{x}{c} - t\right]$$

Siendo: E_x, E_y y E_z las componentes del campo eléctrico; B_x, B_y y B_z las componentes del campo magnético; f la frecuencia; c la velocidad de la luz; E_0 y B_0 son constantes.

a) Comprobar que las ecuaciones del campo son funciones de onda.
b) Calcular la longitud de onda y la amplitud del campo eléctrico y del campo magnético.
c) Demostrar que ambos campos son perpendiculares.
d) Comprobar que están en fase.
e) ¿Cuál es la dirección de propagación del campo electromagnético?
f) Representa $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en un sistema tridimensional de ejes cartesianos.

- a) La función de una onda armónica es: $x = A\,sen\left[\omega t - k\,x\right] = A\,sen\,2\pi f\left[t - \frac{x}{v}\right]$
- Por analogía, las ecuaciones que nos plantean son funciones de onda.
- b) Deducimos la longitud de onda y la amplitud de ambos campos: $\frac{f}{c} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow amplitudes: E_0 \; y \; B_0$
- c) Los campos son perpendiculares puesto que su producto escalar es cero: $\vec{E}.\vec{B} = E_x.B_x + E_y.B_y + E_z.B_z = 0$
- d) Están en fase, puesto que la diferencia de fase vale cero: $\Delta\varphi = 2\pi f\left[\frac{x}{c} - t\right] - 2\pi f\left[\frac{x}{c} - t\right] = 0$
- e) y f) El campo electromagnético se propaga perpendicularmente …ver figura.

7.9 Ejercicios: la luz y las ondas electromagnéticas

6. Una onda senoidal electromagnética plana de 20 MHz de frecuencia se traslada en el vacío en la dirección del eje x. El campo eléctrico tiene la dirección del eje y, y su valor máximo es 510 N/C. Hallar: a) La longitud de onda y el período. b) El valor máximo del campo magnético y su dirección. c) Las expresiones E = E(x,t) y B = B(x,t) de los campos eléctrico y magnético correspondientes a dicha onda.

- a) Las ondas electromagnéticas viajan en el vacío a la velocidad c, luego la longitud de onda λ y el período T:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8\, m.s^{-1}}{20.10^6\, Hz} = 15\,m \;\Rightarrow\; T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20.10^6\, Hz} = 5.10^{-8}\, s$$

- b) Relación entre los valores máximos del campo magnético y el eléctrico: $B_{máx.} = \frac{E_{máx.}}{c} = \frac{510\, N.C^{-1}}{3.10^8\, m.s^{-1}} = 1,7.10^{-6}\, T$
- Los campos eléctrico (eje y) y magnético son perpendiculares entre sí, y perpendiculares a la dirección de propagación de la onda electromagnética (eje x), luego el campo magnético lleva la dirección del eje z
- c) Ecuaciones de ambos campos, que son funciones de ondas armónicas:

$$E = E_0\, sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = 510\, sen\, 2\pi\left[\frac{t}{5.10^{-8}} - \frac{x}{15}\right] = 510\, sen\left[1,26.10^8 t - 0,42x\right]\;(SI)$$

$$B = B_0\, sen\, 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = 1,7.10^{-6}\, sen\, 2\pi\left[\frac{t}{5.10^{-8}} - \frac{x}{15}\right] = 1,7.10^{-6}\, sen\left[1,26.10^8 t - 0,42x\right]\;(SI)$$

8.1 Cuestiones sobre naturaleza de la luz

1 a) Enunciar las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explicar la diferencia entre ambos fenómenos. b) Comparar lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.

2. a) Describe brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa?. b) Dos rayos de luz inciden sobre un punto. ¿Pueden producir oscuridad?. Explica razonadamente este hecho.

3. Explicar los fenómenos de reflexión y de la refracción de la luz. b) El índice de refracción del agua respecto del aire es n >1. Razonar cuáles de las siguientes magnitudes cambian, y cómo, al pasar un haz de luz del aire al agua: frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

4. a) ¿En qué consiste la dispersión de la luz?. ¿Depende dicho fenómeno del índice de refracción del medio y/o de la longitud de onda de la luz?. b) Explicar la dispersión de la luz por un prisma, ayudándote de un esquema.

5. a) ¿En qué consiste el fenómeno de polarización de las ondas? b) ¿Se puede polarizar el sonido?. Razone la respuesta.

6. a) Explicar la naturaleza de las ondas electromagnéticas. ¿Cómo caracterizarías mejor una onda electromagnética, por su frecuencia o por su longitud de onda?. b) Ordenar, según longitudes de onda crecientes, las regiones del espectro electromagnético: microondas, rayos X, luz roja y ondas de radio.

7. a) ¿Qué es una onda electromagnética?. b) ¿Cambian las magnitudes características de una onda electromagnética que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio?. Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye?, ¿por qué?.

8. a) Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío con velocidad c. ¿Cambia su velocidad de propagación en un medio material?. Definir el índice de refracción de un medio. b) Situar, en orden creciente de frecuencias, las siguientes regiones del espectro electromagnético: infrarrojo, rayos X, ultravioleta y luz visible.

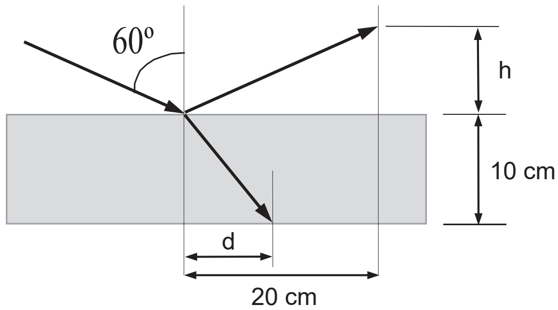
9. Los rayos X, la luz visible y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénalas en orden creciente de sus frecuencias e indicar lagunas diferencias entre ellas. b) ¿Qué es una onda electromagnética? Explicar sus características.

8.2 Ejercicios sobre naturaleza de la luz. PEBAU

14. Un rayo de luz amarilla, emitida por una lámpara de sodio, tiene una longitud de onda en el vacío de 580.10^{-9} m. a) Determinar la velocidad de propagación y la longitud de onda de dicha luz en el interior de una fibra de cuarzo, cuyo índice de refracción es n =1,5. b) ¿Pueden existir valores del ángulo de incidencia para los que un haz de luz, que se propague por el interior de una fibra de cuarzo, no salga al exterior?. Explicar el fenómeno y, en su caso, calcular los valores del ángulo de incidencia para los cuales tiene lugar. Dato: c = 3.10^8 $m.s^{-1}$.

15. Un rayo de luz pasa del agua al aire con un ángulo de incidencia de 30º respecto a la normal. a) Dibujar en un esquema los rayos incidente y refractado y calcular el ángulo de refracción. b) ¿Cuál debería ser el ángulo de incidencia para que el rayo refractado fuera paralelo a la superficie de separación agua-aire?. Índice de refracción del agua respecto al aire n = 1,3.

16. Una lámina de vidrio, de índice de refracción 1,5, de caras paralelas y espesor 10 cm, está colocada en el aire. Sobre una de sus caras incide un rayo de luz, como se muestra la figura. Calcule: a) La altura h y la distancia d marcadas en la figura. b) El tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina. c = 3.10^8 $m.s^{-1}$.



8.3 Ejercicios sobre naturaleza de la luz. PEBAU

17. Un rayo de luz monocromática emerge desde el interior de un bloque de vidrio hacia el aire. Si el ángulo de incidencia es de 19,5º y el de refracción de 30º. a) Determine el índice de refracción y la velocidad de propagación de la luz en el vidrio. b) Como sabe, pueden existir ángulos de incidencia para los que no hay rayo refractado; es decir, no sale luz del vidrio. Explique este fenómeno y calcule los ángulos para los que tiene lugar. $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$; $n_{aire} = 1$.

18. Cuando un rayo de luz se propaga a través del agua (n = 1,33) emerge hacia el aire para ciertos valores del ángulo de incidencia y para otros no. a) Explica este fenómeno e indica para qué valores del ángulo de incidencia emerge el rayo. b) ¿Cabría esperar un hecho similar si la luz pasa del aire al agua?.

19. Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio, de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de 45º. a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción. b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo del rayo que sale de la lámina con la normal). ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina?.$c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$; $n_{vid} = 1,3$.

20. a) Un objeto se encuentra frente a un espejo plano a una distancia de 4 m del mismo. Construir gráficamente la imagen y explicar sus características. b) Repetir el apartado anterior si se sustituye el espejo plano por uno cóncavo de 2m de radio.

21. a) Un objeto se encuentra a una distancia de 0,6 m de una lente delgada convergente de 0,2 m de distancia focal. Construir gráficamente la imagen que se forma y explicar sus características. b) Repetir el apartado anterior si el objeto se coloca a 0,1m de la lente.

22. Construya la imagen de un objeto situado a una distancia entre f y 2f de una lente: a) convergente; b) divergente. Explique en ambos casos las características de las imágenes.

8.5 Ejercicios: la luz y las ondas electromagnéticas

23. Una antena emite una onda electromagnética de frecuencia 50 Hz. a) Calcular su longitud de onda. b) Determinar la frecuencia de una onda sonora de la misma longitud de onda. Datos: $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$; $v_s = 340$ $m.s^{-1}$.

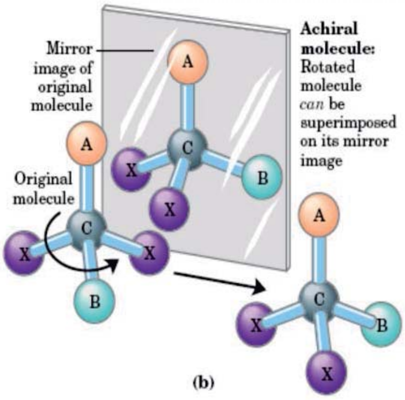
24. El espectro visible en el aire está comprendido entre las longitudes de onda 380 nm (violeta) y 789 nm (rojo). a) Calcular las frecuencias de estas radiaciones extremas. ¿Cuál de ellas se propaga a mayor velocidad?. b) Determinar entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible del agua, con índice de refracción 4/3. Datos: $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$.

25. Una onda electromagnética armónica de 20 MHz se propaga en el vacío, en el sentido positivo del eje OX. El campo eléctrico de dicha onda tiene la dirección del eje OZ y su amplitud es de 3.10^{-3} $N.C^{-1}$. a) Escriba la expresión del campo eléctrico E(x,t), sabiendo que en x = 0 su módulo es máximo cuando t = 0. b) Represente en una gráfica los campos E(t) y B(t) y la dirección de propagación de la onda. $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$

26. Una onda electromagnética tiene, en el vacío, una longitud de onda de 5.10^{-7} m. a) Determinar la frecuencia y el número de onda. ¿Cuál es la energía de los fotones?. b) Si dicha onda entra en un determinado medio, su velocidad se reduce a 3c/4. Determinar el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en el medio. Datos: $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$ $h = 6,625.10^{-34}$ J.s.

27. El espectro visible tiene frecuencias comprendidas entre 4.10^{14} Hz y 7.10^{14} Hz. a) Determinar las longitudes de onda correspondientes a dichas frecuencias en el vacío. b) ¿Se modifican estos valores de las frecuencias y de las longitudes de onda cuando la luz se propaga por el agua?. En caso afirmativo, calcular los valores correspondientes. Índice de refracción del agua respecto al aire n = 1,3 ;. $c = 3.10^8$ $m.s^{-1}$.

Tema 09
Óptica geométrica



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

09. Óptica geométrica: Índice

CONTENIDOS	
1. Introducción a la óptica geométrica · 2. Óptica de la reflexión. Espejos planos y esféricos · 3. Óptica de la refracción. Lentes delgadas · 4. El ojo humano · 5. Algunos instrumentos ópticos.	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
1. Formular e interpretar las leyes de la óptica geométrica.	1.1. Explica procesos cotidianos a través de las leyes de la óptica geométrica.
2. Valorar los diagramas de rayos luminosos y las ecuaciones asociadas como medio que permite predecir las características de las imágenes formadas en sistemas ópticos.	2.1. Demuestra experimental y gráficamente la propagación rectilínea de la luz mediante un juego de prismas que conduzcan un haz de luz desde el emisor hasta una pantalla. 2.2. Obtiene el tamaño, posición y naturaleza de la imagen de un objeto producida por un espejo plano y una lente delgada realizando el trazado de rayos y aplicando las ecuaciones.
3. Conocer el funcionamiento óptico del ojo humano y sus defectos y comprender el efecto de las lentes en la corrección de dichos efectos.	3.1. Justifica los principales defectos ópticos del ojo humano: miopía, hipermetropía, presbicia y astigmatismo, mediante un diagrama de rayos.
4. Aplicar las leyes de las lentes delgadas y espejos planos al estudio de los instrumentos ópticos.	4.1. Establece el tipo y disposición de los elementos empleados en los instrumentos ópticos: lupa, microscopio, telescopio y cámara fotográfica, realizando el trazado de rayos. 4.2. Analiza las aplicaciones de la lupa, microscopio, telescopio y cámara fotográfica.

1.1 Óptica geométrica

- **La Óptica geométrica** estudia la formación de imágenes por reflexión y refracción.

Óptica geométrica

- Óptica por reflexión
  - Formación de imágenes en sistemas de espejos planos y esféricos.
- Óptica por refracción
  - Formación de imágenes formadas a través de lentes delgadas.

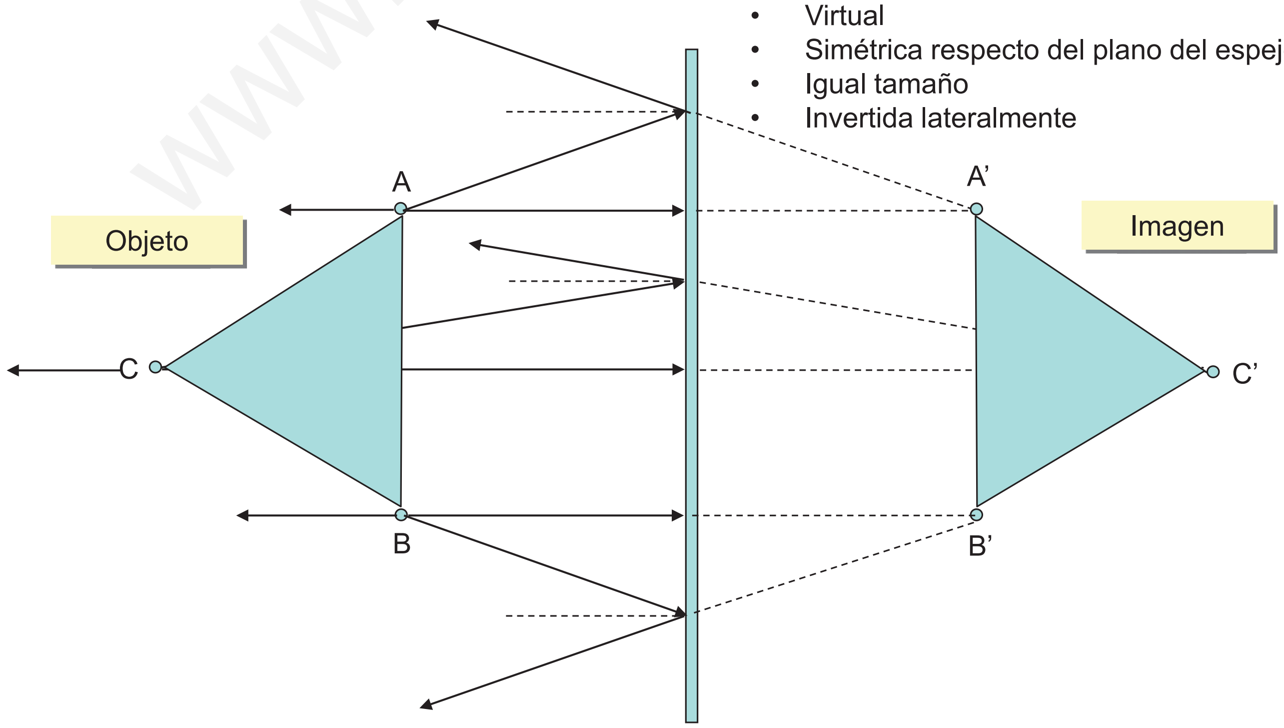
- **Las leyes sobre las que se estructura la óptica geométrica son:**

- Ley de propagación rectilínea de la luz.
- Ley de independencia de los rayos luminosos. Cada rayo es independiente de los otros.
- Ley de la reflexión y la refracción.
- Ley de reciprocidad. El camino del rayo desde el punto A al punto B es reversible.
- Aproximación del rayo El rayo es una construcción matemática que solo representa la dirección de propagación del flujo de energía radiante, de modo que el rayo es perpendicular a cada punto del frente de onda.

2.1 Óptica de la reflexión: espejos planos

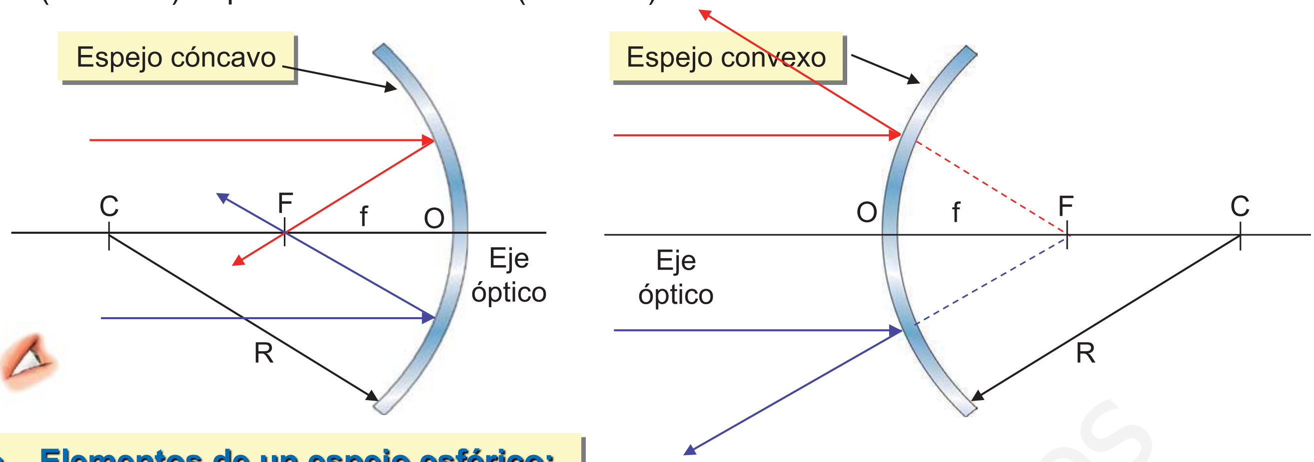
- **Un espejo plano** es una superficie lisa, plana, pulida, con elevado poder de reflexión.
- El objeto ABC tiene su imagen en A'B'C', que se construye a partir de las leyes de reflexión, por intersección de las prolongaciones de los rayos, que partiendo del objeto, son reflejados por el espejo.

- Virtual
- Simétrica respecto del plano del espejo
- Igual tamaño
- Invertida lateralmente



2.2 Óptica de la reflexión: espejos esféricos

- **Un espejo esférico** es una superficie lisa, pulimentada por su cara interior (cóncavo) o por su cara exterior (convexo).



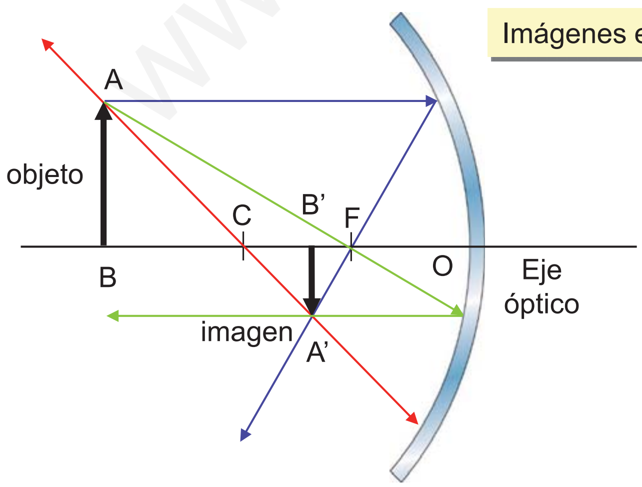
- **Elementos de un espejo esférico:**

- Centro C y radio de curvatura, R: centro y radio de la esfera a la que pertenece el espejo.
- Centro del espejo, O: centro de la superficie del espejo.
- Eje principal o eje óptico: recta que pasa por el centro de curvatura y el centro del espejo.
- Foco: punto del E.O. por donde pasan los rayos que llegan al espejo paralelos y próximos a dicho eje (rayos paraxiales).
- Distancia focal, f: distancia entre el foco y el centro del espejo. La distancia focal de un espejo esférico es igual a la mitad del radio de curvatura **($f = R/2$).**

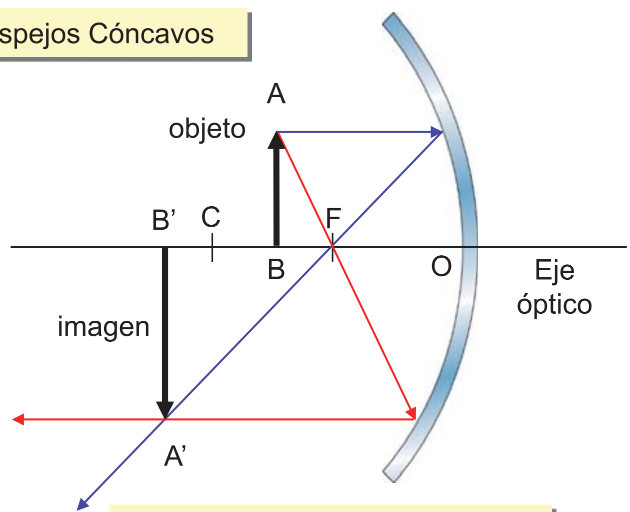
2.3 Espejos esféricos: construcción de imágenes

- La construcción gráfica de las imágenes se realiza dibujando al menos dos rayos de trayectorias conocidas y hallando su intersección tras reflejarse en el espejo.
- Todo rayo que llega al espejo paralelo al eje principal, al reflejarse, se desvía pasando por el foco si el espejo es cóncavo, o parece provenir del foco si el espejo es convexo.
- Todo rayo que pasa por el foco de un espejo cóncavo, o se dirige al foco de un espejo convexo, se refleja paralelamente al eje óptico.
- Todo rayo que incide perpendicular al espejo, se refleja sin desviarse.

Imágenes en Espejos Cóncavos



Objeto: lejano
Imagen: real, invertida y menor

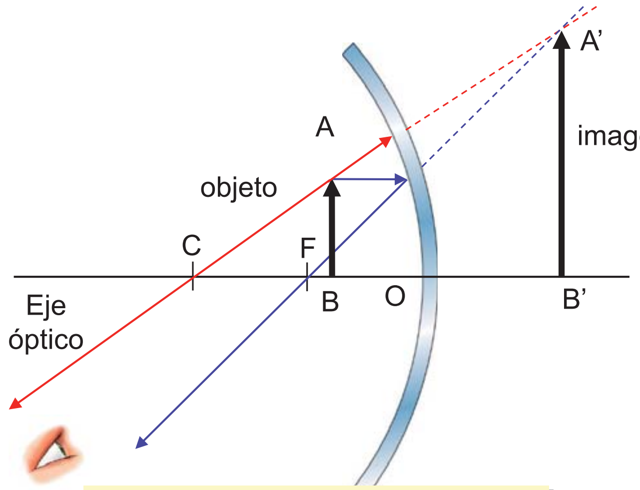


Objeto: entre el centro y el foco
Imagen: real, invertida y mayor

2.4 Espejos esféricos: construcción de imágenes

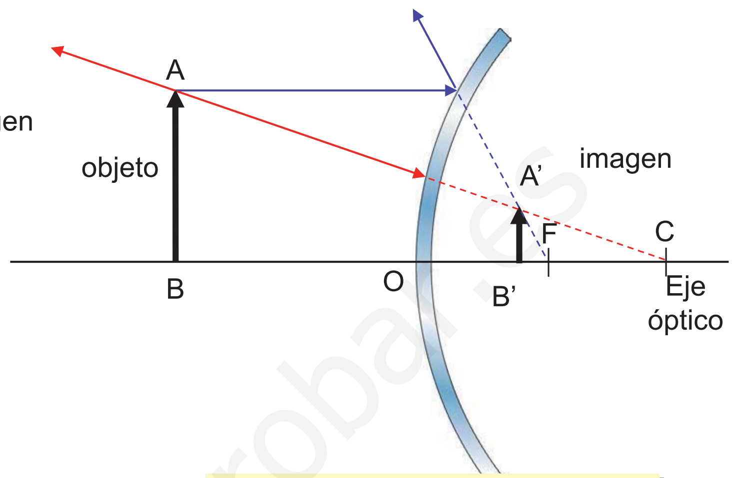
- La construcción gráfica de las imágenes se realiza dibujando al menos dos rayos de trayectorias conocidas y hallando su intersección tras reflejarse en el espejo.
- Todo rayo que llega al espejo paralelo al eje principal, al reflejarse, se desvía pasando por el foco si el espejo es cóncavo, o parece provenir del foco si el espejo es convexo.
- Todo rayo que incide perpendicular al espejo, se refleja sin desviarse.

Imágenes en Espejos Cóncavos



Objeto: entre el foco y el espejo
Imagen: virtual, derecha y mayor

Imágenes en Espejos Convexos



Objeto: en cualquier posición
Imagen: virtual, derecha y menor

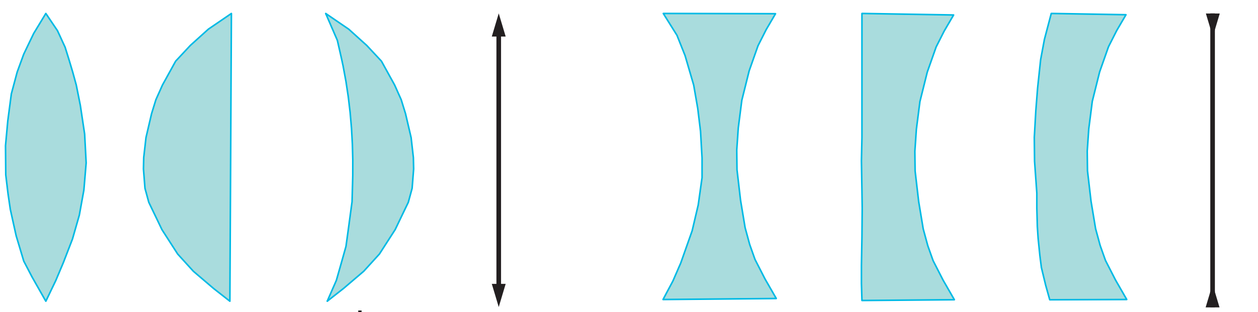
3.1 Óptica de la refracción. Lentes delgadas

- **Una lente es un medio transparente, homogéneo e isótropo limitado por dos superficies curvas o por una plana y otra curva.**
- Cuando la luz atraviesa una lente se desvía debido a un fenómeno de refracción.
- Si el grosor de la lente es despreciable en comparación con los radios de curvatura de las caras que la forman, recibe el nombre de **lente delgada.**

L e n t e s d e l g a d a s

- **Convergentes o convexas:**
Más gruesas por el centro que por los extremos.
Se denominan positivas.
Hacen converger los rayos que las atraviesan.

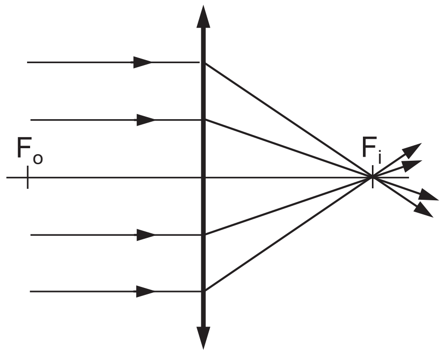
- **Divergentes o cóncavas:**
Más finas por el centro que por los extremos.
Se denominan negativas.
Hacen diverger las rayos que las atraviesan.



biconvexa **planoconvexa** **menisco convergente** **simbolo** **biconcava** **planoconcava** **menisco divergente** **simbolo**

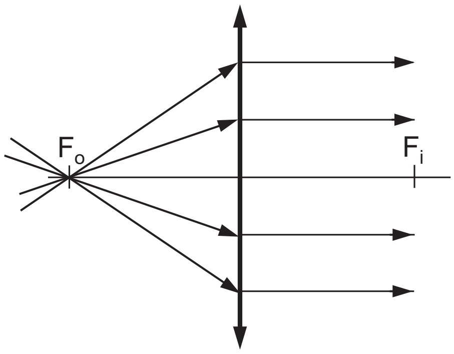
3.2 Lentes delgadas convergentes

• Marcha de rayos en una lente convergente



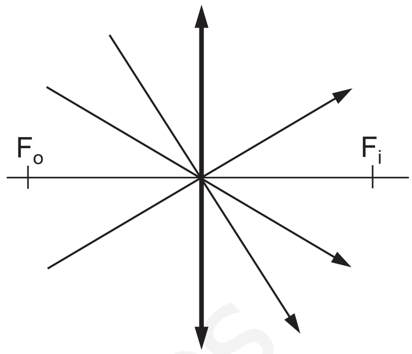
Foco Imagen

Los rayos que inciden en la lente paralelos al eje óptico y próximos a él, **rayos paraxiales**, se cortan en el **foco imagen.**



Foco Objeto

Los rayos que emergen de la lente paralelos al eje óptico, se cortan en el **foco objeto.**

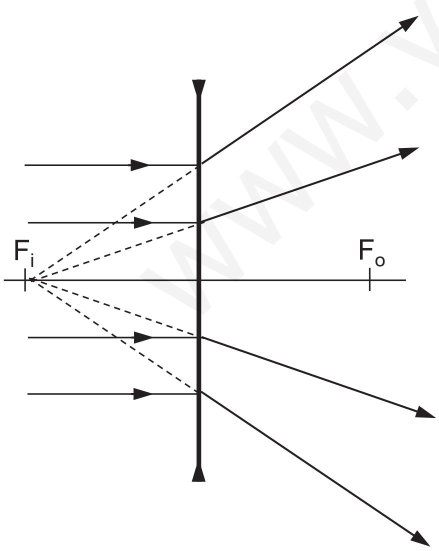


Centro Óptico

Los rayos que pasan por el **centro óptico** de la lente, no se desvían.

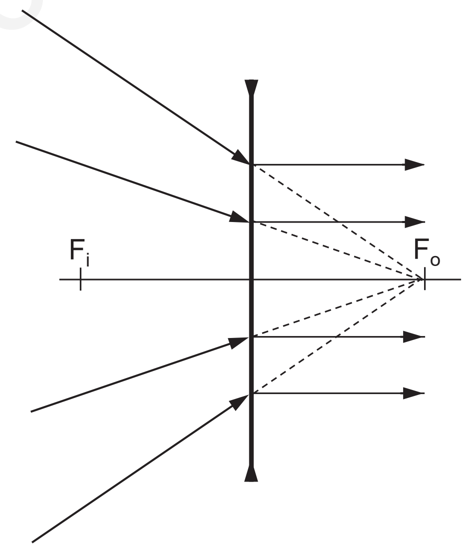
3.3 Lentes delgadas divergentes

• Marcha de rayos en una lente divergente



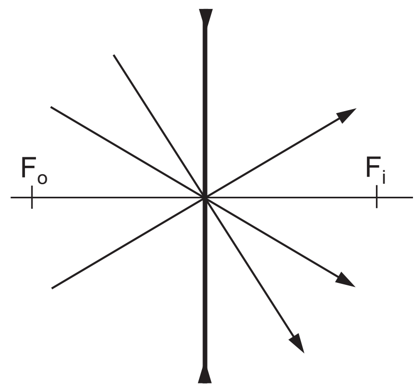
Foco Imagen

Los rayos que inciden en la lente paralelos al eje óptico y próximos a él, **rayos paraxiales**, sus prolongaciones se cortan en el **foco imagen.**



Foco Objeto

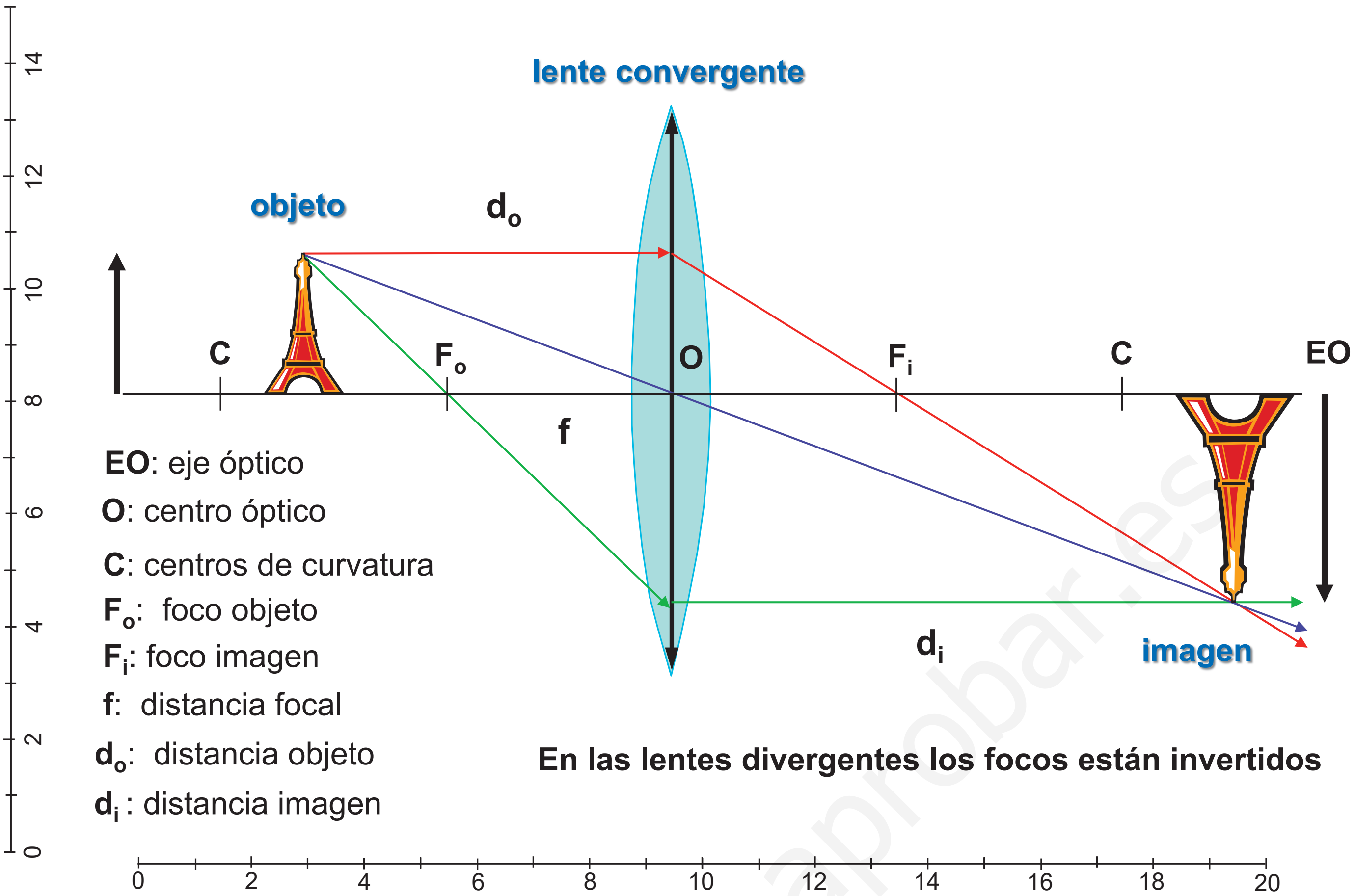
Los rayos que emergen de la lente paralelos al eje óptico, sus prolongaciones, se cortan en el **foco objeto.**



Centro Óptico

Los rayos que pasan por el **centro óptico** de la lente, no se desvían.

3.4 Elementos de una lente



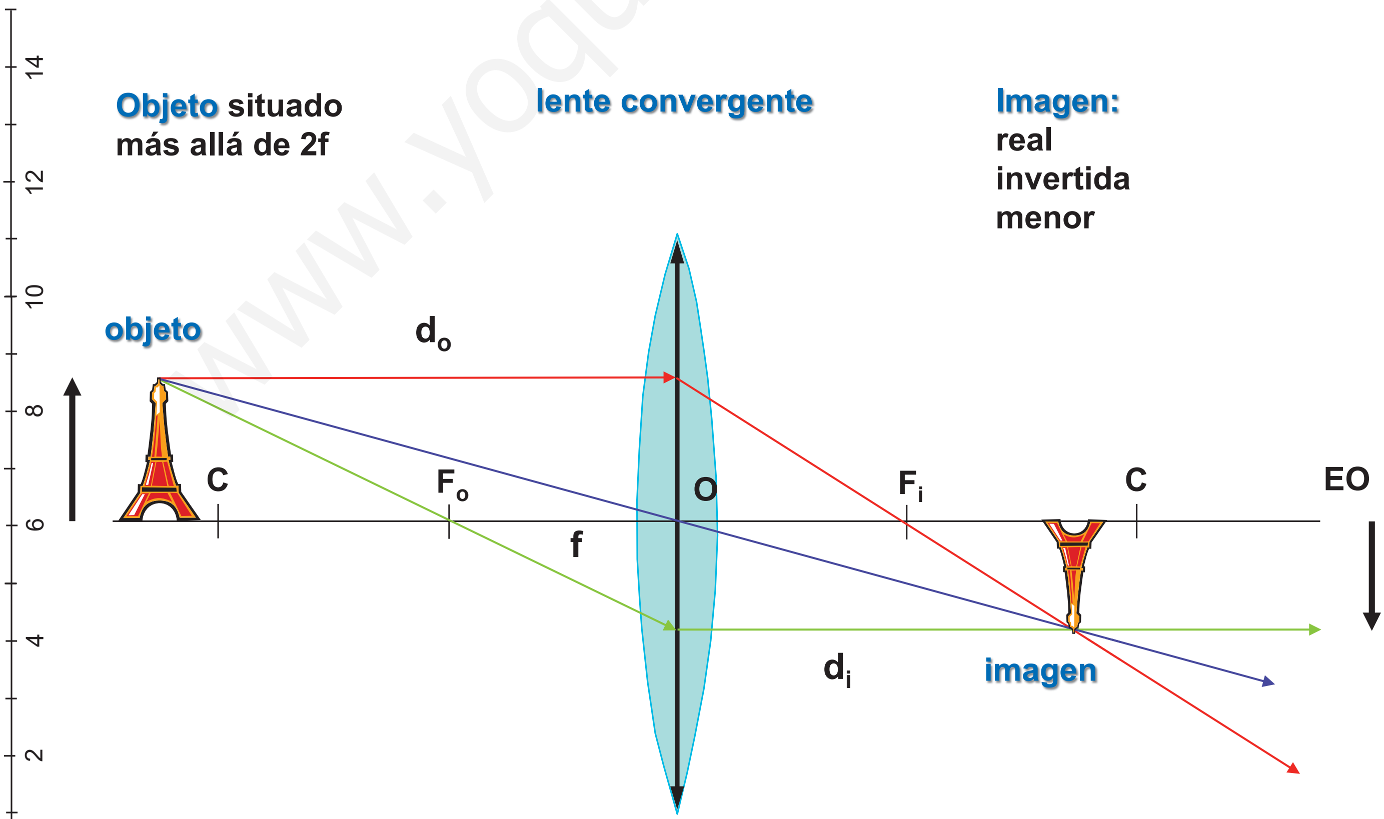
EO: eje óptico
O: centro óptico
C: centros de curvatura
F_o: foco objeto
F_i: foco imagen
f: distancia focal
d_o: distancia objeto
d_i : distancia imagen

En las lentes divergentes los focos están invertidos

3.5 Lentes convergentes: formación de imágenes - 1

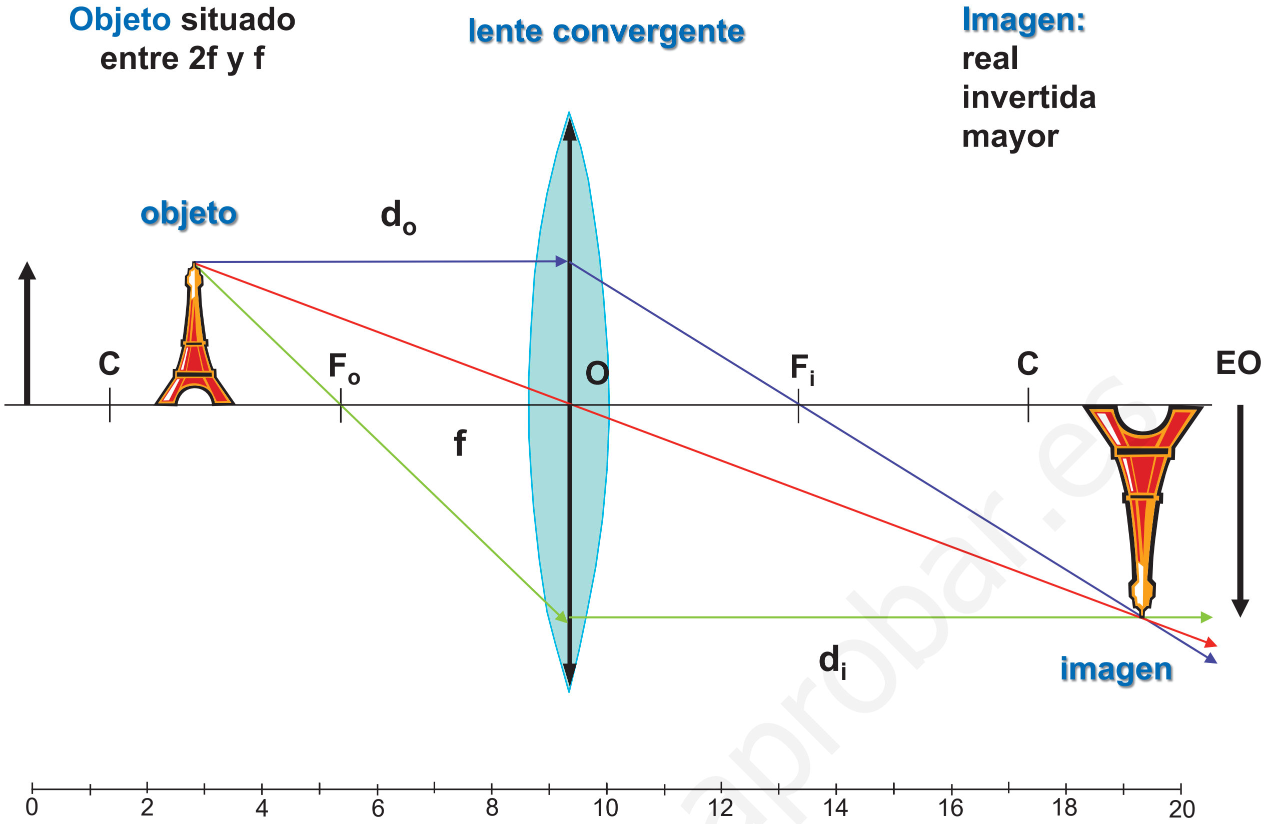
Objeto situado más allá de 2f

Imagen:
real
invertida
menor

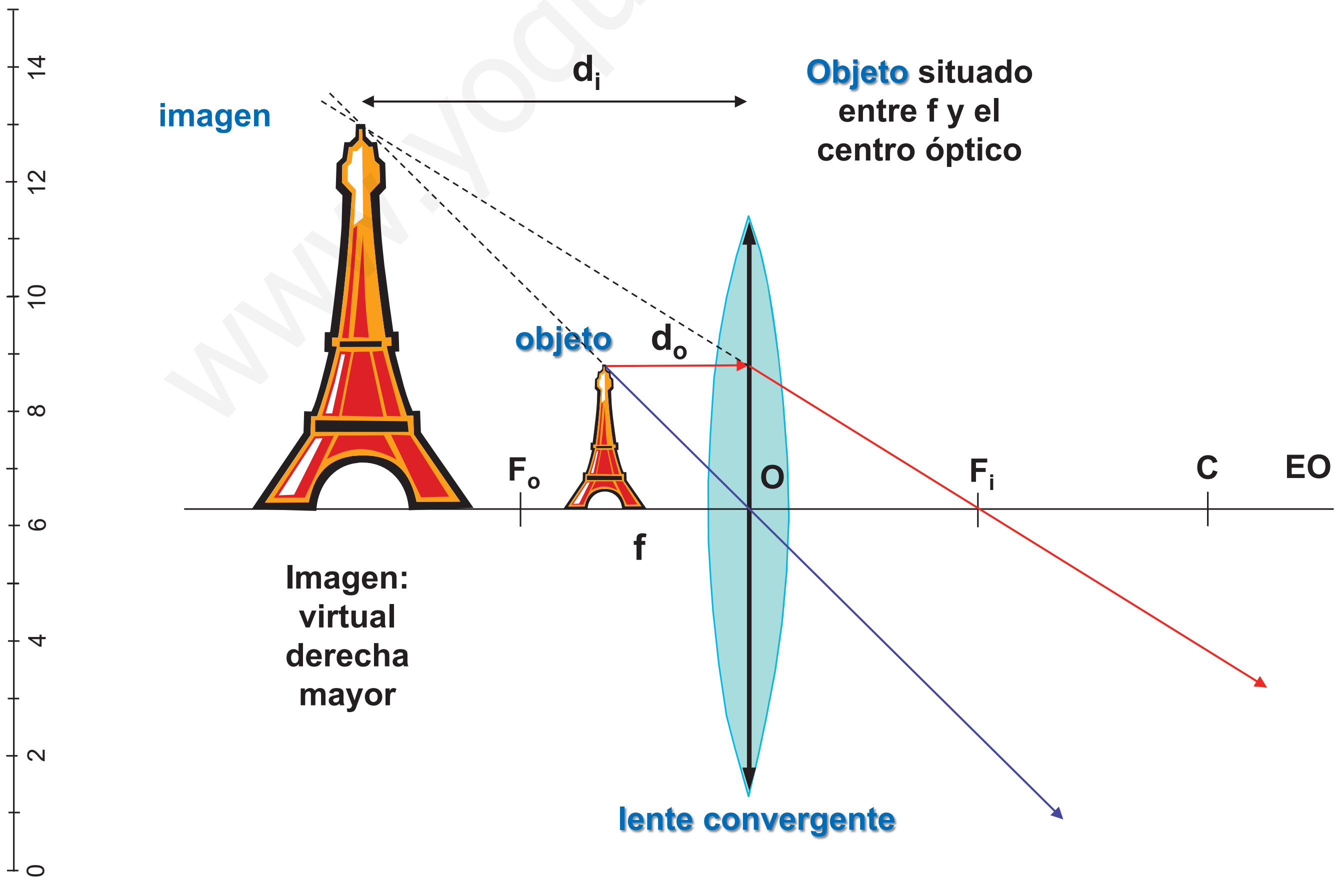


- La construcción gráfica de las imágenes se realiza dibujando al menos dos rayos de trayectorias conocidas y hallando su intersección después de refractarse en la lente.

3.6 Lentes convergentes: formación de imágenes - 2

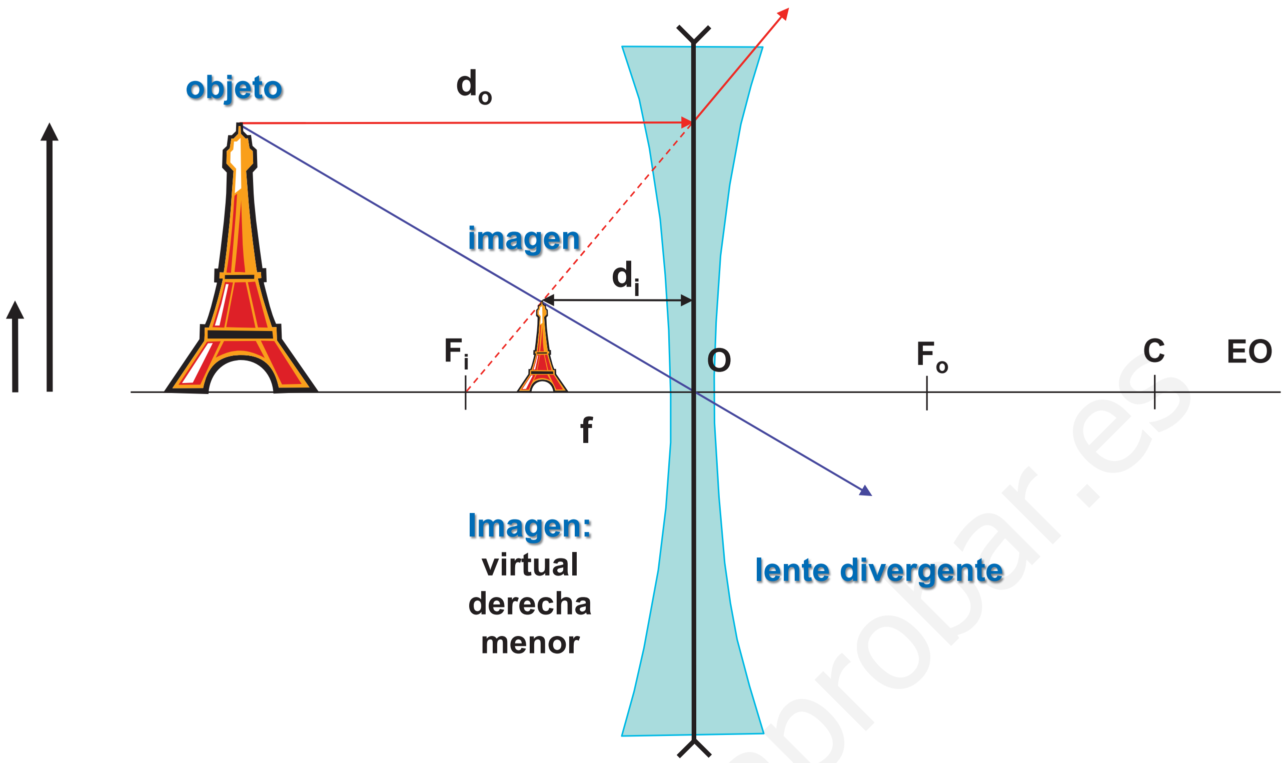


3.7 Lentes convergentes: formación de imágenes - 3

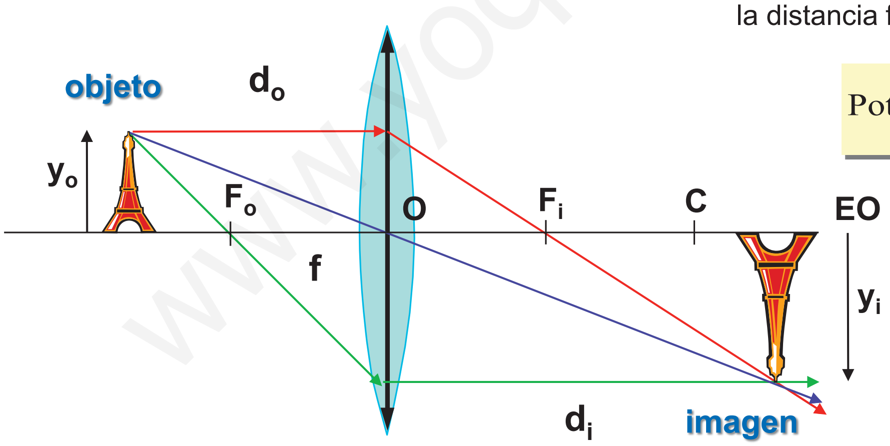


3.8 Lentes divergentes: formación de imágenes

En cualquier posición que se coloque el objeto, las lentes divergentes siempre forman imágenes virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto.



3.9 Ecuación, potencia y aumento de una lente



Potencia de una lente es la inversa de la distancia focal, expresada en metros.

$$\text{Potencia} = \frac{1}{f(m)} \text{ (dioptrías)}$$

Ecuación de una lente

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

d_o distancia objeto: siempre +d, puesto que el objeto se coloca delante (a la izquierda) de la lente.

d_i distancia imagen: si la imagen es real $+d_i$; si es virtual $-d_i$

f distancia focal: lentes convergentes +f; lentes divergentes -f

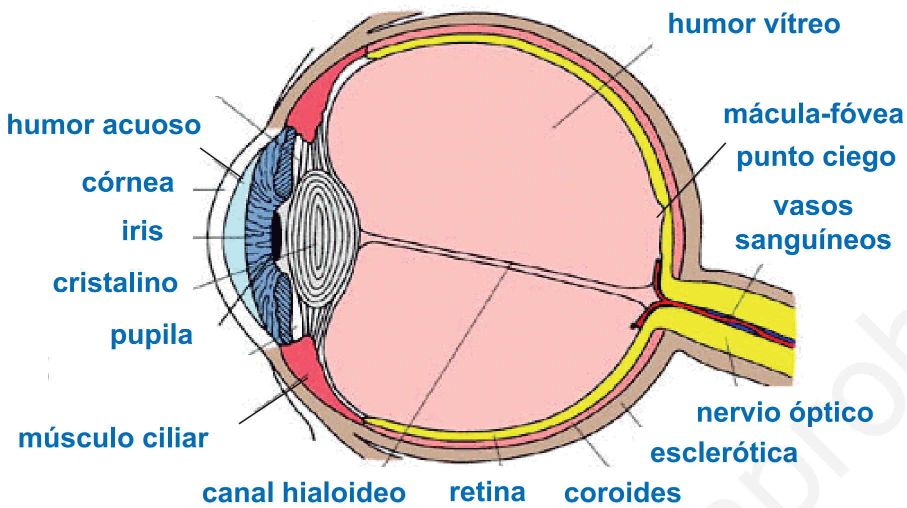
Aumento lateral es la relación entre el tamaño de la imagen y el del objeto. Esa relación es proporcional a la distancia imagen y la distancia objeto.

$$A = \frac{y_i}{y_o} = \frac{d_i}{d_o}$$

4.1 El ojo humano

- **El ojo humano es un sistema óptico** constituido por un conjunto de medios transparentes que forman sobre la retina una imagen real e invertida de los objetos.

- El ojo está rodeado por una membrana exterior y resistente llamada **esclerótica** que se hace transparente en su parte anterior y central formando la **córnea**, que da paso a una lente convergente, el **cristalino.** La **coroides** es la capa que recubre internamente la esclerótica y su función es absorber parte de la luz que entra al ojo.

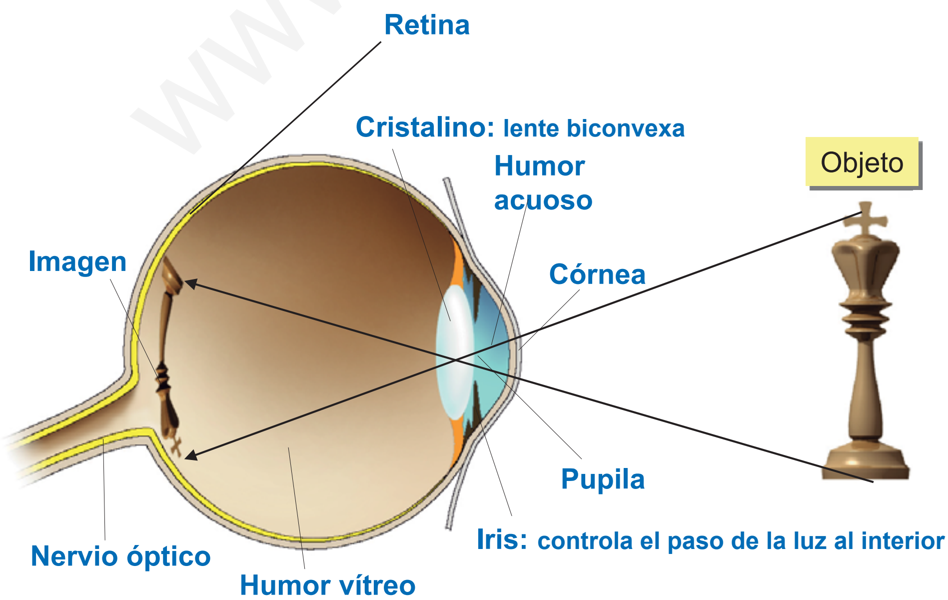


El cristalino (n=1,47) divide al ojo en dos partes: la anterior tiene un fluido, **el humor acuoso**, y la posterior otro, más gelatinoso el **humor vítreo**, los índices de refracción son similares al del agua.

4.2 El ojo humano

- La cantidad de luz que entra en el ojo se ajusta mediante un diafragma coloreado llamado **iris**, que posee una abertura, la **pupila**, cuyo diámetro está controlado por unas fibras musculares.

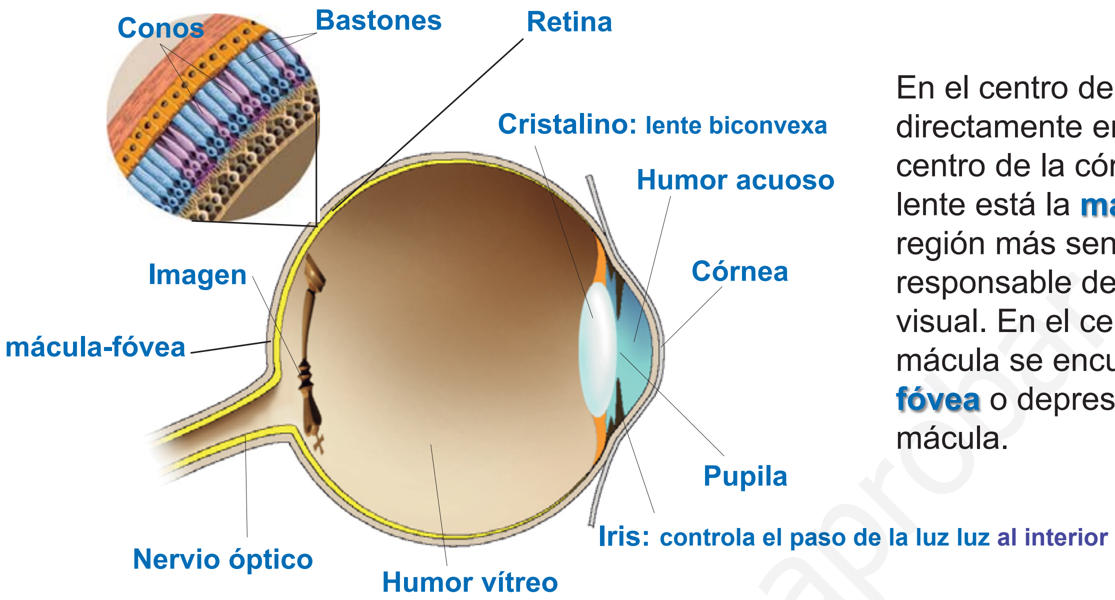
- El interior del ojo humano está formado por una serie de medios transparentes a la luz donde pueden aplicarse las **leyes de la óptica geométrica.**



La luz de un objeto llega al cristalino, que forma una **imagen real menor e invertida** sobre la retina, que contiene las prolongaciones del nervio óptico, cuya misión es transmitir las señales ópticas al cerebro.

4.3 El ojo humano

- La **retina** es el receptor óptico por excelencia. Es una finísima capa de unos 0,5 mm, formada por unas células fotorreceptoras llamadas **conos y bastones** que transforman las señales luminosas en eléctricas y las conducen al nervio óptico, que las envía al cerebro.
- Los bastones son sensibles a la luz y los conos a los colores. En el punto por el que el nervio óptico entre en el ojo no existen conos ni bastones, las imágenes que allí se forman no son visibles, es el **punto ciego.**



En el centro de la retina directamente en línea con el centro de la córnea y de la lente está la **mácula**, la región más sensible, responsable de la agudeza visual. En el centro de la mácula se encuentra la **fóvea** o depresión de la mácula.

4.4 El ojo humano

Acomodación

- De ordinario, el ojo está enfocado al infinito, y cuando se ve un objeto más próximo, para que su imagen se forme en la retina, existen los llamados **músculos ciliares,** que cambian la forma del cristalino, variando su distancia focal, llamando a este ajuste **acomodación.**
- Un ojo normal puede acomodar sin fatiga objetos situados hasta una distancia mínima de 25 cm, posición que se llama **punto próximo.**
- Por el contrario, el **punto remoto** es aquel que se halla a una distancia para la cual el ojo ha llegado al límite de acomodación, y para un ojo normal está en el infinito.

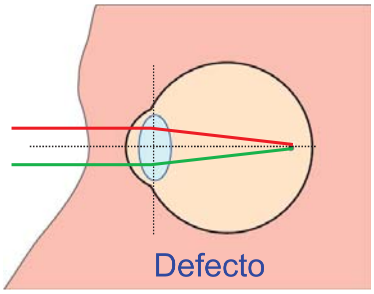
Adaptación a la Oscuridad

- El mecanismo de la **visión nocturna** implica la sensibilización de las células de los bastones gracias al **pigmento de la rodopsina**, sintetizado en su interior. Para la producción de este pigmento es necesaria la **vitamina A y su deficiencia conduce a la ceguera nocturna.**
- La rodopsina se blanquea por la acción de la luz y los bastones deben reconstituirla en la oscuridad, de ahí que una persona que entra en una habitación oscura procedente del exterior con luz del sol, no puede ver hasta que el pigmento no empieza a formarse.

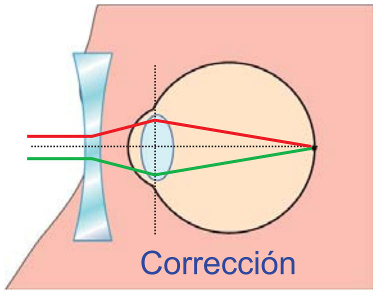
4.5 Defectos de la visión más frecuentes

• Miopía

- Se debe a una deformación por alargamiento del globo ocular. El ojo miope enfoca correctamente en la retina los objetos cercanos.
- La imagen correspondiente a la visión lejana se forma delante de la retina; siendo borrosa



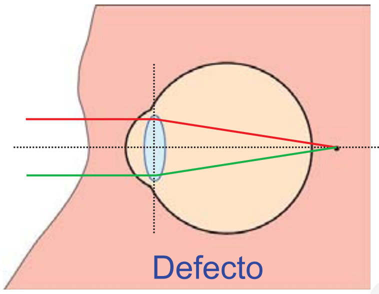
La imagen se forma por delante de la retina.



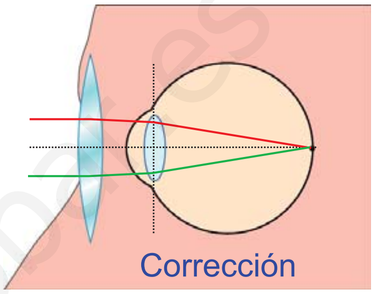
Mediante una lente divergente se consigue un enfoque correcto.

• Hipermetropía

- Alteración opuesta a la miopía. Se debe a que el ojo es demasiado corto, no se enfocan de forma correcta los objetos cercanos.
- La imagen se forma detrás de la retina. El ojo hipermétrope ve bien de lejos, pero mal de cerca.



La imagen se forma por detrás de la retina.

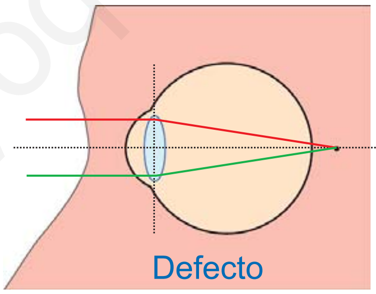


Mediante una lente convergente se consigue un enfoque correcto.

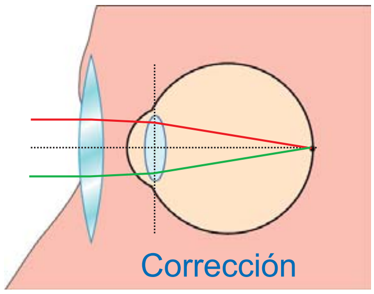
4.6 Defectos de la visión más frecuentes

• Presbicia

- También llamada **vista cansada.** El ojo al envejecer pierde flexibilidad o poder de acomodación (alejamiento del punto próximo con la edad).



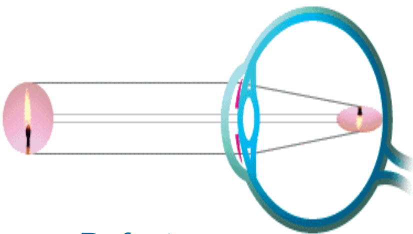
Los objetos cercanos se ven mal . La imagen se forma detrás de la retina.



La presbicia se corrige con lentes convergentes.

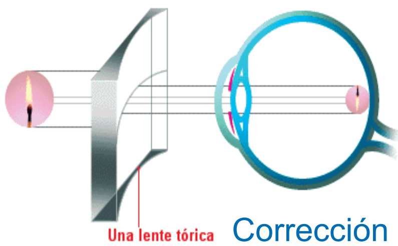
• Astigmatismo

- Está originado porque la cornea no es perfectamente esférica, tiene diferente curvatura en un plano que en otro. Esto da como resultado una imagen borrosa.



Defecto

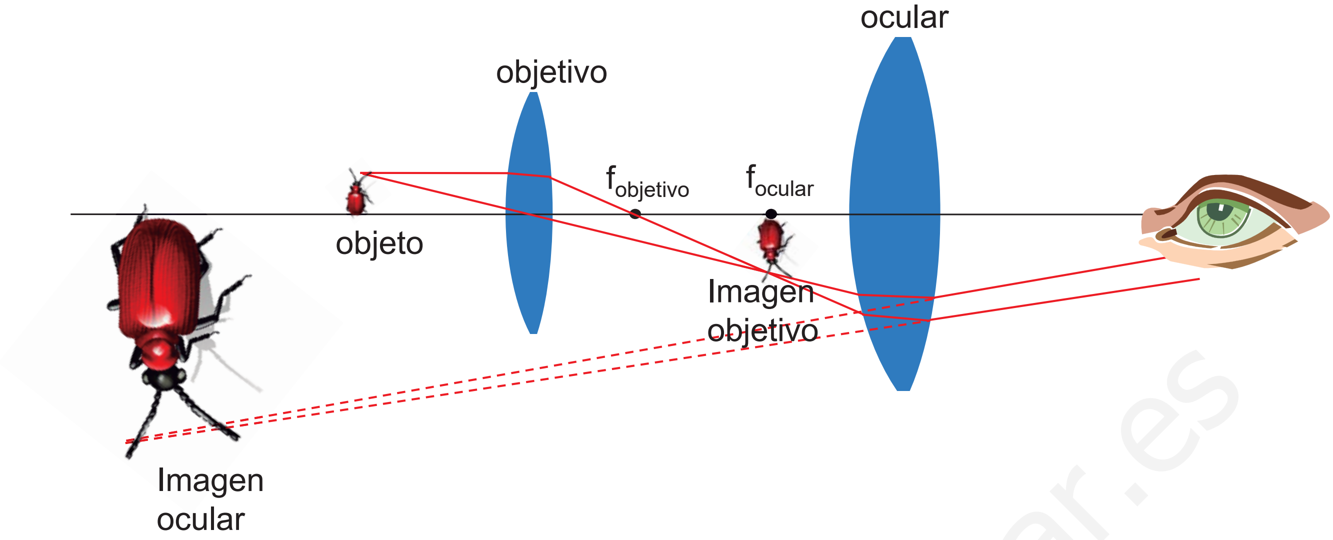
Un punto objeto da lugar a un corto segmento.



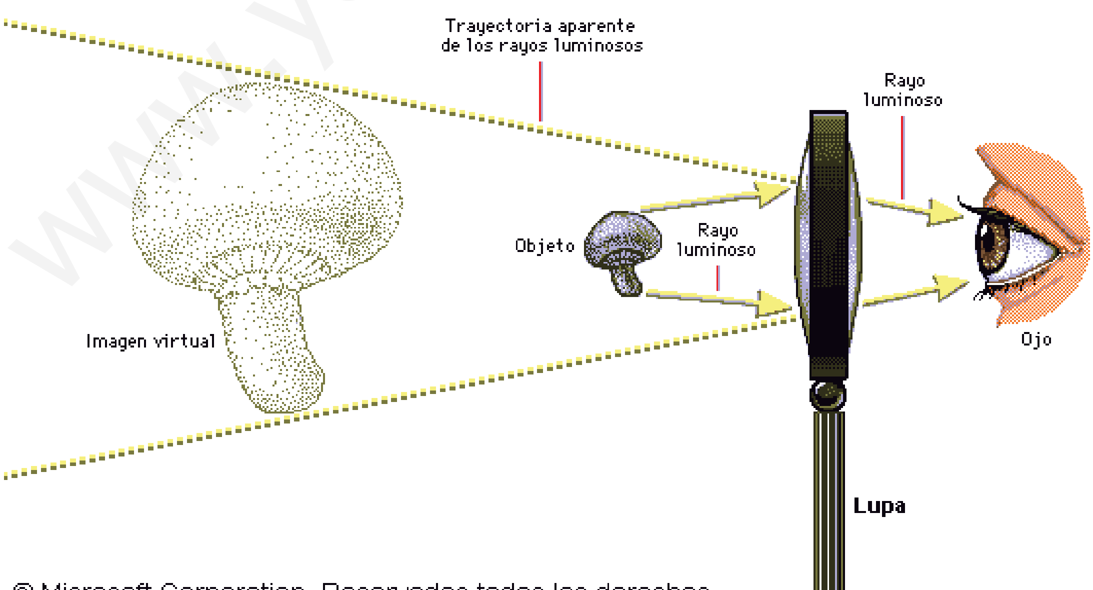
Corrección

El astigmatismo se corrige con lentes que combinan la forma cilíndrica con la forma esférica.

5.1 Algunos instrumentos ópticos. Microscopio compuesto



5.2 Algunos instrumentos ópticos. La lupa



6. Ejercicios de óptica: espejo plano

1. Un objeto se encuentra frente a un espejo plano a una distancia de 4m del mismo. Construya la imagen gráficamente y explique sus características.

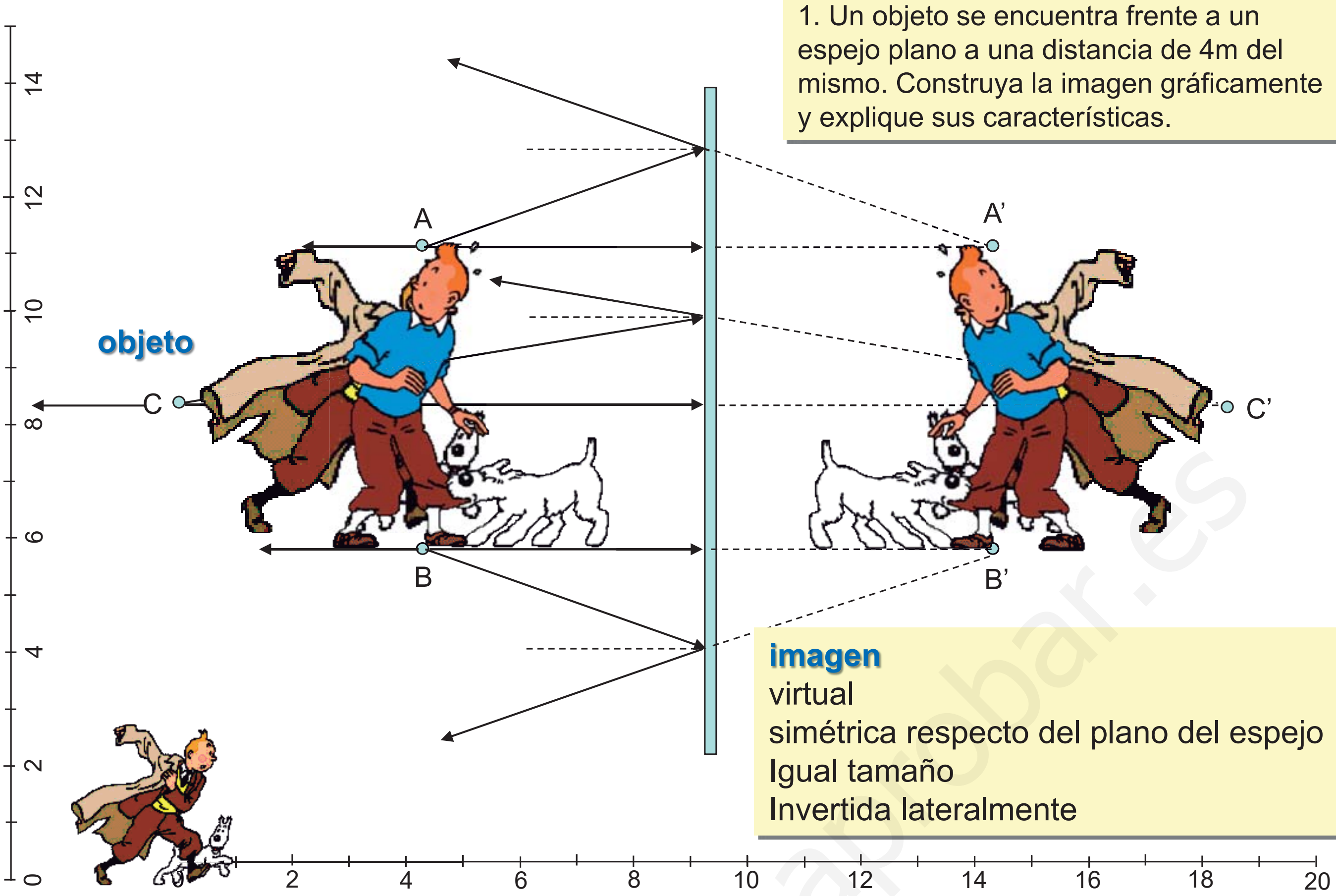
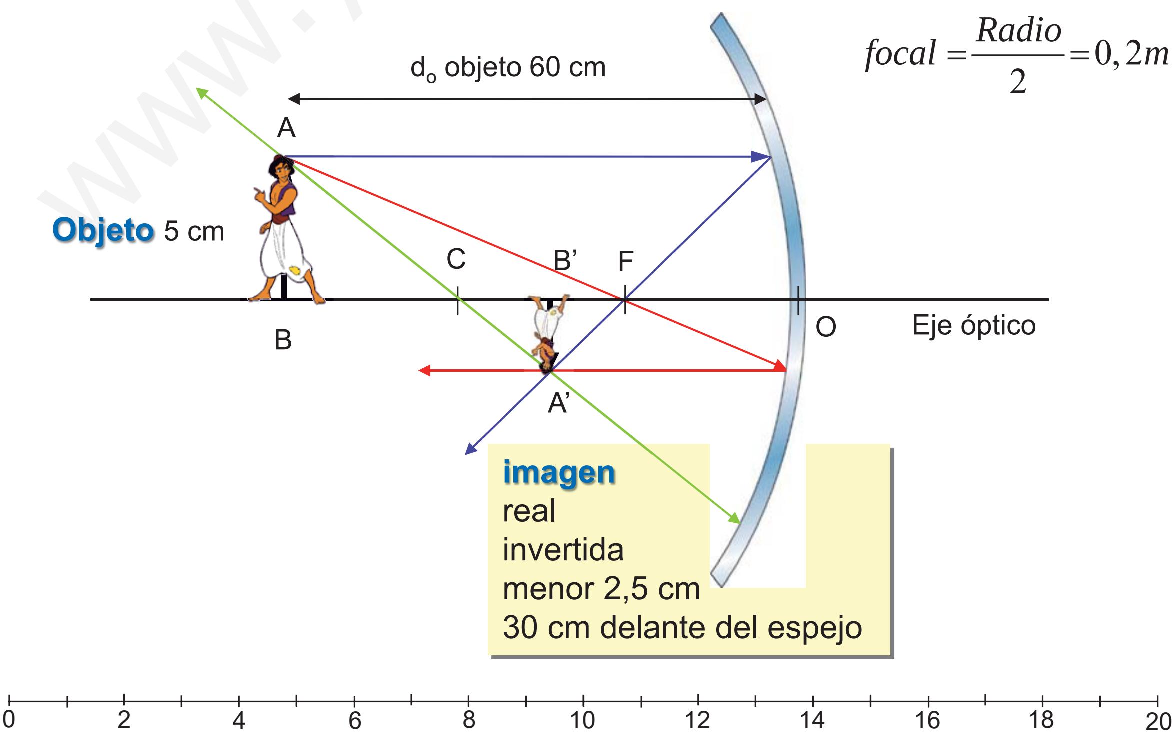


imagen
virtual
simétrica respecto del plano del espejo
Igual tamaño
Invertida lateralmente

6. Ejercicios de óptica: espejo cóncavo

2. Delante de un espejo cóncavo con un radio de curvatura de 0,4 m se sitúa un objeto de 0,05 m de altura a una distancia de 0,6 m del vértice óptico. Calcula: a) La distancia focal del espejo. b) La posición y el tamaño de la imagen. Los resultados se obtienen gráficamente.



$$focal = \frac{Radio}{2} = 0,2m$$

imagen
real
invertida
menor 2,5 cm
30 cm delante del espejo

6. Ejercicios de óptica: espejo convexo

3. El radio de curvatura de un espejo esférico convexo es 1,2 m. Se sitúa un objeto de 12 cm de altura por delante de él y a 90 cm de distancia. ¿Dónde se forma la imagen? ¿ Cuál es su tamaño?

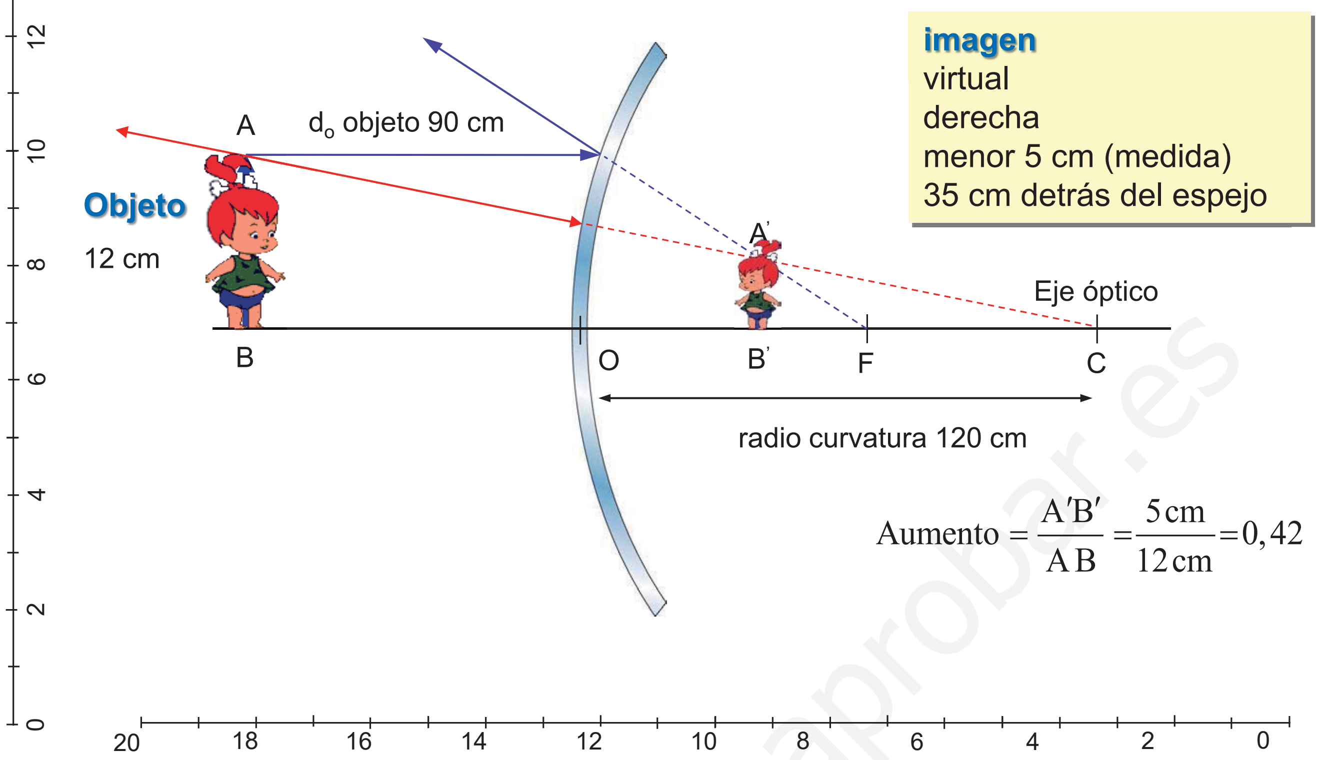


imagen
virtual
derecha
menor 5 cm (medida)
35 cm detrás del espejo

$$\text{Aumento} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{5\,\text{cm}}{12\,\text{cm}} = 0,42$$

6. Ejercicios de óptica: lente convergente

4. Un objeto de 2 cm se coloca a 25 cm de una lente convergente de 15 cm de distancia focal. Determina gráficamente la posición y el tamaño de la imagen que se forma.

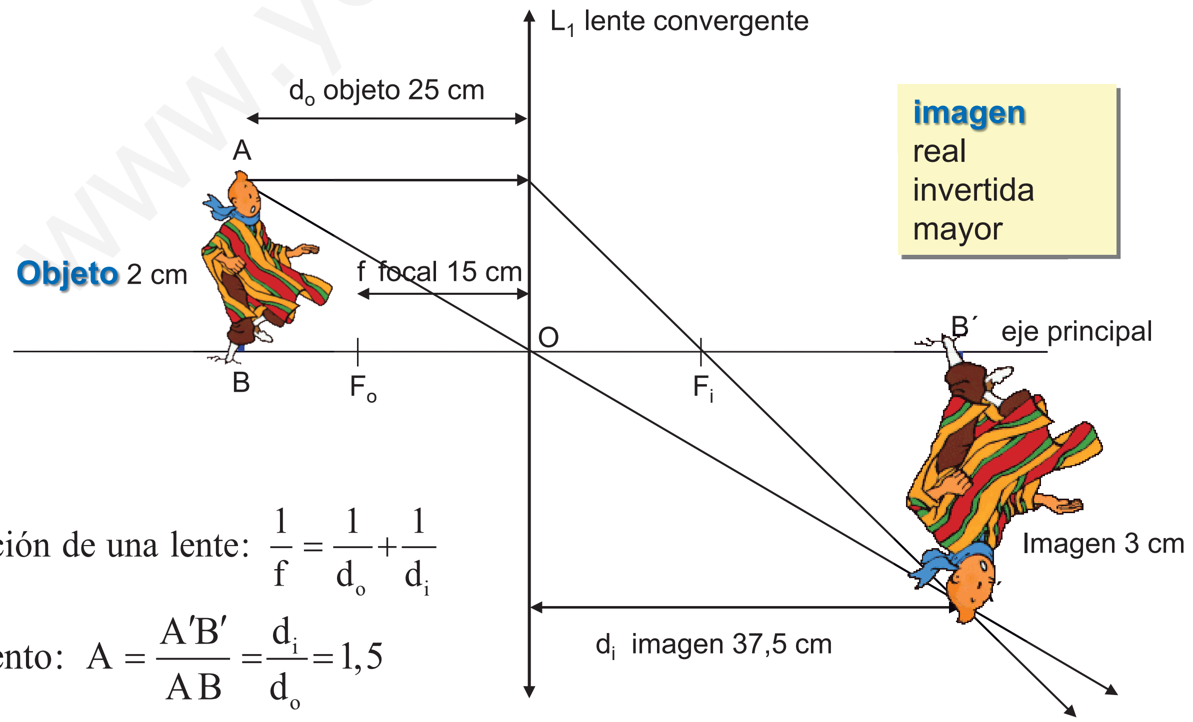


imagen
real
invertida
mayor

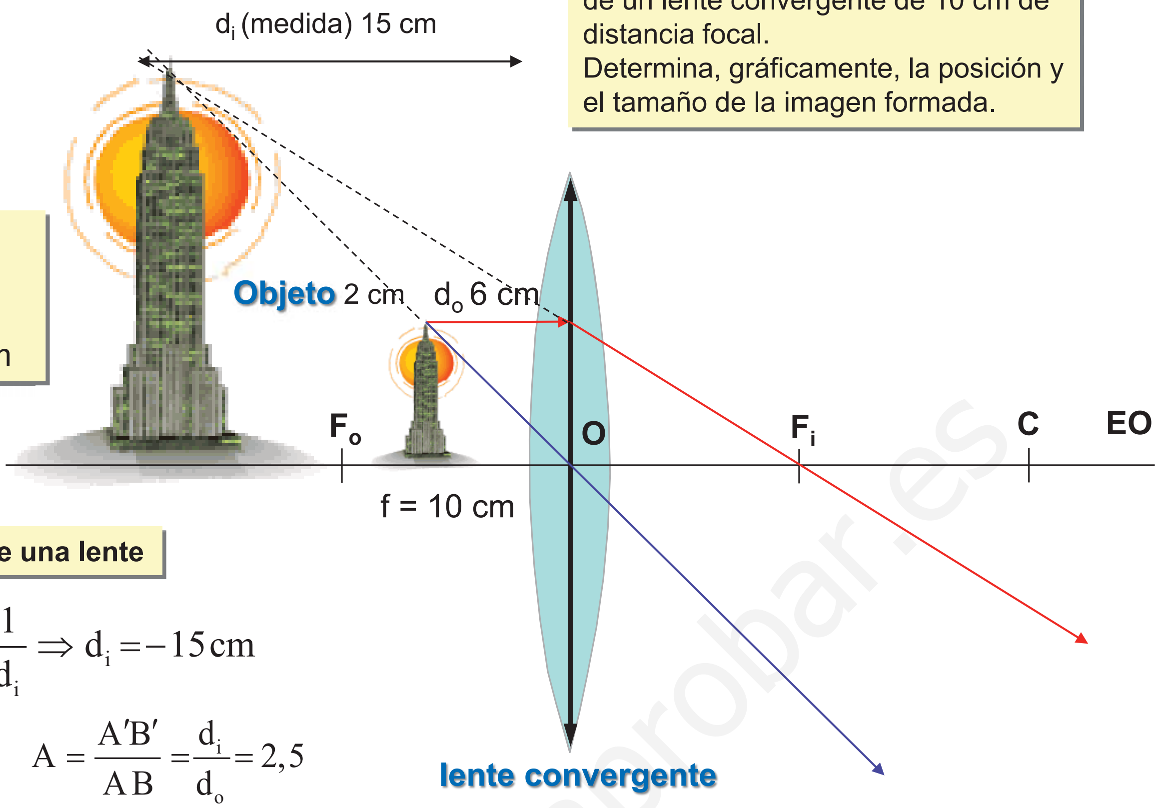
$$\text{Ecuación de una lente: } \frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

$$\text{Aumento: } A = \frac{A'B'}{AB} = \frac{d_i}{d_o} = 1,5$$

6. Ejercicios de óptica: lente convergente

5. Un objeto de 2 cm se coloca a 6 cm de un lente convergente de 10 cm de distancia focal.
Determina, gráficamente, la posición y el tamaño de la imagen formada.

imagen
virtual
derecha
mayor 5 cm



Ecuación de una lente

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{d_o}+\frac{1}{d_i}\Rightarrow d_i=-15\,\text{cm}$$

Aumento $A=\frac{A'B'}{AB}=\frac{d_i}{d_o}=2,5$

6. Ejercicios de óptica: lente divergente

$$\text{Potencia}_{\text{lente}}=\frac{1}{f(m)}\Rightarrow -4,5\,\text{dioptrias}=\frac{1}{f(m)}\Rightarrow f=-0,22\,\text{m}=-22\,\text{cm}$$

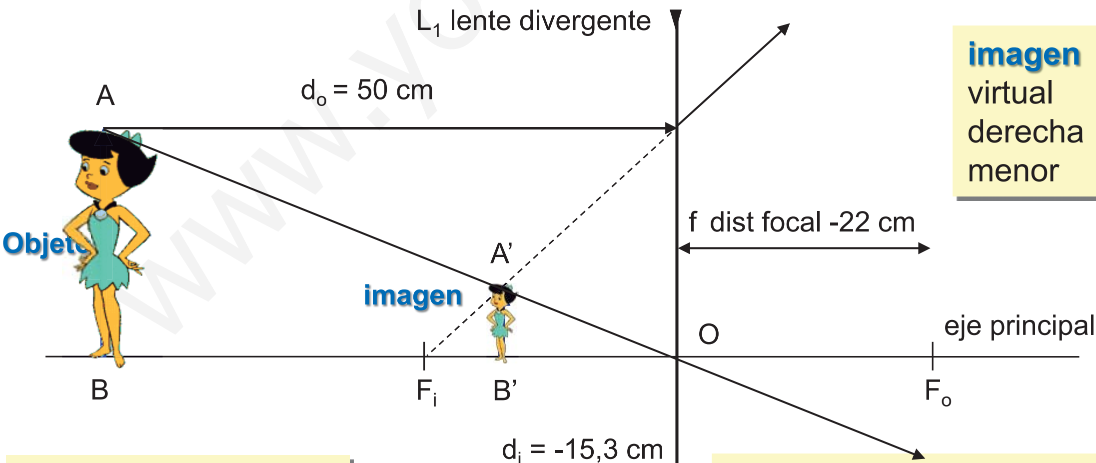


imagen
virtual
derecha
menor

Ecuación de una lente

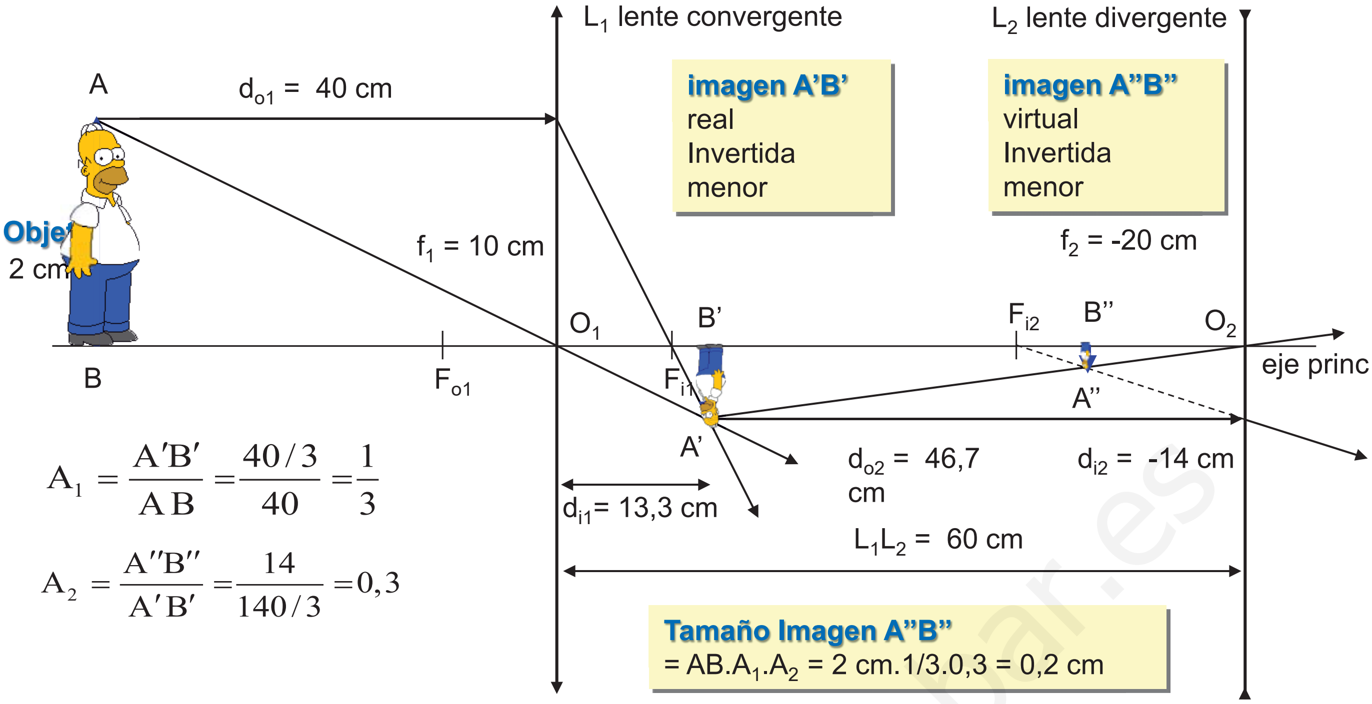
$$\frac{1}{f}=\frac{1}{d_o}+\frac{1}{d_i}\Rightarrow\frac{1}{-22}=\frac{1}{50}+\frac{1}{d_i}\Rightarrow d_i=-15,3\text{ cm}$$

Aumento $A=\frac{A'B'}{AB}=\frac{d_i}{d_o}=\frac{15,3}{50}=0,3$

5. Tenemos una lente de -4,5 dioptrías de potencia. Ponemos un objeto delante de la lente a 50 cm de distancia. a) ¿Dónde se forma la imagen y de qué tipo es? ¿Cuál es el aumento lateral obtenido?.Haz un diagrama de rayos y los cálculos pertinentes. b) Si se puede, ¿dónde deberíamos poner el objeto para obtener una imagen real?. Justifica la respuesta.

Las lentes divergentes siempre forman imágenes virtuales.

6. Ejercicios de óptica: sistema de lentes convergente – divergente

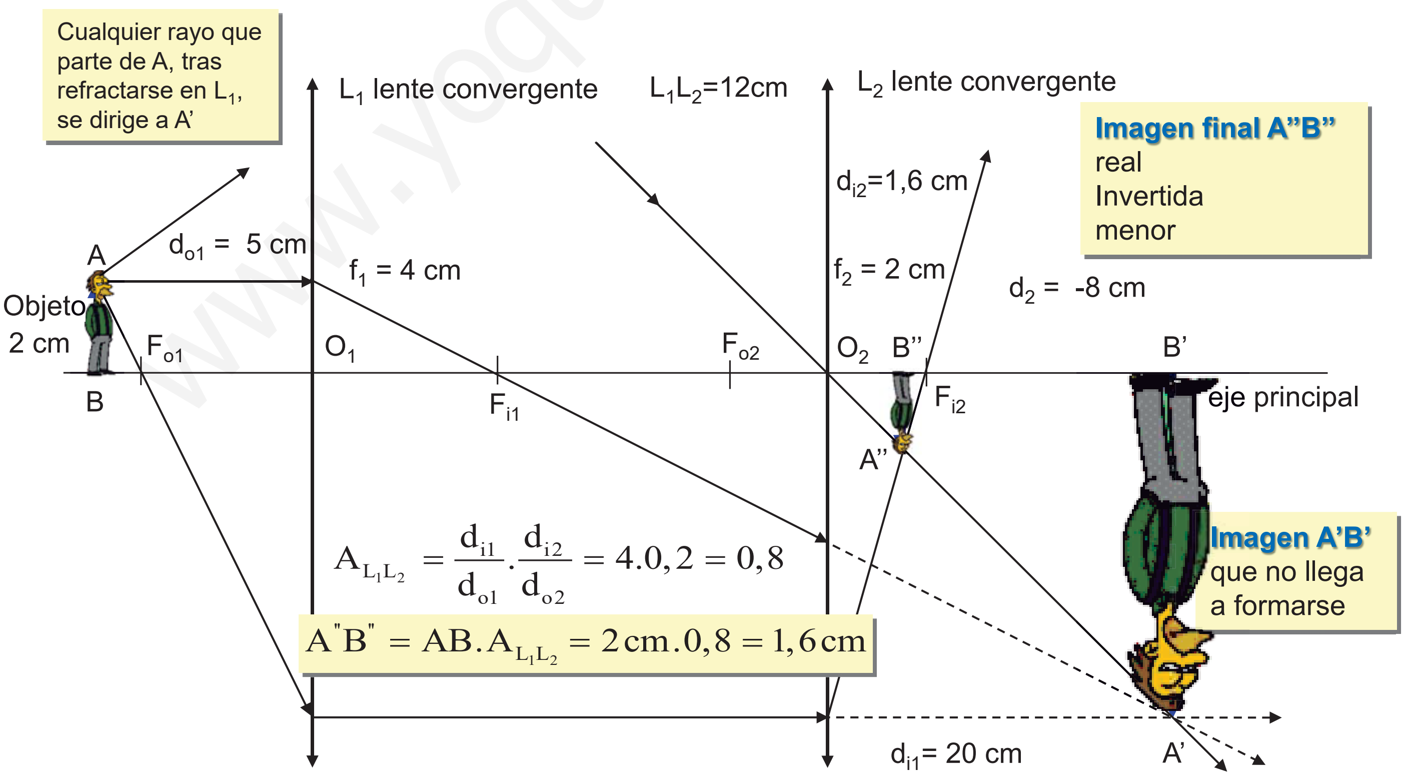


$$A_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{40/3}{40} = \frac{1}{3}$$

$$A_2 = \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{14}{140/3} = 0,3$$

7. Un objeto de 2 cm se encuentra a 40 cm de una lente convergente, de distancia focal 10 cm. Una segunda lente divergente, de distancia focal 20 cm, está situada 60 cm detrás de la primera. Determina gráficamente las características de la imagen final que se forma; su posición y tamaño.

6. Ejercicios de óptica: sistema de lentes convergentes



$$A_{L_1L_2} = \frac{d_{i1}}{d_{o1}} \cdot \frac{d_{i2}}{d_{o2}} = 4 \cdot 0,2 = 0,8$$

$$A''B'' = AB.A_{L_1L_2} = 2\,\text{cm}.0,8 = 1,6\,\text{cm}$$

8. Un objeto de 2 cm se encuentra a 5 cm de una lente convergente, de distancia focal 4 cm. Una segunda lente también convergente, de distancia focal 2 cm, está situada 12 cm detrás de la primera. Determina gráficamente las características de la imagen final que se forma, su posición y tamaño.

6. Ejercicios de óptica: sistema de lentes convergente – divergente

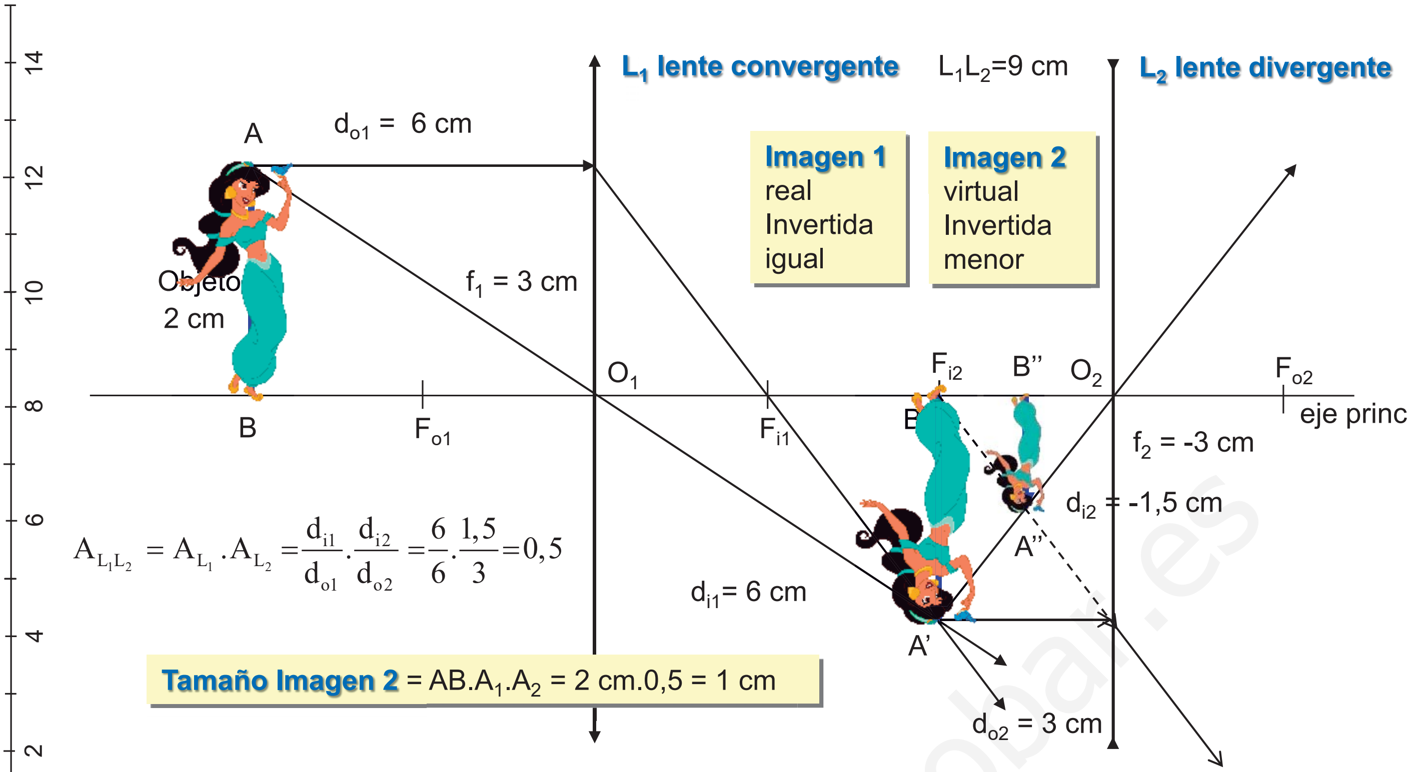


Imagen 1
real
Invertida
igual

Imagen 2
virtual
Invertida
menor

$$A_{L_1L_2} = A_{L_1}.A_{L_2} = \frac{d_{i1}}{d_{o1}}.\frac{d_{i2}}{d_{o2}} = \frac{6}{6}.\frac{1,5}{3} = 0,5$$

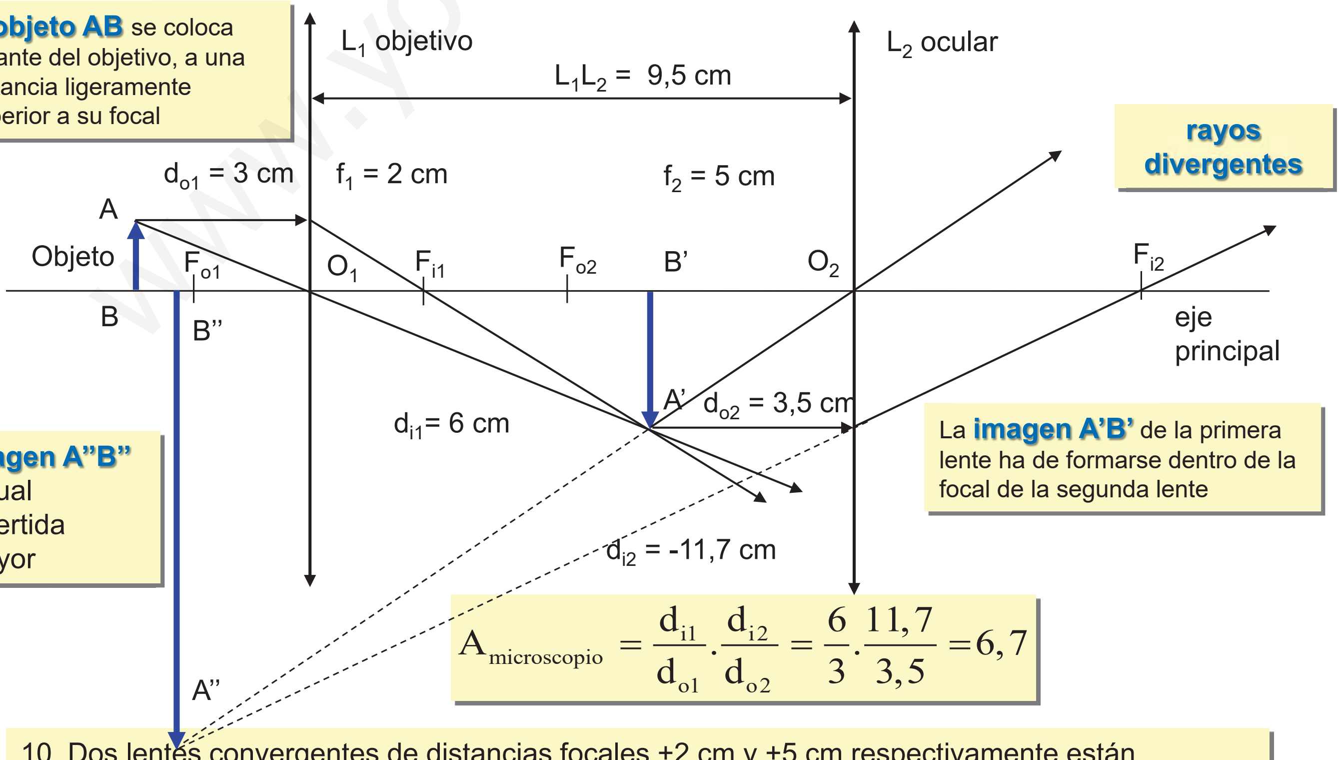
Tamaño Imagen 2 = AB.A_1.A_2 = 2 cm.0,5 = 1 cm

9. Un objeto de 2 cm se encuentra a 6 cm de una lente convergente, de distancia focal 3 cm. Una segunda lente divergente, de distancia focal 3 cm, está situada 9 cm detrás de la primera. Determina gráficamente las características de la imagen final que se forma, así como su posición y tamaño.

6. Microscopio compuesto

Par de lentes convergentes que son el esquema del funcionamiento de un **Microscopio Compuesto**

El **objeto AB** se coloca delante del objetivo, a una distancia ligeramente superior a su focal



rayos divergentes

Imagen A''B''
virtual
Invertida
mayor

La **imagen A'B'** de la primera lente ha de formarse dentro de la focal de la segunda lente

$$A_{\text{microscopio}} = \frac{d_{i1}}{d_{o1}}.\frac{d_{i2}}{d_{o2}} = \frac{6}{3}.\frac{11,7}{3,5} = 6,7$$

10. Dos lentes convergentes de distancias focales +2 cm y +5 cm respectivamente están separadas 9,5 cm. Se sitúa un objeto a 3 cm por delante de la primera. Calcular la posición y el aumento de la imagen final formada por ambas lentes.

7. Cuestiones de óptica

1. a) ¿Qué se entiende por interferencia de la luz? b) ¿Por qué no observamos la interferencia de la luz producida por los faros de un automóvil?.

2. a) Enunciar las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explicar la diferencia entre ambos fenómenos. b) Comparar lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.

3. a) Describe brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa?. b) Dos rayos de luz inciden sobre un punto. ¿Pueden producir oscuridad?. Explica razonadamente este hecho.

4. a) Explicar los fenómenos de reflexión y de la refracción de la luz. b) El índice de refracción del agua respecto del aire es n >1. Razonar cuáles de las siguientes magnitudes cambian, y cómo, al pasar un haz de luz del aire al agua: frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

5. a) ¿En qué consiste la dispersión de la luz?. ¿Depende dicho fenómeno del índice de refracción del medio y/o de la longitud de onda de la luz?. b) Explicar la dispersión de la luz por un prisma, ayudándote de un esquema.

6. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de una onda. b) ¿Tienen igual frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación la onda incidente, la reflejada y la refractada?

7. a) Explicar, con ayuda de un esquema, los fenómenos de reflexión y refracción de la luz y escribir sus leyes. b) ¿Puede formarse una imagen real con un espejo convexo?. Razonar la respuesta utilizando los esquemas que se consideren oportunos.

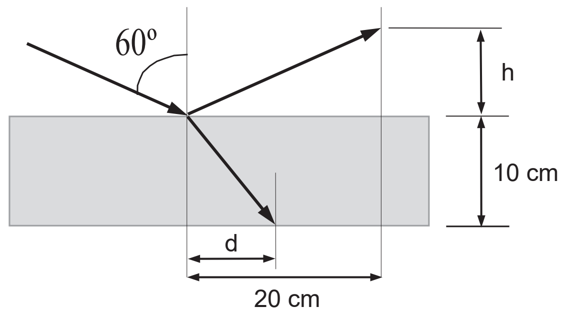
8. a) ¿En qué consiste el fenómeno de polarización de las ondas? b) ¿Se puede polarizar el sonido?. Razone la respuesta.

7. Ejercicios de óptica

14. Un rayo de luz amarilla, emitida por una lámpara de sodio, tiene una longitud de onda en el vacío de 580.10^{-9} m. a) Determinar la velocidad de propagación y la longitud de onda de dicha luz en el interior de una fibra de cuarzo, cuyo índice de refracción es n =1,5. b) ¿Pueden existir valores del ángulo de incidencia para los que un haz de luz, que se propague por el interior de una fibra de cuarzo, no salga al exterior?. Explicar el fenómeno y, en su caso, calcular los valores del ángulo de incidencia para los cuales tiene lugar. Dato: c = 3.10^8 $m.s^{-1}$.

15. Un rayo de luz pasa del agua al aire con un ángulo de incidencia de 30º respecto a la normal. a) Dibujar en un esquema los rayos incidente y refractado y calcular el ángulo de refracción. b) ¿Cuál debería ser el ángulo de incidencia para que el rayo refractado fuera paralelo a la superficie de separación agua-aire?. Índice de refracción del agua respecto al aire n = 1,3.

16. Una lámina de vidrio, de índice de refracción 1,5, de caras paralelas y espesor 10 cm, está colocada en el aire. Sobre una de sus caras incide un rayo de luz, como se muestra la figura. Calcule: a) La altura h y la distancia d marcadas en la figura. b) El tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina. c = 3.10^8 $m.s^{-1}$.



7. Ejercicios de óptica

17. Un rayo de luz monocromática emerge desde el interior de un bloque de vidrio hacia el aire. Si el ángulo de incidencia es de 19,5º y el de refracción de 30º. a) Determine el índice de refracción y la velocidad de propagación de la luz en el vidrio. b) Como sabe, pueden existir ángulos de incidencia para los que no hay rayo refractado; es decir, no sale luz del vidrio. Explique este fenómeno y calcule los ángulos para los que tiene lugar. $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$; $n_{aire} = 1$.

18. Cuando un rayo de luz se propaga a través del agua (n = 1,33) emerge hacia el aire para ciertos valores del ángulo de incidencia y para otros no. a) Explica este fenómeno e indica para qué valores del ángulo de incidencia emerge el rayo. b) ¿Cabría esperar un hecho similar si la luz pasa del aire al agua?.

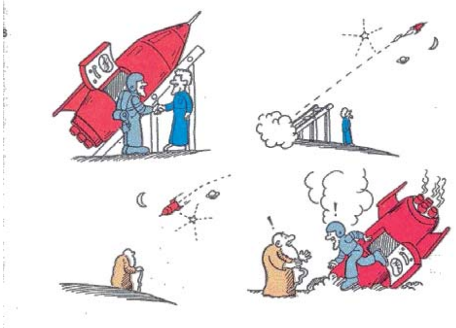
19. Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio, de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de 45º. a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción. b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo del rayo que sale de la lámina con la normal). ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio?. $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$; $n_{vidrio} = 1,3$. .

20. a) Un objeto se encuentra frente a un espejo plano a una distancia de 4 m del mismo. Construir gráficamente la imagen y explicar sus características. b) Repetir el apartado anterior si se sustituye el espejo plano por uno cóncavo de 2m de radio.

21. a) Un objeto se encuentra a una distancia de 0,6 m de una lente delgada convergente de 0,2 m de distancia focal. Construir gráficamente la imagen que se forma y explicar sus características. b) Repetir el apartado anterior si el objeto se coloca a 0,1m de la lente.

22. Construya la imagen de un objeto situado a una distancia entre f y 2f de una lente: a) convergente; b) divergente. Explique en ambos casos las características de las imágenes.

Tema 10
Principios de la relatividad especial



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

09. Principios de la relatividad especial: Índice

CONTENIDOS	
1. El conflicto entre la electrodinámica y la mecánica de Newton · 2. Antecedentes de la relatividad especial · 3. Postulados de la relatividad especial · 4. Consecuencias de los postulados de Einstein · 5. Transformación de Lorentz · 6. Principios de la dinámica a la luz de la relatividad · 7. Evidencias experimentales de la teoría de la relatividad.	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
1. Valorar la motivación que llevó a Michelson y Morley a realizar su experimento y discutir las implicaciones que de él se derivaron.	1.1. Explica el papel del éter en el desarrollo de la Teoría Especial de la Relatividad. 1.2. Reproduce esquemáticamente el experimento de Michelson-Morley así como los cálculos asociados sobre la velocidad de la luz, analizando las consecuencias que se derivaron.
2. Aplicar las transformaciones de Lorentz al cálculo de la dilatación temporal y la contracción espacial que sufre un sistema cuando se desplaza a velocidades cercanas a las de la luz respecto a otro dado.	2.1. Calcula la dilatación del tiempo que experimenta un observador cuando se desplaza a velocidades cercanas a la de la luz con respecto a un sistema de referencia dado aplicando las transformaciones de Lorentz. 2.2. Determina la contracción que experimenta un objeto cuando se encuentra en un sistema que se desplaza a velocidades cercanas a la de la luz con respecto a un sistema de referencia dado aplicando las transformaciones de Lorentz.
3. Conocer y explicar los postulados y las aparentes paradojas de la física relativista.	3.1. Discute los postulados y las aparentes paradojas asociadas a la Teoría Especial de la Relatividad y su evidencia experimental.
4. Establecer la equivalencia entre masa y energía, y sus consecuencias en la energía nuclear.	4.1. Expresa la relación entre la masa en reposo de un cuerpo y su velocidad con la energía del mismo a partir de la masa relativista.

1.1 El conflicto entre la electrodinámica y la mecánica de Newton

- Consecuencias de la **teoría electrodinámica de Maxwell:**
- La luz se propaga en el vacío a 300 000 km/s.
- Maxwell consideraba que las OEM se desplazaban por el **éter lumífero** que inundaba el espacio y envolvía a los cuerpos.
- El **éter** debía tener unas propiedades asombrosas: una **gran rigidez y elasticidad** (que permitiera la propagación de ondas transversales) y una **densidad despreciable** (que permitiera que la luz se propagase a una velocidad tan elevada).

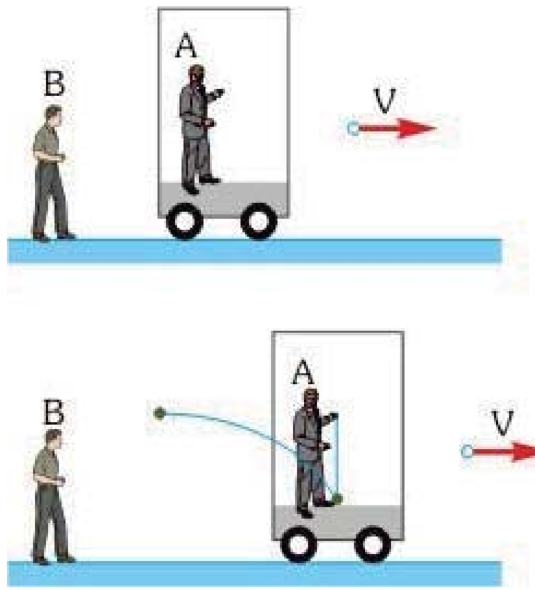
- Surgieron preguntas, entre ellas:
- **¿Tendría la velocidad de la luz el mismo valor si se midiera en dos sistemas inerciales distintos, independientemente de que uno se moviera con una velocidad determinada con respecto al otro?**

1.2 El conflicto entre la electrodinámica y la mecánica de Newton

- **Si la velocidad de la luz tuviese el mismo valor,** no sería aplicable, a la electrodinámica, el principio de relatividad galileano (composición de velocidades), que estaba probada su validez en la leyes de la mecánica.
- Si no era así debería existir un **sistema de referencia privilegiado**, en reposo con respecto al hipotético éter, en el que la luz se propaga con la velocidad calculada por Maxwell (sistema de referencia absoluto).
- Si la velocidad de la luz dependiera del movimiento relativo del observador añadía complicaciones, la formulación de Maxwell no contemplaba esos supuestos.
- En 1879, Maxwell sugirió un posible método para medir la velocidad de la Tierra respecto al éter, que permitiría establecer el sistema de referencia absoluto. **Albert A. Michelson** llevó a cabo el experimento con un resultado negativo.
- **En 1905, Albert Einstein**, publica varios trabajos, entre ellos, uno denominado: "*Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*".

2.1 Antecedentes de la relatividad especial

- **La relatividad de Galileo y Newton**



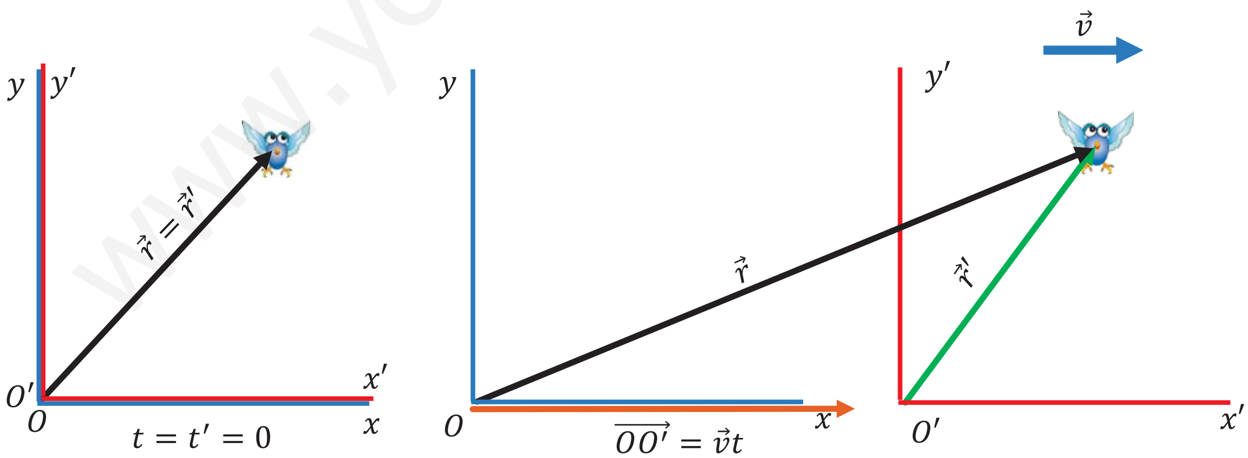
- **Galileo y Newton** ya se plantearon el problema de cómo serían interpretados los movimientos de los cuerpos y las leyes físicas desde el punto de vista de dos observadores que se encontrasen en MRU.
- Galileo concebía el movimiento parabólico como la composición de dos movimientos independientes.
- Llegaron a la siguiente conclusión:

> - Las leyes físicas son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales.

- Un **sistema de referencia inercial** es aquél que se encuentra en reposo relativo o en movimiento rectilíneo uniforme.

2.2 La relatividad de Galileo y Newton

- **Transformación galileana de la posición y la distancia**

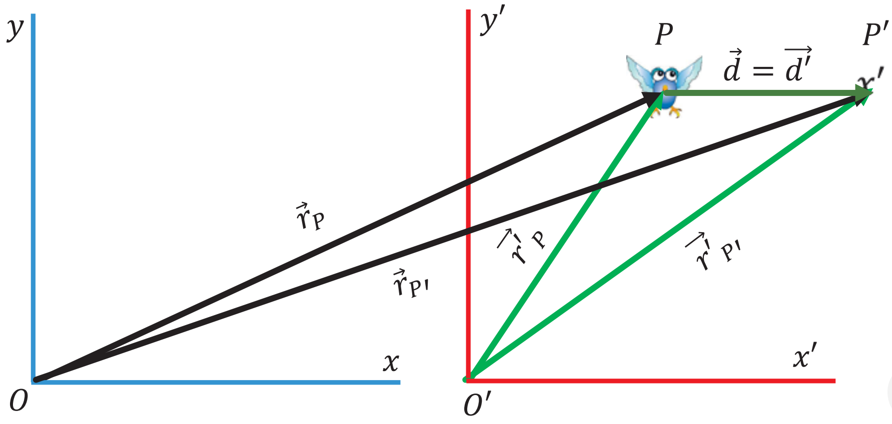


$$\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}\,' \quad \Rightarrow \quad \vec{r}\,' = \vec{r} - \overrightarrow{OO'} = \vec{r} - \vec{v}t \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ \boldsymbol{t'} = \boldsymbol{t} \end{cases}$$

- **Transformaciones de Galileo de las coordenadas**

2.3 La relatividad de Galileo y Newton

- **Transformación galileana de la posición y la distancia**



$$Observador\ O: \quad d = x_{P'} - x_P$$

$$Observador\ O': \quad d' = x'_{P'} - x'_P = (x_{P'} - vt) - (x_P - vt) \quad \Rightarrow \quad d = d'$$

- La distancia entre dos puntos es invariable para cualquier sistema inercial

2.4 La relatividad de Galileo y Newton

- **Transformación galileana de la velocidad**
- Derivando las ecuaciones de la posición de Galileo:

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v'_{x'} = v_x - v \\ v'_{y'} = v_y \\ v'_{z'} = v_z \\ t' = t \end{cases}$$

- Donde $\vec{v}'(v'_{x'}, v'_{y'}, v'_{z'})$ representa la velocidad medida por el observador O', mientras que $\vec{v}\ (v_x, v_y, v_z)$ es la velocidad medida por el observador O.

- La velocidad es variable al pasar de un sistema de referencia inercial a otro.

1.- Una trainera emplea 10 minutos en recorrer 4 km cuando navega a favor de la corriente. Esos mismos 4 km los recorre en 24 minutos al navegar a contracorriente. ¿Cuál es la velocidad de la trainera y la de la corriente con respecto a un observador que se halla en reposo en la orilla?

2.- La posición de una partícula según el sistema O es $\vec{r} = (4t^2 - 2t)\hat{\imath} - t^3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ m, mientras que con respecto a O' es $\vec{r}' = (4t^2 + 3t)\hat{\imath} - t^3\hat{\jmath} - 4\hat{k}$ m.

a) ¿Cuál es la velocidad relativa entre ambos sistemas?

b) ¿Se cumplen las leyes físicas por igual en ambos sistemas? Demuéstralo.

2.5 La relatividad de Galileo y Newton

- **Transformación galileana de la aceleración**
- Si admitimos que la velocidad relativa entre los dos sistemas es constante:

$$\begin{cases} v'_{x'} = v_x - v \\ v'_{y'} = v_y \\ v'_{z'} = v_z \\ t' = t \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a'_{x'} = a_x \\ a'_{y'} = a_y \\ a'_{z'} = a_z \\ t' = t \end{cases}$$

- La aceleración es invariable en los sistema de referencia inerciales.

- Es decir $\vec{a}' = \vec{a}$, en consecuencia ambos observadores harían referencia a la misma fuerza para explicar la aceleración, lo que da pie al enunciado del **principio de relatividad galileano**:

- Las leyes básicas de la naturaleza son las mismas para observadores que se encuentran en sistemas de referencia inerciales.

- Esta identidad dio pie a la premisa de que:
- **Es imposible conocer si un sistema de referencia está en reposo absoluto o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.**

2.6 La relatividad galileana y el problema de la luz

- Para **Maxwell,** la velocidad máxima a la que pueden propagarse las ondas electromagnéticas viene dada por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \, \mu_0}} \approx 3.10^8 \ m/s$$

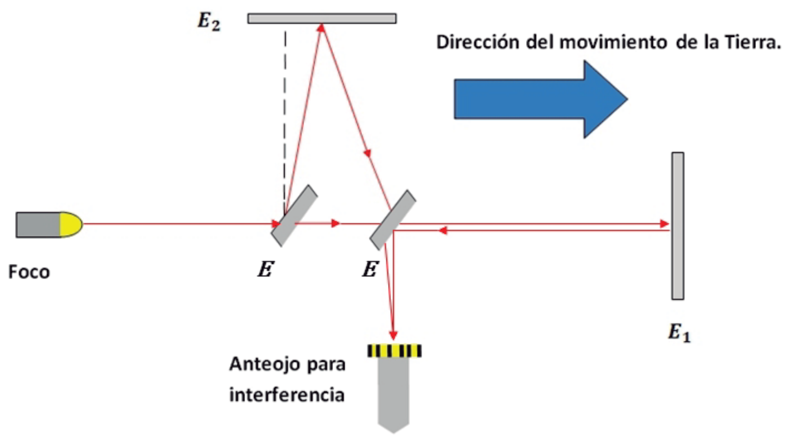
- *¿Sería la misma la velocidad de propagación de la luz medida por un observador en movimiento con velocidad v que por otro que estuviera en reposo*? De ser así, se violaría el principio de relatividad galileano, que indica que la velocidad es variable al pasar de un sistema a otro.

- Si las velocidades medidas por ambos observadores fueran distintas, se pondría en entredicho la validez de las ecuaciones de Maxwell, que solo sería válidas para un determinado sistema de referencia privilegiado.

- A finales del siglo XIX, esta era la situación.

- **La constancia o la variación de la velocidad de la luz al pasar de unos sistemas a otros encerraba la clave.**

2.7 El experimento de Michelson y Morley



- **Los haces se movían siempre con una velocidad constante, idependientemente de su orientación.**

- **Conclusiones:**
- No existe movimiento relativo entre la Tierra y el éter.
- Las transformaciones de galileo no se cumplen en el caso de la luz.
- La velocidad de la luz es siempre constante, independientemente del movimiento del foco emisor.

2.8 Proposición de Lorentz y Fitzgeral

- **Lorentz y Fitzgerald** propusieron una misma hipótesis, **"hipótesis de la contracción de la longitud"** de los cuerpos en movimiento a través del éter.

- Según sus cálculos, la longitud de un cuerpo se reducirá en la dirección del movimiento en un factor:

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

- Esta contracción aplicada al brazo del interferómetro de Michelson orientado en la dirección del movimiento terrestre, explicaba la ausencia de resultados.

- En 1904, **Poincaré** apuntaba que: "*quizás debamos construir toda una nueva mecánica que hasta ahora solo hemos logrado entrever y en la que, al aumentar la inercia con la velocidad, la velocidad de la luz se convertiría en un límite infranqueable*".

3.1 Postulados de la relatividad especial

- La **teoría de Einstein** se estructura, a partir de estos dos postulados:

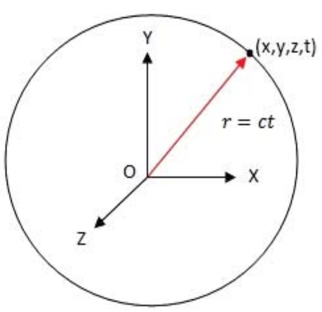
Primer postulado. Todas las leyes físicas se cumplen por igual en todos los sistemas de referencia inerciales.

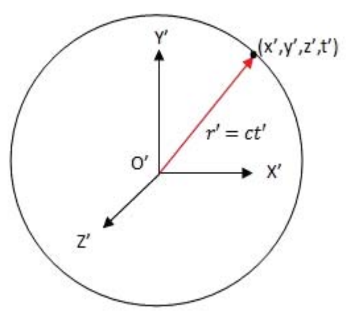
Segundo postulado. La velocidad de la luz en el vacío es la misma en todos los sistemas de referencia inerciales y es, además, independiente del movimiento de la fuente emisora y del observador.

- Einstein abordó el problema desde un punto de vista revolucionario:
  - Dado que todos los intentos de encontrar un sistema de referencia privilegiado han fracasado, se considera, por tanto, que no existe, por lo que:
  - **Son sistemas inerciales aquellos que se mueven unos con respecto a otros con velocidad relativa constante.**
  - **Puesto que la velocidad de la luz no parece sufrir modificaciones, se asumirá que es constante.**

3.2 Postulados de la relatividad especial

- Imaginemos, dos observadores *O* y *O'*. El último de los cuales, O', se desplaza con una velocidad constante, *v*, con respecto del primero.
- Ahora imaginemos que en el preciso instante en el que *O* y *O'* coinciden, sincronizan sus relojes a cero, a la vez que se emite una señal luminosa. Según el primer postulado, cada uno de los observadores verá cómo se propaga la luz en forma de un frente de onda esférico, es decir, el comportamiento de la luz es el mismo en ambos sistemas.
- Ahora bien, **al cabo de cierto tiempo**, lógicamente, *O* y *O'* estarán separados por una cierta distancia, y...sin embargo, cada uno de ellos se verá en el centro del frente de ondas esférico. **¿CÓMO ES ESTO POSIBLE SI LA ESFERA TIENE UN SÓLO CENTRO? ¡¡¡¿¿¿CÓMO ES POSIBLE QUE ESTO SEA ASÍ SI LA VELOCIDAD DE LA LUZ ES SEGÚN EL SEGUNDO POSTULADO LA MISMA PARA *O* Y *O'*??!!**

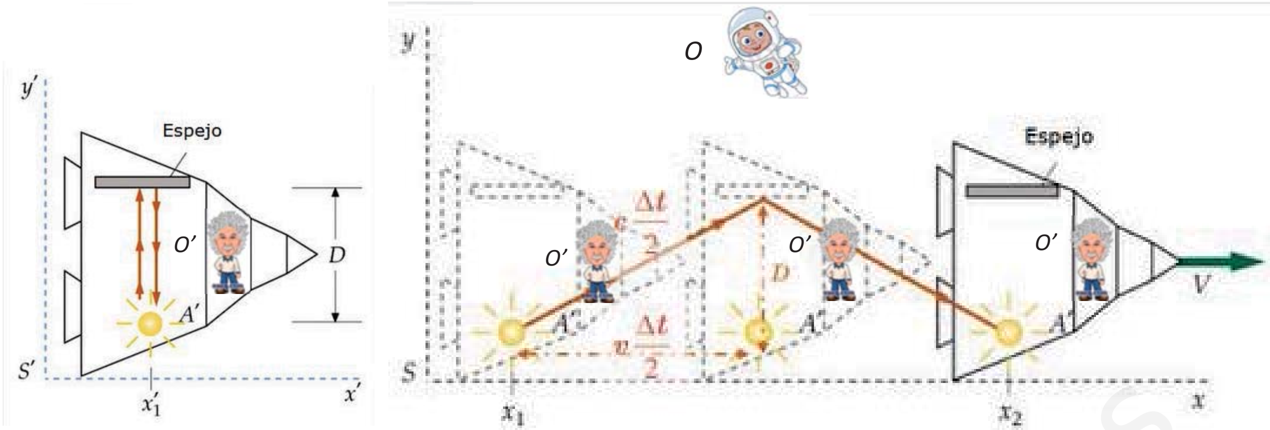




- La clave está en **"al cabo de cierto tiempo"**
- *¿Es realmente igual para ambos observadores ese intervalo de tiempo?*

4.1 Consecuencias de los postulados de Einstein

- ### Dilatación del tiempo

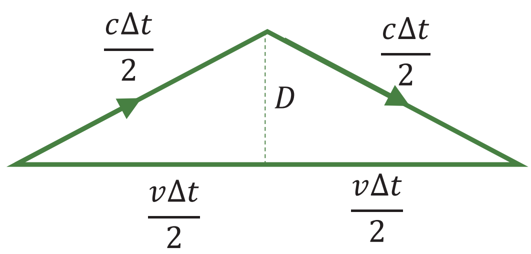


- **Medición del tiempo según O':**
  Si *D* es la distancia entre los espejos de la nave, y *c*, la velocidad de la luz, el tiempo que tarda la luz en la ida y la vuelta:

$$\Delta t' = \frac{2D}{c}$$

4.2 Consecuencias de los postulados de Einstein

- ### Dilatación del tiempo
- **Medición del tiempo según O:**
  El observador O ve que la nave se ha desplazado una distancia $d = v\Delta t$ en el tiempo que tarda el destello en volver reflejado al suelo, recorriendo una distancia total de $c\Delta t$.



$$\left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\,\Delta t}{2}\right)^2 + D^2 \quad \Rightarrow \quad c^2\Delta t^2 = v^2\Delta t^2 + 2^2 + D^2$$

- Reorganizando: $\Delta t = \dfrac{2D}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ $\quad como, \quad \Delta t' = \dfrac{2D}{c} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t \geq \gamma\,\Delta t' \quad \Rightarrow \quad \Delta t \geq \Delta t'$$

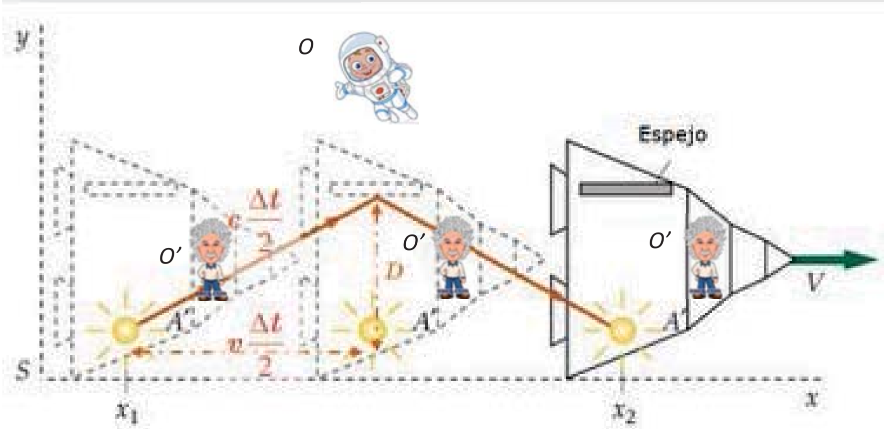
- **Dilatación del tiempo: el tiempo transcurre más lentamente para O´ que para O.**

- **Factor de Lorentz**

3.- Un viaje interestelar a un sistema planetario extrasolar ha durado, según los relojes de a bordo de la nave, 4 años, a una velocidad constante de *0,9·c*. ¿Cuánto tiempo ha durado el viaje según el centro de control de Tierra?

4.3 Consecuencias de los postulados de Einstein

- **Contracción de la longitud**



- Para el observador O, la longitud que recorre la nave viene dada por:

$$l = x_2 - x_1 = v\Delta t$$

- Para O', dado que $\Delta t' = \Delta t/\gamma$, medirá una longitud:

$$l' = v\,\Delta t' = \frac{l}{\gamma} = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad l' \geq l$$

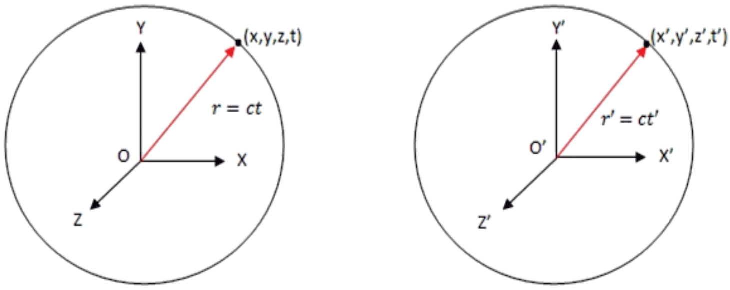
- **Contracción de la longitud**

4.4 Consecuencias de los postulados de Einstein

- **Paradoja de los gemelos**

5.1 Transformaciones de Lorentz

- Es necesario justificar que los observadores O y O' tengan razón cuando afirman estar cada uno en el centro del frente de ondas esférico luminoso.



- Para los observadores O y O', las coordenadas espacio-temporales del frente de ondas son *(x, y, z, t)* y *(x', y', z', t')*.
- Al tratarse de un frente de ondas esférico, se cumple:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \\ (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 = (r')^2 \end{cases}$$

- Teniendo en cuenta que *c* es constante, se cumplirá que $r = ct$ y $r' = ct'$.
- Por lo que las nuevas transformaciones de sistemas inerciales, deben permitir que se cumpla:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \\ (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 = (ct')^2 \end{cases}$$

5.2 Transformaciones de Lorentz

- Si consideramos que el movimiento tiene lugar en la dirección de X, se cumplirá que $y = y'$ y que $z = z'$.
- Al restar las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$x^2 - c^2t^2 = (x')^2 - c^2(t')^2$$

- Las soluciones a esta ecuación son:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

- Ecuaciones que se conocen como **transformaciones de Lorentz**

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt) \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{v}{c^2}x'\right) \end{cases}$$

- Las transformaciones de Galileo son un caso particular. Si *v<<c*:

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

5.3 Transformaciones de Lorentz

- **Transformación de Lorentz de la velocidad**

- Si un cuerpo se mueve en la dirección de *X* con una velocidad v_x con respecto a un observador *O*.
- *¿Cuál será la velocidad de ese objeto con respecto a O' si su velocidad relativa es v en relación con O*?

- Para el observador O': $$\Delta v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

- Teniendo en cuenta las transformaciones de Lorentz:

$$\left.\begin{aligned}\Delta x' &= \gamma(\Delta x - v\Delta t)\\ \Delta t' &= \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right)\end{aligned}\right\} \quad v_x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}$$

$$\boxed{v_x' = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}v_x}}$$

- Si v<<c, se obtiene la transformación de Galileo:

$$v_x' = v_x - v$$
$$v_y' = v_y$$
$$v_z' = v_z$$

5.4 Transformaciones de Lorentz

- **La velocidad de la luz es una constante en cualquier sistema y un límite infranqueable.**

- Supongamos que un cuerpo se desplaza con respecto a *O* a la velocidad de la luz, $v_x = c$.
- ¿Con qué velocidad se moverá en relación a *O'* si la velocidad de *O'* es *v* con respecto a *O*?

$$v_x' = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}v_x} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{c\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{1 - \frac{v}{c}} = c$$

- **La paradoja de c + c = c**

- Supongamos que un cuerpo se desplaza con respecto a *O'* a la velocidad de la luz, *c*.
- ¿Con qué velocidad se moverá en relación a *O* si la velocidad de *O'* es *c* con respecto a *O*?

$$v_x = \frac{v_x' + v}{1 + \frac{v}{c^2}v_x'} = \frac{c + c}{1 + \frac{c}{c}} = \frac{2c}{2} = c$$

- La velocidad de la luz en el vacío, c, es la misma para todos sistemas de referencia inerciales.
- La velocidad de la luz constituye un límite insalvable.

6.1 Principios de la dinámica a la luz de la relatividad

- **Masa y momento relativista**

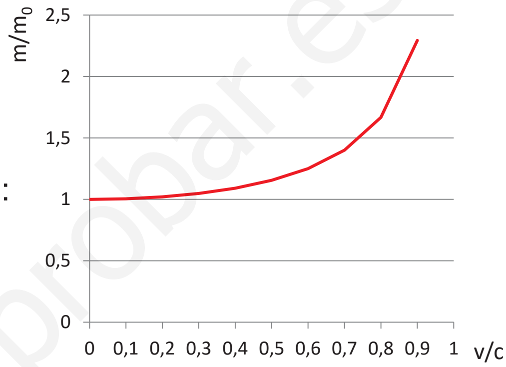
- Según la segunda ley de Newton: la acción continuada de una fuerza produce una aceleración.

$$\vec{F} = \frac{\Delta(m.\vec{v})}{\Delta t}$$

- Si imponemos un límite a la velocidad, *c*, la acción continuada de la fuerza ya no produce aceleración, lo cual solo puede explicarse si suponemos que **la masa se incrementa con la velocidad.**

- La expresión de la masa debe cumplir dos condiciones:
  - **La masa relativista** debe alcanzar el valor infinito cuando $v = c$.
  - **La masa relativista** debe coincidir con la del cuerpo medida en reposo relativo cuando $v = 0$ (m_0).

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\, m_0$$



- Consecuentemente, el momento lineal relativista:

$$\vec{p}_{relativista} = \gamma m_0 \vec{v}$$

6.2 Principios de la dinámica a la luz de la relatividad

- **Masa y energías relativistas**

- Teniendo en cuenta que: $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}_{relativista}}{dt}$

- Podemos evaluar el trabajo necesario para producir una cierta variación de la energía cinética.

- Se demuestra que **la energía cinética de un cuerpo que se mueve con una velocidad relativa** *v* viene dada por:

$$\Delta E_c = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

- El primer término depende de la velocidad, el segundo es la **energía en reposo** de la partícula.

- Teniendo en cuenta que $m = \gamma m_0$:

$$\Delta E_c = (m - m_0)c^2 \qquad \boxed{\Delta E_c = \Delta m c^2} \qquad E_{total} = E_c + E_{reposo} = \gamma m_0 c^2$$

- **Masa y energía son dos manifestaciones de la misma cosa** o, en otras palabras, la masa es una forma de energía. Cualquier variación de energía se traduce en una variación de la masa, y viceversa.

6.3 Principios de la dinámica a la luz de la relatividad

Partículas	Símbolos	Energía en reposo (MeV)
Fotón	γ	0
Electrón (positrón)	e^- (e^+)	0,511 0
Muón	$\mu^\pm$	105,7
Pión	$\pi^0, \pi^\pm$	135; 139,6
Protón	p	938,280
Neutrón	n	939,573
Deuterón	^2H d	1 875,628
Tritón	^3H t	2 808,944
Partícula alfa	^4He α	3 727,409

6.4 Ejercicios sobre la relatividad especial

4.- Una vara de *1 m* de longitud se mueve con respecto a nuestro sistema de referencia con una velocidad *0,7·c*. ¿Cuál sería la longitud que mediríamos? ¿A qué velocidad debería moverse la vara para que su longitud fuera de *50 cm* para nosotros?

5.- Los astronautas de una nave interestelar que viaja al 99 % de la velocidad de la luz deciden emplear una hora de su tiempo para la comida. ¿Cuánto dura esta para el centro de control de Tierra?

6.- ¿Qué contracción de longitud experimentaría el diámetro terrestre (12 740 km) desde un sistema de referencia con respecto al cual la Tierra se moviera a 30 km/s?

7.- Dos cuerpos *A* y *B*, se alejan de un observador *O* en el mismo sentido y con una velocidad de *0,5·c* y de *0,3·c*, respectivamente, en relación con *O*.

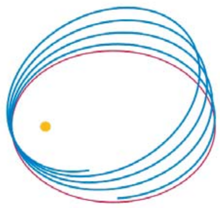
a) ¿Cuál es la velocidad de *A* medida desde *B*?

b) ¿Concuerda el resultado anterior con el que se obtendría aplicando la transformación galileana?

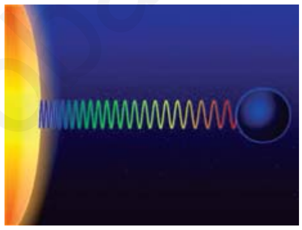
8.- Un muón tiene una energía en reposo de *105,7* MeV y se mueve con una velocidad igual a *0,7·c*. Calcula su energía total, su energía cinética y su momento lineal.

7.1 Evidencias experimentales de la relatividad

- **Avance del perihelio de Mercurio.**
- La gravedad newtoniana predice que la órbita de un solo planeta girando alrededor de una estrella perfectamente esférica debe ser una elipse.
- La teoría de Einstein predice una órbita más complicada en la cual el planeta se comporta como si estuviera girando en una órbita elíptica, pero esta elipse a su vez está rotando lentamente alrededor de la estrella (ver diagrama).
- En nuestro sistema solar se puede encontrar este fenómeno de desviación de la órbita newtoniana en Mercurio, en lo que se conoce como avance del perihelio de Mercurio. Este fenómeno se había hecho notar ya en 1859, pero no se dispuso de datos de precisión hasta el uso de radiotelescopios entre 1966 y 1990.

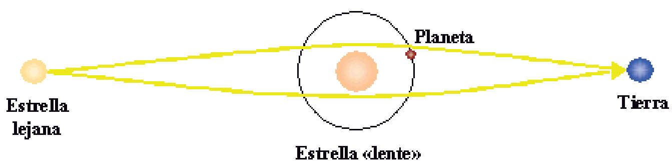


- **La teoría de la Relatividad General predice el corrimiento gravitacional al rojo.**
- Esta predicción de la teoría de la relatividad general fue la última de las pruebas clásicas en ser confirmada, mediante el **experimento de Pound - Rebka 1959.**
- Mediante un ingenioso diseño experimental, estos investigadores midieron en el laboratorio Jefferson de la **Universidad de Harvard** el corrimiento al rojo cuando una onda de radiación de alta energía iba hacia arriba o hacia abajo en el campo gravitatorio terrestre.

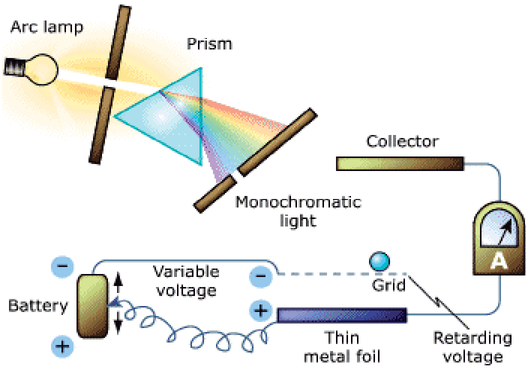


7.2 Evidencias experimentales de la relatividad

- **La teoría de Einstein predice que los rayos de luz no siguen líneas rectas en un campo gravitatorio**.
- Se produciría una deflección de la luz. La teoría de la Relatividad General predice que la luz de una estrella se desviará al pasar cerca del Sol, de manera que la posición aparente variará 1.75 segundos de arco.
- En la teoría de la gravitación newtoniana, al ser el fotón una partícula sin masa, no debería haber *ninguna* deflexión, aunque una aplicación más sutil usando masas infinitesimales según los trabajos de J.G. von Soldner en 1804, podía predecir la mitad de la deflexión einsteniana.
- Estas predicciones podrían ser confrontadas observando la posición aparente de una estrella durante un eclipse de Sol. En 1919, la expedición británica a Brasil y África del Este para estudiar el eclipse de Sol del 28 de mayo de ese año, dirigida por Arthur Eddington, confirmó la predicción de Einstein. Las medidas de Eddington no eran muy precisas, pero sucesivas observaciones han confirmado los resultados con gran exactitud.



Tema 11
Mecánica cuántica



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

11. Mecánica cuántica: índice

CONTENIDOS	
1. La crisis de la física clásica · 2. Antecedentes de la mecánica cuántica · 3. Nacimiento y principios de la mecánica cuántica · 4. Consecuencias de la mecánica cuántica · 5. Aplicaciones. El láser	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
5. Analizar las fronteras de la física a finales del s. XIX y principios del s. XX y poner de manifiesto la incapacidad de la física clásica para explicar determinados procesos.	5.1. Explica las limitaciones de la física clásica al enfrentarse a determinados hechos físicos, como la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico o los espectros atómicos.
6. Conocer la hipótesis de Planck y relacionar la energía de un fotón con su frecuencia o su longitud de onda.	6.1. Relaciona la longitud de onda o frecuencia de la radiación absorbida o emitida por un átomo con la energía de los niveles atómicos involucrados.
7. Valorar la hipótesis de Planck en el marco del efecto fotoeléctrico.	7.1. Compara la predicción clásica del efecto fotoeléctrico con la explicación cuántica y realiza cálculos: trabajo de extracción y la energía cinética
8. Aplicar la cuantización de la energía al estudio de los espectros atómicos e inferir la necesidad del modelo atómico de Bohr.	8.1. Interpreta espectros sencillos, relacionándolos con la composición de la materia.
9. Presentar la dualidad onda-corpúsculo como una de las grandes paradojas de la física cuántica.	9.1. Determina las longitudes de onda asociadas a partículas en movimiento a diferentes escalas.
10. Reconocer el carácter probabilístico de la mecánica cuántica en contraposición con el carácter determinista de la mecánica clásica.	10.1. Formula de manera sencilla el principio de incertidumbre Heisenberg y lo aplica a casos concretos como los orbítales atómicos.
11. Describir las características fundamentales de la radiación láser, los principales tipos, su funcionamiento y sus principales aplicaciones.	11.1. Describe las características de la radiación láser comparándola con la radiación térmica.

1. La crisis de la física clásica

- **Las partículas son entes físicos** con masa definida que pueden poseer carga eléctrica. Su comportamiento está descrito por las **leyes de la mecánica clásica de Newton.**

- **Las ondas son entes físicos** que al propagarse, transportan energía y cantidad de movimiento. Experimentan fenómenos como la reflexión, refracción, difracción y polarización, y quedan explicados en la **teoría ondulatoria de Huygens y en la teoría electromagnética de Maxwell.**

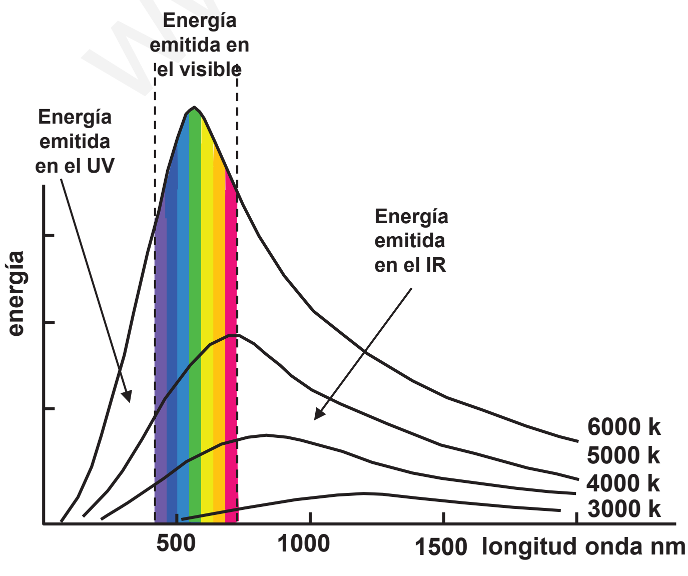
- **La mecánica de Newton y la teoría electromagnética de Maxwell,** (física clásica) son insuficientes para explicar el comportamiento de los átomos y de las partículas subatómicas.

- Tres hechos, obligan a revisar la física clásica y propician el nacimiento de la **Física Cuántica:**
  - **La radiación térmica del cuerpo negro.**
  - **El efecto fotoeléctrico.**
  - **El carácter discontinuo de los espectros atómicos.**

- Entre 1925 y 1927, **Böhr, Heisenberg, Schröedinger, Born** y otros, desarrollaron una nueva teoría denominada **Mecánica Cuántica** que describe el comportamiento de unos **entes cuánticos** que sustituyen a las partículas y a las ondas.

2.1 La radiación del cuerpo negro y la hipótesis de Planck

- **La radiación térmica de un cuerpo** es la energía electromagnética que emite debido a su temperatura.
- Cuando la temperatura aumenta, la radiación emitida se hace más intensa.
- **Cuerpo negro** es aquél que absorbe todas las radiaciones que le llegan y, en consecuencia es también un emisor ideal. Emite energía en todas las longitudes de onda, formando un **espectro continuo de emisión.**



- Kirchoff demostró que el **espectro de emisión de un cuerpo negro depende solo de la temperatura.**
- Las curvas de emisión de energía son experimentales.
- El cuerpo emite energía, en todas las longitudes de onda, dependiendo de la temperatura.
- Para cada temperatura, existe una longitud de onda para la cual la energía emitida es máxima.
- Cuando crece la temperatura del cuerpo, el máximo de emisión de energía, se obtiene a longitudes de onda más cortas.

2.1 La radiación del cuerpo negro y la hipótesis de Planck

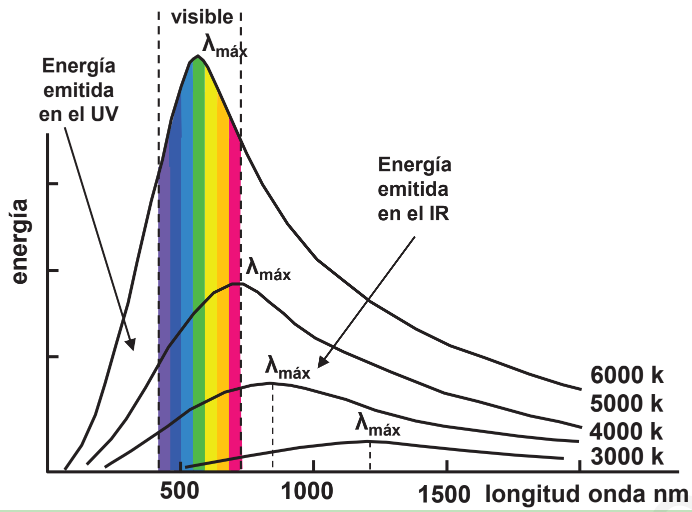
- La radiación del cuerpo negro se ajusta a las siguientes leyes experimentales:
- **Ley de Wien:** el producto de la longitud de onda correspondiente al máximo de emisión por la temperatura absoluta es constante.

$$\lambda_{\text{máx}}.T = 2{,}9.10^{-3}\ \text{m.K}$$

- La $\lambda_{\text{máx}}$ (energía emitida es máxima) disminuye al aumentar la temperatura, es decir, el pico del espectro se deslaza a la izquierda.
- **Ley de Stefan-Boltzmann:** la energía total emitida por un cuerpo (área total bajo cada curva), por unidad de superficie y tiempo es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$E_{\text{total}} = \sigma T^4$$

σ es la constante de de Stefan-Boltzmann



- Según la teoría clásica la energía debería disminuir de forma continua, al aumentar la longitud de onda.
- Es decir para longitudes de onda cortas, región del UV, la energía emitida sería grande, y sin embargo, según la gráfica tiende a cero.
- Este hecho recibe el nombre de **catástrofe del ultravioleta.**

2.1 Hipótesis de Planck

- **Max Planck** intenta, sin conseguirlo, obtener una ecuación que explique la emisión de energía de un cuerpo negro, en función de la frecuencia, a partir de las ideas de la época de que la energía era algo continuo y de carácter ondulatorio.
- **Hipótesis de Planck:** en 1900, Max Planck, postula que la energía emitida por un cuerpo negro no es continua, se emite en forma de paquetes o cuantos:
- **La energía emitida (cuanto de energía) por los osciladores atómicos no puede tomar cualquier valor sino que es múltiplo entero de una constante h multiplicada por la frecuencia del oscilador:**

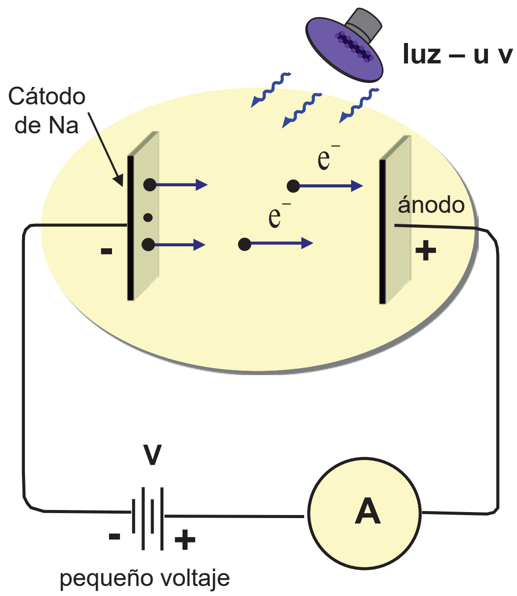
$$E = n h f$$

n es un número entero
h constante de Planck = 6,625·10^{-34} J·s
f es la frecuencia del oscilador

- Para Planck los átomos se comportan como osciladores y cada uno de ellos oscila con una frecuencia dada. **El número de osciladores de baja frecuencia es muy superior al de osciladores de alta frecuencia.**
- A partir de esta hipótesis de que la energía no es algo continuo, sino formada por paquetes o cuantos de energía se obtiene la ley de la radiación del cuerpo negro y se justifica correctamente su espectro de emisión. Esta idea se aplicará después a la naturaleza de la luz.
- Las ideas de Planck no fueron aceptadas fácilmente. En aquella época se consideraba que los fenómenos físicos debían ser continuos y no se aceptaba la discontinuidad de Planck.

2.2 Efecto fotoeléctrico

- **Efecto fotoeléctrico:** cuando sobre la superficie de un metal incide luz (radiación electromagnética) de frecuencia adecuada se produce la emisión de electrones.
- En los metales alcalinos (Li, Na..) el efecto fotoeléctrico se presenta con luz visible, en los demás metales con radiación ultravioleta (de mayor frecuencia, y por lo tanto de mayor energía).

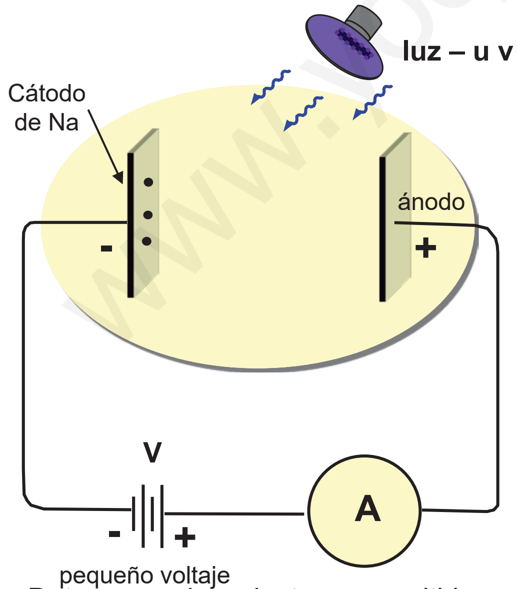


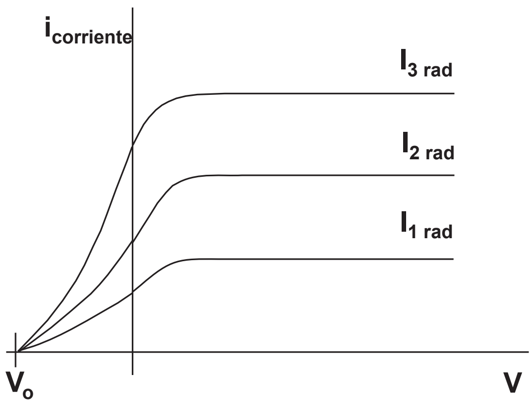
- El dispositivo para estudiar el **efecto fotoeléctrico** es una cápsula de cuarzo o vidrio con una ventana de cuarzo por ser transparente a la luz UV. Dentro se hace el vacío.
- Entre el cátodo y el ánodo se establece una pequeña ddp V, y al iluminar el cátodo se produce la emisión de electrones, una corriente eléctrica que se dirige al ánodo, y que es detectada por el amperímetro.

  - Ver educaplus efecto fotoeléctrico

2.2 Efecto fotoeléctrico

- Cuando se estudia la intensidad de corriente , en función de las distintas intensidades luminosas I_1 , I_2 ….que llegan al cátodo se obtiene la gráfica:





- Intensidad de corriente fotoeléctrica en función de la ddp cátodo-ánodo, para distintas intensidades de luz.

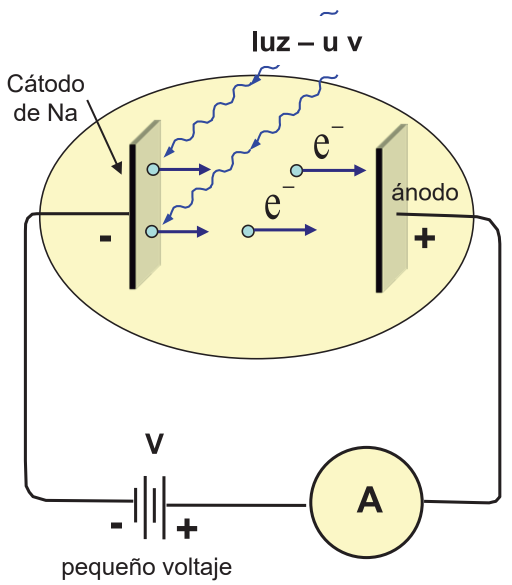
- Detenemos los electrones emitidos cambiando la polaridad del cátodo-ánodo. La corriente eléctrica decrece y se anula para un mismo valor del potencial, potencial de corte o frenado V_o, independiente de la intensidad de luz, pero dependiente de la frecuencia de la radiación.
- El potencial de corte nos permite calcular la velocidad máxima con la que los electrones escapan del cátodo:

$$\frac{1}{2} m_{e^-} v_{máx}^2 = e V_o$$

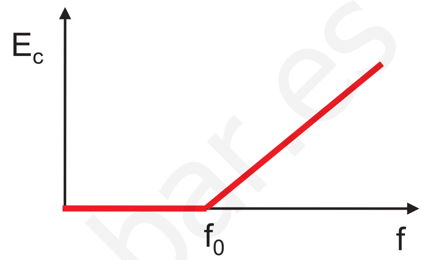
V_o es el potencial fotovoltaico, potencial de frenado o de corte.

2.2 Efecto fotoeléctrico

- El estudio experimental del efecto fotoeléctrico conduce a las siguientes conclusiones:



- La emisión de electrones es instantánea cuando la radiación tiene suficiente frecuencia.
- Para cada metal, existe una frecuencia umbral f_o , por debajo de la cual no se produce la emisión de electrones, sea cual sea la intensidad de la luz.
- La energía cinética de los electrones depende de la frecuencia de la radiación, no de su intensidad.
- Si aumentamos la frecuencia por encima de la umbral, aumenta la energía cinética máxima de los electrones.



- La intensidad de la corriente (número de electrones arrancados) es directamente proporcional a la intensidad de la luz que llega al metal.

o Para la Física clásica, las ondas transportan la energía de modo continuo, por tanto el efecto fotoeléctrico debería depender de la intensidad, y sin embargo se observa que el fenómeno no depende de la cantidad de energía que llega sino de su frecuencia.

2.2 Efecto fotoeléctrico: teoría de Einstein

- **Teoría de Einstein:** En 1905 A. Einstein explicó el efecto fotoeléctrico aplicando a la luz las ideas de Planck sobre la radiación térmica: **la luz se propaga transportando la energía en forma de paquetes o cuantos de luz, cada paquete se comporta como una partícula de luz pequeña a la que llamó fotón, cuya energía viene dada:**

$$E_{fotón} = h\, f_{fotón}$$

- **Según Einstein** la energía de la radiación que llega al metal sirve para arrancar los electrones del metal, (trabajo de extracción), y si hay suficiente energía, para comunicarle a los electrones un energía cinética, de acuerdo con la expresión:

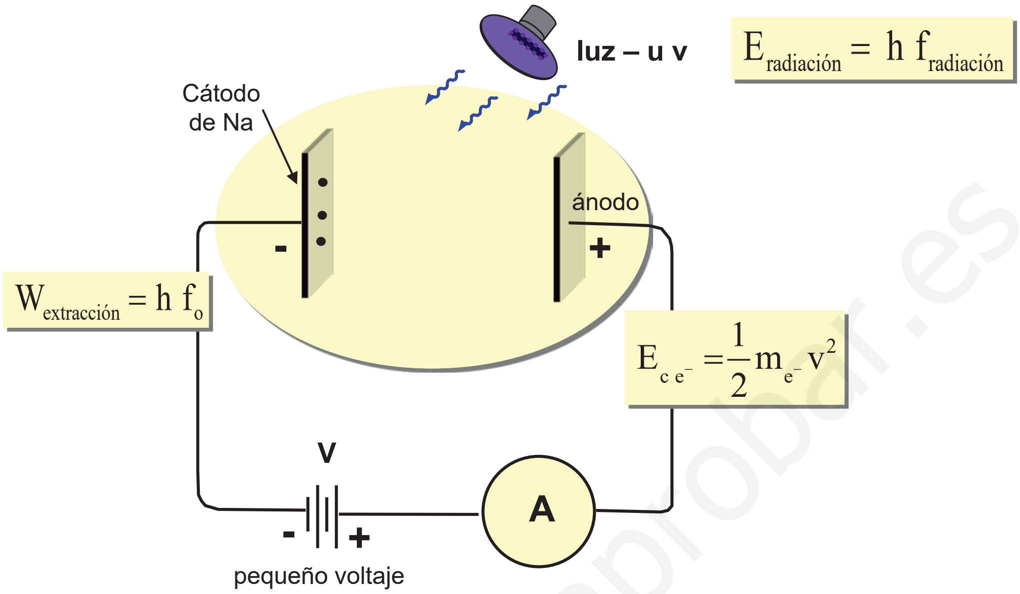
$$E_{radiación} = W_{extracción} + E_{c\,e^-} \quad \Rightarrow \quad h f_{radiación} = h f_o + \frac{1}{2} m_{e^-} v^2$$

- **El efecto fotoeléctrico se explica como un:**
- Simple choque entre partículas, fotones y electrones, por eso es instantáneo.
- Cuanta más energía tengan los fotones, con mayor velocidad saldrán los electrones arrancados.
- Por debajo de la frecuencia umbral, la radiación (fotones), no tiene energía suficiente para arrancar electrones: no hay efecto fotoeléctrico.
- Cuanta más intensidad (más fotones) tenga la luz incidente, más choques y más electrones se pueden arrancar del metal.

2.2 Efecto fotoeléctrico: teoría de Einstein

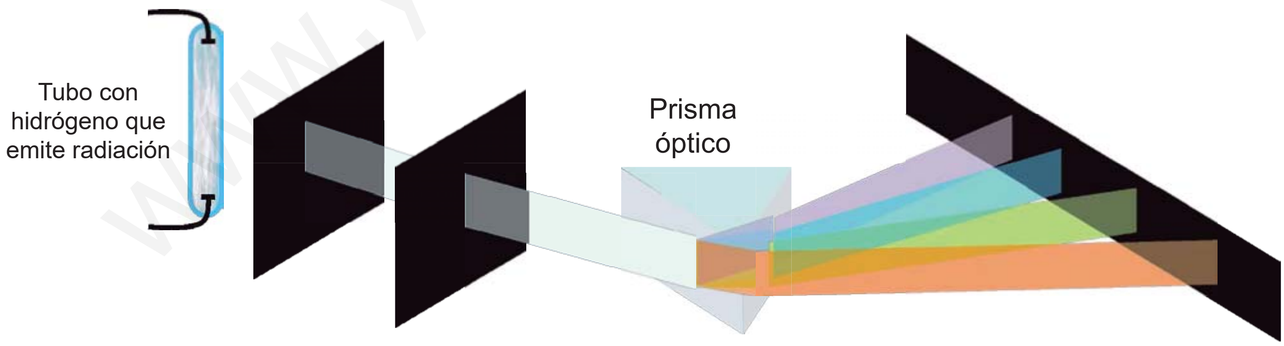
- **Según la teoría de Albert Einstein:**

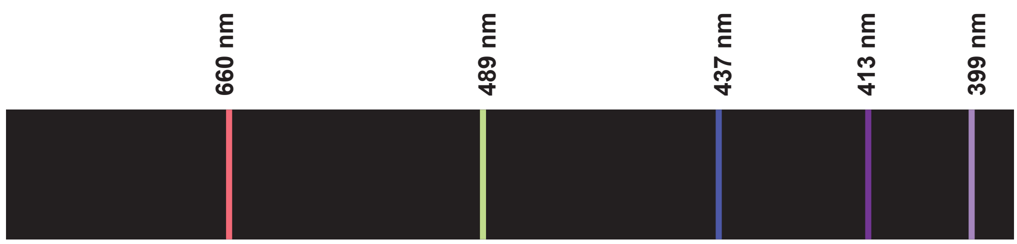
$$E_{radiación} = W_{extracción} + E_{c\,e^-} \quad \Rightarrow \quad h\,f_{radiación} = h\,f_o + \frac{1}{2} m_{e^-} v^2$$



2.3 Los espectros atómicos

- **Espectro de emisión del átomo de hidrógeno**
- Los espectros de emisión se obtienen al descomponer las radiaciones de un cuerpo previamente excitado.

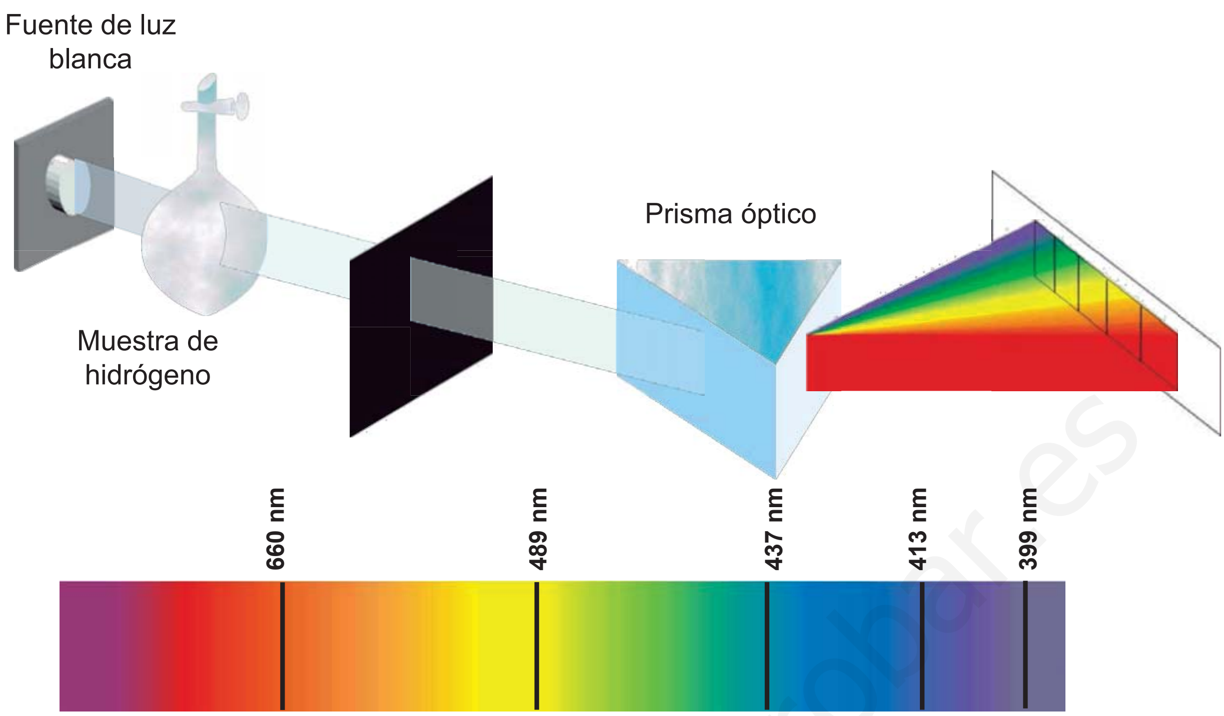




- Los espectros emitidos por gases calentados son espectros discontinuos, formados por rayas luminosas, **características de cada elemento.**
- El primer espectro que se analizó fue el del átomo de Hidrógeno.

2.3 Los espectros atómicos

- **Espectro de absorción del átomo de hidrógeno**



- Los espectros de absorción discontinuos se obtienen al intercalar un gas entre la fuente de luz y el prisma. Se observan bandas o rayas oscuras situadas en la misma longitud de onda que sus espectros de emisión.

2.3 Los espectros atómicos

- En 1885, un maestro de escuela suizo, Johann Jacob **Balmer** estudiando la **zona visible** del espectro de emisión del átomo de hidrógeno, encontró una expresión que permitía predecir dónde salen las rayas.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

- λ es la longitud de onda de la raya
- **R** es la **constante de Rydberg,** vale $1{,}097 \cdot 10^7$ m^{-1}
- **n** es un número entero mayor que 2

- Posteriormente se descubrió que el **hidrógeno presenta rayas en el ultravioleta y el infrarrojo,** por lo que obtuvieron una expresión más general

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] \qquad siendo: n_2 > n_1$$

Serie	n_1	n_2	zona
Lyman	1	2, 3, 4, …	Ultravioleta
Balmer	2	3, 4, 5, …	Visible
Paschem	3	4, 5, 6, …	Infrarrojo
Bracket	4	5, 6, 7, …	Infrarrojo
Pfund	5	6, 7, 8, …	Infrarrojo

¿A qué se deben estas líneas que aparecen en los espectros?

- **Niels Bohr** (1913) propuso un modelo de átomo de hidrógeno donde los niveles de energía están cuantizados. A cada nivel le corresponde un **número entero n llamado número cuántico principal.**

2.4 Modelo atómico de Bohr

- En 1913 el físico danés Niels Bohr propone un modelo de átomo basado en los siguientes postulados:

- 1er Postulado: Los electrones giran en torno al núcleo en órbitas circulares estables, donde al moverse no pierden energía **(órbitas estacionarias).**

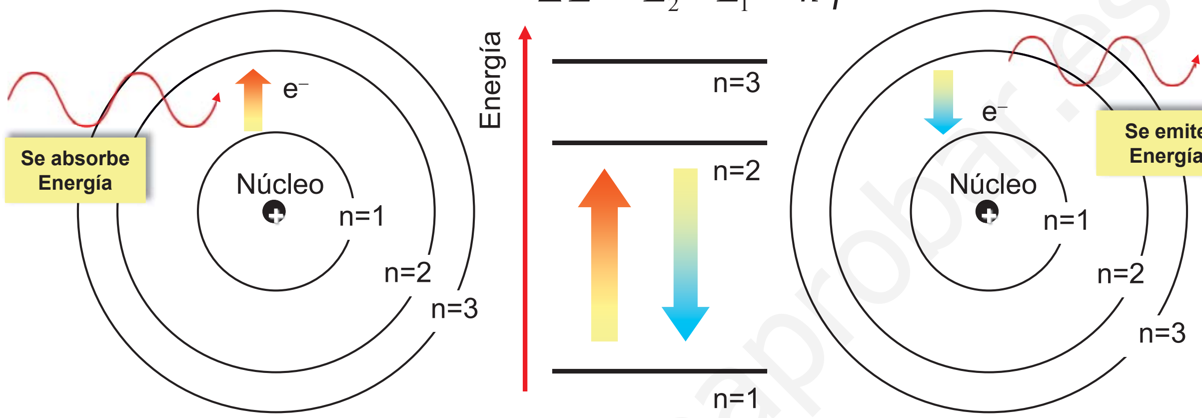
- 2º Postulado: Sólo son posibles aquellas órbitas en las que el electrón tiene un momento angular que es múltiplo entero de h/2π.

$$L = m_e v r = n \frac{h}{2\pi}$$

n es el número cuántico principal

- 3er Postulado: Cuando el electrón pasa de una órbita a otra, absorbe o emite energía en forma de cuantos o fotones cuya cantidad es:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\,f$$



2.4 Modelo atómico de Bohr

- **Radio de las órbitas permitidas:**

- La fuerza de atracción electrostática entre el núcleo y el electrón del átomo de hidrógeno es una fuerza centrípeta:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{m_e v^2}$$

- Teniendo en cuenta el 2º postulado de Bohr: $v = n\dfrac{h}{2\pi m_e r}$

- Radios de las órbitas permitidas: $\boxed{r = n^2 \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 0{,}53.10^{-10}\ n^2\,(\mathrm{m})}$

- **Energía de las órbitas permitidas:**

- La energía de un electrón en su órbita será la suma de la energía cinética más la energía potencial:

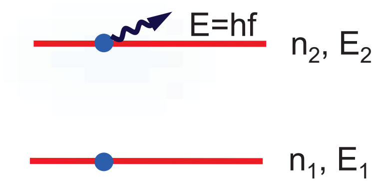
$$E_T = E_c + E_P = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

- Sustituyendo la velocidad y el radio obtenidos anteriormente, se obtiene la energía total de un electrón en una órbita de Bohr :

$$\boxed{E_T = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2} = -\frac{13{,}6}{n^2}\ (eV)}$$

2.4 Modelo atómico de Bohr

- **Energía emitida por un electrón al pasar de una órbita de energía superior a otra inferior.**



$$E_{emitida} = E_2 - E_1 = -\frac{m_e\, e^4}{8\,\varepsilon_0^2\, n_2^2\, h^2} - \left(-\frac{m_e\, e^4}{8\,\varepsilon_0^2\, n_1^2\, h^2}\right)$$

$$E_{emitida} = \frac{m_e\, e^4}{8\,\varepsilon_0^2\, h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

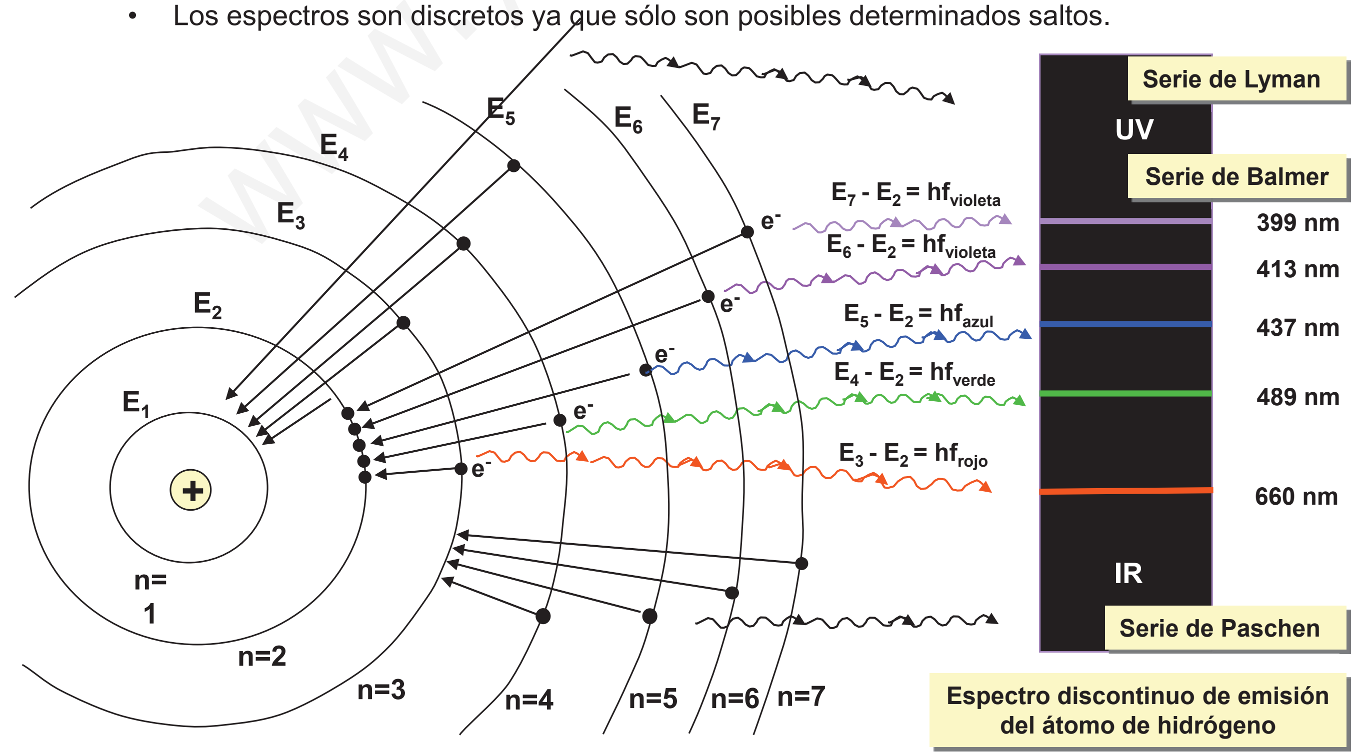
- De acuerdo con el 3er postulado de Bohr, la energía se emite en forma de cuantos o fotones $\boldsymbol{E_{fotón} = hf}$ y será:

$$h\,f = h\frac{c}{\lambda} = \frac{m_e\, e^4}{8\,\varepsilon_0^2\, h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad \boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e\, e^4}{8\,\varepsilon_0^2\, h^3 c}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)}$$

- Al sustituir los valores de las constantes, se obtiene la **constante de Rydberg.**

2.4 ¿Cómo se producen los espectros discontinuos según Bohr?

- **Los espectros atómicos confirman el modelo atómico de Bohr y son una prueba evidente de la cuantización de la energía.**
- Las órbitas están cuantizadas, solo son posibles determinados saltos del electrón.
- Cada salto origina un fotón de una determinada frecuencia: una raya en el espectro.
- Los espectros son discretos ya que sólo son posibles determinados saltos.



2.4 Cálculo de la longitud de onda de algunas rayas espectrales

- Calcula la longitud de onda de la primera y la segunda raya de la serie de Balmer para el hidrógeno. ¿Cuál es la diferencia de energía de los niveles en los que se produce la transición electrónica que las origina?.

- **En la serie de Balmer n_1 = 2.** Para la primera raya, n_2 = 3; la segunda, n_2= 4, etc.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] = 1{,}09.10^7\,m^{-1}\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right] \Rightarrow \lambda_1 = 6{,}60.10^{-7}\,m = 660\,nm$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] = 1{,}09.10^7\,m^{-1}\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right] \Rightarrow \lambda_2 = 4{,}89.10^{-7}\,m = 489\,nm$$

- Diferencia de energía entre los niveles cuya transición origina la primera raya es:

$$\Delta E_{3\to 2} = h.\frac{c}{\lambda_1} = 6{,}625.10^{-34}\ J.s.\frac{3.10^8\ m.s^{-1}}{660.10^{-9}\ m} = 3{,}01.10^{-19}\,J\ =\ 1{,}88\ eV$$

- Diferencia de energía entre los niveles cuya transición origina la segunda raya es:

$$\Delta E_{4\to 2} = h.\frac{c}{\lambda_2} = 6{,}625.10^{-34}\ J.s.\frac{3.10^8\ m.s^{-1}}{489.10^{-9}\ m} = 4{,}04.10^{-19}\,J\ =\ 2{,}53\ eV$$

2.5 Modelo mecánico cuántico: de las órbitas a los orbitales

- El modelo atómico actual es el denominado **modelo mecánico-cuántico**,
- El modelo sustituye la idea de que los electrones giran en torno al núcleo en unas órbitas determinadas por **zonas donde la probabilidad de encontrar al electrón es máxima.**

- Según la mecánica cuántica, cada nivel de energía principal **n,** posee subniveles que se designan con los números **0, 1, 2, … (n-1), a los que corresponden las letras s, p, d, f.**
- Además los subniveles pueden presentar distintas orientaciones y los electrones ocupan esas zonas girando en un sentido o en el contrario.

Números cuánticos	Valores	Representa
Principal n	n = 1,2,3,…	Nivel de energía
Secundario o azimutal l	l = 0,1,2,… (n-1)	Subnivel de energía
Magnético m	+l … 0 …-l	Orientación del subnivel
Spin s	± 1/2	Giro del electrón sobre sí mismo

- Un **orbital atómico** es la zona del espacio en la que hay mayor probabilidad de encontrar un electrón con una determinada energía.
- En cada orbital caben como máximo dos electrones con el spin (giro) contrario.

3.1 Nacimiento y principios de la mecánica cuántica

- **Situación de partida (principios de los años 20):**

- La luz, en los fenómenos de difracción, interferencia y polarización, muestra una **naturaleza ondulatoria.**

- La luz, en los fenómenos de emisión del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y la formación de espectros y otros, muestra una **naturaleza corpuscular (fotones).**

- **Bases de la Mecánica Cuántica**
- Hipótesis de Louis de Broglie (1924).
- El principio de indeterminación de Heisenberg.
- La función de probabilidad de Schrödinger.

- ¿Por qué los electrones se mueven en órbitas estacionarias de energía?
- ¿Por qué tienen comportamiento de onda?
- ¿Cómo conocer la energía que posee un electrón y la posición de éste si según el principio de incertidumbre nunca lograremos medirlo?

- **La mecánica clásica no puede dar respuesta a estos interrogantes**

3.2 Nacimiento y principios de la mecánica cuántica

- **La Teoría Cuántica de Planck y la Relatividad de Einstein.**

Max Planck
Físico alemán 1858-1947

- Según la Teoría Cuántica de Max Planck, la energía de un fotón depende de la frecuencia luminosa y viene dada por la ecuación:

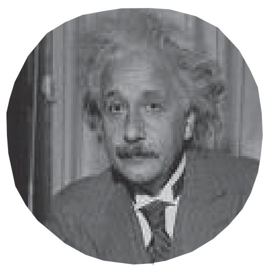
$$E_{\text{fotón}} = h.f_{\text{fotón}} = h.\frac{c}{\lambda_{\text{fotón}}}$$

Constante de Planck:
$h = 6{,}625.10^{-34}$ J.s

- Según A. Einstein la energía relativista de un fotón:

$$E_{\text{fotón}} = m.c^2$$

- Igualando energías: $h.\dfrac{c}{\lambda_{\text{fotón}}} = m.c^2 \Rightarrow \boxed{\lambda = \dfrac{h}{m.c}}$



Albert Einstein
Físico alemán 1879-1955

- **Ecuación que relaciona una magnitud corpuscular, la masa; con una magnitud ondulatoria, la longitud de onda.**

3.3 Dualidad onda - partícula: Hipótesis de De Broglie

- **Louis De Broglie,** en 1924, pensando en la simetría de la naturaleza y, teniendo en cuenta la dualidad onda-corpúsculo de la luz, postuló que **la materia tiene naturaleza ondulatoria:** toda partícula (electrón, protón, etc) lleva asociada una onda, cuya longitud de onda (λ) y frecuencia (f) vienen dadas por las expresiones:

$$\lambda = \frac{h}{m.v} \qquad f = \frac{E}{h}$$

Louis De Broglie
Físico francés

- m la masa, v la velocidad y E la energía de la partícula.
- Las partículas "pequeñas" llevan asociadas "ondas significativas"; mientras que las partículas "grandes", llevan asociadas ondas "no significativas.

- Toda partícula material en movimiento tiene un comportamiento ondulatorio.

- Las ondas de De Broglie son **ondas de materia,** no tiene naturaleza mecánica, ni electromagnética, no se originan en ningún fenómeno físico (vibración, compresión, etc).
- Estas ondas vienen definidas por una **función de onda Ψ(x,y,z,E).**
- A partir de este postulado, Schrödinger estudia el estado del electrón del átomo de hidrógeno.

3.4 Cálculo de la longitud de onda asociada a distintas partículas

- Calcula la longitud de onda de De Broglie asociada, a las siguientes partículas:
  a) Una persona de 70 kg, moviéndose a 2 m/s.
  b) Un electrón de $9{,}1.10^{-31}$ kg de masa, moviéndose a 1000 m/s

- La longitud de onda de De Broglie asociada a la persona vale:

$$\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}625.10^{-34}\ \mathrm{J.s}}{70\,\mathrm{kg}.2\,\mathrm{m.s^{-1}}} = 4{,}7.10^{-36}\,\mathrm{m}$$

- Mucho menor que el tamaño, no ya de la persona, sino de los núcleos de los átomos. Luego sus efectos ondulatorios serán imperceptibles.

- La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón vale:

$$\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}625.10^{-34}\ \mathrm{J.s}}{9{,}1.10^{-31}\,\mathrm{kg}.1000\,\mathrm{m.s^{-1}}} = 7{,}2.10^{-7}\,\mathrm{m}$$

- Unas 130000 veces mayor que el radio de la primera órbita de Böhr, luego producirá fenómenos ondulatorios que impedirán la localización del electrón en un espacio del orden de su longitud de onda.

3.5 Principio de Indeterminación de Heisenberg

- **Principio de Indeterminación de Heisenberg:**
- Es imposible en un instante dado, determinar simultáneamente la posición y la cantidad de movimiento de una partícula (el momento lineal de ésta).

- No es una limitación debida a la medida, sino a la propia naturaleza de la materia.

$$\Delta x . \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \quad \text{Principio de Heisenberg}$$

- Δx es la imprecisión en la medida de la posición.
- Δp es la imprecisión en la medida del momento lineal.


Heisenberg 1901-1976

- Por tanto si conocemos exactamente dónde está el electrón ($\Delta x = 0$), no sabremos su momento lineal o su velocidad ($\Delta p \rightarrow \infty$) y viceversa.
- El Principio de Incertidumbre es una consecuencia de la dualidad onda-partícula de la radiación y la materia.

- La mecánica cuántica sustituye los modelos clásicos que situaban los electrones girando en órbitas alrededor del núcleo por **zonas llamadas orbitales en las que la probabilidad de que se encuentre el electrón es elevada.**

3.6 Ecuación de Schrödinger. Función de onda

- A partir de la hipótesis de De Broglie y considerando que el movimiento del electrón es análogo a un sistema de ondas estacionarias,
- En 1926, Erwin Schrödinger desarrolla una teoría según la cual las **propiedades corpusculares y ondulatorias** de la materia no son mas que aspectos distintos de una misma realidad.
- **Schrödinger llegó a una ecuación de onda para el átomo de hidrógeno**

$$\psi\left(x, y, z, E\right) = 0 \quad \text{Ecuación de Schödinger}$$

- **ψ recibe el nombre de función de onda,** es función de las coordenadas cartesianas y de la energía del electrón.

- Esta ecuación es puramente teórica y al resolverla se obtienen las soluciones propuestas en el modelo atómico de Bohr-Sommerfeld.

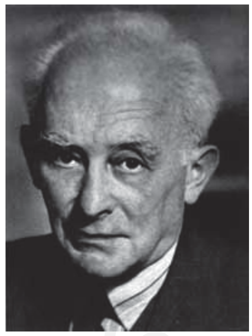

E. Schrödinger 1887-1962

- La **ecuación de onda de Schrödinger,** describe el comportamiento y la energía de las partículas submicroscópicas.
- Es una función análoga a las leyes de Newton para los sólidos macroscópicos que incorpora tanto el carácter de partícula (en función de la masa) como el carácter de onda en términos de una **función de onda *ψ***

3.7 Ecuación de Schrödinger. Función de onda

- **La función de probabilidad de Schrödinger**
- **Max Born** sugirió que lo que tenía sentido físico real no era la función de onda, sino su cuadrado.
- Según esta interpretación, la **probabilidad de encontrar un electrón en un elemento de volumen *dV*** viene dada por:

$$|\Psi|^2\, dV$$



Max Born 1882-1970

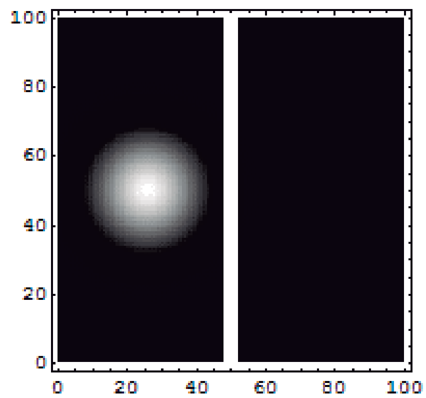
- La función de onda debe cumplir:

$$\int_v |\Psi|^2\, dV \ = 1$$

- Cuando se cumple esta condición se dice que la función de onda se encuentra "normalizada".
- **Al cuadrado del valor absoluto de la función de onda, Ψ^2, se la llama densidad de probabilidad.**
- Nos da la probabilidad de encontrar la partícula descrita por la función ψ en un punto y un instante dado, obteniéndose lo que se denomina **nube de probabilidad o densidad electrónica para el electrón del átomo de hidrógeno.**
- Esto aplicado a los electrones en los átomos llevó al concepto de **Orbital.**

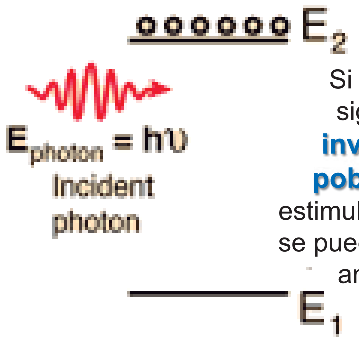
4.1 Consecuencias de la mecánica cuántica

- Se sustituye la idea de trayectorias precisas (órbitas) de Bohr por zonas de máxima probabilidad de hallar el electrón (**orbital**).
- Se modifica el concepto de electrón como "partícula cargada negativamente", que carece de sentido.
- Debemos acostumbrarnos a hablar de **rastro electrónico** más que de electrón.
- **Efecto túnel**
- Reflexión y "tunelado" de un electrón dirigido hacia una barrera potencial. El punto resplandeciente moviéndose de derecha a izquierda es la sección reflejada del wavepacket. Un vislumbre puede observarse a la derecha de la barrera. Esta pequeña fracción del wavepacket atraviesa el túnel de una forma imposible para los sistemas clásicos. También es notable la interferencia de los contornos entre las ondas de emisión y de reflexión.

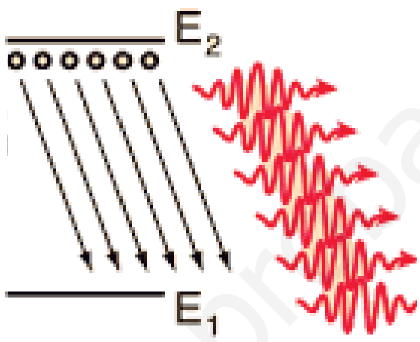


5.1 Aplicaciones de la mecánica cuántica: el laser

- **L**ight **a**mplification by **s**timulated **e**misión of **r**adiation: luz amplificada por emisión estimulada de radiación.
- Es un dispositivo que produce un **haz intenso de luz de una sola frecuencia, estando todas las ondas en fase, es decir es luz coherente.**
- Un láser típico es un sólido transparente (rubí) o un tubo lleno de gas con espejos en ambos extremos, uno de ellos semiplateado que permita salir parte de la luz.
- La distancia entre los espejos es un múltiplo entero de semilongitudes de onda de la luz encerrada en el láser, para que de lugar a una onda estacionaria.
- Mediante una fuente externa de energía se produce la inversión de la población de átomos del estado normal al excitado.
- La acción laser comienza cuando un fotón inicia la emisión estimulada.



Si existe una significativa **inversión de población**, se estimula la emisión, y se puede producir luz amplificada



Los fotones que se originan por emisión estimulada, tienen la misma frecuencia**, luz monocromática**, y se emiten en fase produciendo **luz coherente**

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

1. Calcular la energía cinética con que se expulsa un electrón de un metal, sabiendo que el trabajo de extracción es 3,6 eV y que se hace incidir una radiación de 10^{-7} m de longitud de onda.

Datos: h = $6{,}625.10^{-34}$ J.s; c = 3.10^{8} m/s; e- = $1{,}6.10^{-19}$ C; 1A = 10^{-10} m; 1 nm = 10^{-9} m; m_{e-} = $9{,}1.10^{-31}$ kg.

- Aplicando la teoría de Albert Einstein sobre el Efecto Fotoeléctrico:

$$E_{Rad} = hf_{Rad} = h\frac{c}{\lambda_{Rad}} = W_{Ext} + E_{ce}$$

$$E_{Rad} = 6{,}625.10^{-34}\ Js.\frac{3.10^{8}\ ms^{-1}}{10^{-7}\ m} = 1{,}99.10^{-18}\ J = 12{,}4\,eV$$

$$W_{Extrac} = 3{,}6\,eV.1{,}6.10^{-19}\,C(eV)^{-1} = 0{,}58.10^{-18}\ J$$

- Luego la energía cinética con que se expulsan los electrones:

$$E_{ce} = 1{,}99.10^{-18}\ J - 0{,}58.10^{-18}\ J = 1{,}41.10^{-18}\,J = 8{,}8\,eV$$

2. Incide sobre un metal una onda electromagnética de 3000 Å; la energía cinética máxima de los electrones emitidos es de 2 eV. Calcular: a) la energía del fotón incidente; b) el trabajo de extracción del metal; c) el potencial de frenado.

- Energía del fotón incidente, cuya longitud de onda es 3000 Å:

$$E_{fotón} = h.f_{fotón} = h.\frac{c}{\lambda_{fotón}} = \frac{6,625.10^{-34}\ J.s}{3000.10^{-10}\ m} = 6,625.10^{-19}\ J\ .\frac{1}{1,6.10^{-19}\ C.e^{-1}} = 4,14\,eV$$

- El trabajo de extracción se calcula por diferencia entre la energía del fotón incidente y la energía máxima de los electrones arrancados:

$$W_{Extrac} = E_{fot} - E_{c\,max\,e} = 4,14\,eV - 2\,eV = 2,14\,eV$$

- El potencial de frenado tiene que detener los electrones, por lo tanto:

$$e\,V_{0(pot.\,frenado)} = E_{c\,max\,e^-} \quad \Rightarrow \quad V_0 = \frac{E_c}{e} = \frac{3,2.10^{-19}\ J}{1,6.10^{-19}\ C} = 2V$$

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

3. Sobre una superficie de potasio incide luz de 50 nm emitiéndose fotoelectrones. Sabiendo que la longitud de onda umbral para el potasio es de 750 nm, calcular:
a) trabajo de extracción de los electrones en el potasio.
b) energía cinética máxima de los electrones emitidos al iluminar con luz de 50 nm.

- Energía de la radiación (luz) de 50 nm:

$$E_{Rad} = h.f_{Rad} = h.\frac{c}{\lambda_{Rad}} = 6,625.10^{-34}\ J.s.\frac{3.10^{8}\ m.s^{-1}}{50.10^{-9}\ m} = 3,98.10^{-18}\ J \ \Rightarrow\ 24,87eV$$

- El trabajo de extracción de los electrones se calcula a partir de la frecuencia umbral:

$$W_{Extrac} = h.f_0 = h.\frac{c}{\lambda_0} = 6,625.10^{-34}\ J.s.\frac{3.10^{8}\ m.s^{-1}}{750.10^{-9}\ m} = 2,65.10^{-19}\ J \ \Rightarrow\ 1,66\,eV$$

- Por diferencia entre ambas energías, calculamos la energía máxima de los electrones emitidos al iluminar el potasio con luz de 50 nm:

$$E_{c\,máx\,e} = E_{Rad} - W_{ext} = 3,98.10^{-18} - 2,65.10^{-19} = 3,72.10^{-18}\ J \ \Rightarrow\ 23,21eV$$

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

4. Dar en MeV la energía necesaria para que un fotón pueda materializarse en un electrón y un positrón.

- Se supone que el fotón está en reposo, sino tendríamos que tener en cuente su energía cinética:

$$E_{fotón} = E_{e^-} + E_{e^+} = m_0.c^2 + m_0.c^2 = 2m_0.c^2 \Rightarrow$$

$$2.9{,}1.10^{-31}\,kg.(3.10^8\,m.s^{-1})^2 = 1{,}64.10^{-13}\,J = 1{,}02\,MeV$$

5. ¿Qué longitud de onda deba tener una radiación electromagnética si uno de los fotones del haz presenta la misma cantidad de movimiento que un electrón que se mueve con v = 2.10^5 m/s?. b) si el electrón está parado, ¿tiene sentido esto último?. Datos: m_e = $9{,}1.10^{-31}$ kg.

- A partir de la dualidad Onda-Partícula de Louis De Broglie toda partícula en movimiento lleva asociada una onda cuya longitud de onda:

$$\lambda_{fotón} = \frac{h}{p_{e^-}} = \frac{h}{m_{e^-}.v_{e^-}} = \frac{6{,}625.10^{-34}\,J.s}{9{,}1.10^{-31}\,kg.2.10^5\,m.s^{-1}} = 3{,}64.10^{-9}\,m$$

- Si el electrón está parado no existe esa dualidad partícula – onda.

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

6. Un metal, para el que la longitud de onda umbral de efecto fotoeléctrico es λ_o = 275 nm, se ilumina con luz de λ = 180 nm. a) Explique el proceso en términos energéticos; b) calcule la longitud de onda, la frecuencia y energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

- Hacemos un balance de energía a partir de la teoría.de Albert Einstein:

$$E_{fot} = h.f_{fot} = h.\frac{c}{\lambda_{Rfot}} = 6{,}625.10^{-34}\,J.s.\frac{3.10^8\,m.s^{-1}}{180.10^{-9}\,m} = 1{,}1.10^{-18}\,J \Rightarrow 6{,}88\,eV$$

$$W_{Ext} = h.f_0 = h.\frac{c}{\lambda_0} = 6{,}625.10^{-34}\,J.s.\frac{3.10^8\,m.s^{-1}}{275.10^{-9}\,m} = 0{,}72.10^{-18}\,J \Rightarrow 4{,}5\,eV$$

$$E_{c\,máx\,e^-} = E_{fot} - W_{ext} = 1{,}1.10^{-18} - 0{,}72.10^{-18} = 0{,}38.10^{-18}\,J = \frac{1}{2}.m_{e^-}.v_{e^-}^2 \Rightarrow v_{máx\,e^-} = 9{,}14.10^5\,m.s^{-1}$$

- Las ondas asociadas a los fotoelectrones son **Ondas de materia** cuya longitud de onda λ y frecuencia f vienen dadas por las ecuaciones

$$\lambda_{foto\,e^-} = \frac{h}{m_{e^-}.v_{e^-}} = \frac{6{,}625.10^{-34}\,J.s}{9{,}1.10^{-31}\,kg.9{,}14.10^5\,m.s^{-1}} = 7{,}96.10^{-10}\,m$$

$$f_{foto\,e^-} = \frac{E}{h} = \frac{3{,}84.10^{-19}\,J}{6{,}625.10^{-34}\,J.s} = 5{,}8.10^{14}\,s^{-1}\,(Hz)$$

7. Se irradia Cu con luz visible (400 nm – 700 nm). Sabiendo que la función de trabajo en el Cu es 4,4 eV, determinar: a) ¿habrá emisión de fotoelectrones?; b) la energía cinética de los mismos si se irradia con una longitud de onda de 200 nm.

- A partir del trabajo de extracción calculamos la longitud de onda umbral:

$$W_{Ext} = h.\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow 4,4\,eV.1,6.10^{-19}\,C.e^{-1} = 6,625.10^{-34}\,J.s.\frac{3.10^8\,m.s^{-1}}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = 2,82.10^{-7}\,m = 282\,nm$$

- Si irradiamos Cu con luz visible, la longitud de onda será mayor de 282 nm y **no habrá emisión de electrones.**

Cuando llegan fotones de λ = 220 nm, que es menor que λ_o=282 nm, si habrá efecto fotoeléctrico y a partir de la energía de esa radiación podremos calcular la energía cinética de los fotoelectrones arrancados:

$$E_{rad} = h.\frac{c}{\lambda_{Rad}} = 6,625.10^{-34}\,J.s.\frac{3.10^8\,m.s^{-1}}{200.10^{-9}\,m} = 9,94.10^{-19}\,J = 6,2\,eV$$

$$E_{c\,e^-} = E_{rad} - W_{Ext} = 6,2\,eV - 4,4\,eV = 1,8\,eV$$

8. Una superficie de Ni se irradia con luz ultravioleta de longitud de onda 200 nm. La función de trabajo del Ni es 5,01 eV. Calcular: a) la ddp que debe aplicarse para detener totalmente los electrones emitidos; b) la energía de los mismos si la ddp se reduce a un cuarto del valor anterior.

- Energía de la radiación ultravioleta de longitud de onda 200 nm:

$$E_{fot.UV} = h.\frac{c}{\lambda_{fot.UV}} = 6,625.10^{-34}\,J.s.\frac{3.10^8\,m.s^{-1}}{200.10^{-9}\,m} = 9,94.10^{-19}\,J = 6,21\,eV$$

- La energía cinética de los electrones emitidos:

$$E_{c\,e^-} = E_{fot.UV} - W_{ext.Ni} = 6,21\,eV - 5,01\,eV = 1,20\,eV$$

- El trabajo (eV_o) que se realiza al aplicar la ddp, para detener los electrones, tiene que anular su energía cinética:

$$E_{c\,e^-\,emitidos} = e.V_0 = 1,2\,eV \Rightarrow V_0 = 1,2\,V$$ Es el potencial de detención

9. La llama amarilla de una lámpara de sodio emite fotones de 550 nm. Calcular: a) la energía de los mismos; b) ¿se emitirán electrones de un metal cuya función de trabajo es de 1,9 eV al iluminarlo con luz de sodio?.

- La energía de los fotones amarillos de la lámpara de sodio es:

$$E_{fot.amarillo} = h.f_{fot.a} = h.\frac{c}{\lambda_{fot.a}} = 6,625.10^{-34}\ J.s.\frac{3.10^{8}\ m.s^{-1}}{550.10^{-9}\ m} = 3,6.10^{-19}\ J = 2,25\,eV$$

- Como la energía de los fotones amarillos de la lámpara de sodio es mayor que el trabajo de extracción, si se emiten electrones, es decir, si habrá efecto fotoeléctrico.
  - Fin del ejercicio
- Al conocer la longitud de onda, se puede calcular la frecuencia de esos fotones:

$$f_{foton\ amarillo} = \frac{c}{\lambda_{fot.a}} = \frac{3.10^{8}\ m.s^{-1}}{550.10^{-9}\ m} = 5,45.10^{14}\ Hz$$

- A partir del trabajo de extracción, se sabe la frecuencia umbral:

$$W_{ext\,Metal} = 1,9\,eV.1,6.10^{-19}\ C.e^{-1} = 3,04.10^{-19}\ J = h.f_0 \Rightarrow f_0 = 4,59.10^{14}\ Hz$$

- Cómo la frecuencia del fotón amarillo (5,45.1014 Hz) que emite la lámpara de sodio es mayor que la frecuencia umbral (4,59.1014 Hz) de ese metal, si se emiten electrones.

10. Determinar la longitud de onda, la frecuencia y la cantidad de movimiento de un fotón de 200 MeV de energía, e indicar en que zona del espectro se halla.

- Pasamos energía del fotón de MeV a Julios, para poder calcular su frecuencia y su longitud de onda:

$$E_{fotón} = 200\,MeV = 200.10^{6}\,eV.1,6.10^{-19}\,C.e^{-1} = 3,2.10^{-11}\ J$$

$$f_{fotón} = \frac{E}{h} = \frac{3,2.10^{-11}\ J}{6,625.10^{-34}\ J.s} = 4,83.10^{22}\ s^{-1}$$

$$\lambda_{fotón} = \frac{c}{f} = \frac{3.10^{8}\ m.s^{-1}}{4,83.10^{22}\,s^{-1}} = 6,21.10^{-15}\,m$$

- Por su frecuencia o longitud de onda ese fotón se encuentre en el **límite de los Rayos Cósmicos.**
- A partir de la relación de De Broglie, se calcula su cantidad de movimiento:

$$\lambda_{fotón} = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,625.10^{-34}\ J.s}{6,21.10^{-15}\,m} = 1,067.10^{-19}\,kg.m.s^{-1}$$

11. Una superficie metálica emite electrones de 3 eV de energía cinética al incidir sobre ella una radiación ultravioleta de 150 nm de longitud de onda. Determinar: a) el trabajo de extracción del metal; b) ¿se producirá efecto fotoeléctrico si hacemos incidir una radiación de 250 nm?.

- Energía de la radiación Ultravioleta de 150 nm:

$$E_{Rad.UV} = 6,625.10^{-34}\, J.s \frac{3.10^{8}\, m.s^{-1}}{150.10^{-9}\, m} = 13,25.10^{-19}\, J = 8,28\, eV$$

- El trabajo de extracción se calcula por diferencia entre la energía del fotón incidente y la energía de los electrones arrancados:

$$W_{Extrac} = E_{rad.UV} - E_{c\,e^-} = 8,28\, eV - 3\, eV = 5,28\, eV$$

- A partir del trabajo de extracción se calcula la longitud de onda umbral:

$$W_{extrac} = 5,28\, eV.1,6.10^{-19}\, C.e^{-1} = 625.10^{-34}\, J.s \frac{3.10^{8}\, m.s^{-1}}{\lambda_o} \Rightarrow \lambda_o = 235\, nm$$

- Si incide una radiación de mayor longitud de onda, 250 nm, que la umbral 235 nm, no hay efecto fotoeléctrico.

12. Para extraer un electrón de un átomo de un metal es necesaria una energía de 3,5 eV, la que se suministra mediante una radiación electromagnética que lo ilumina. a) ¿Cuál será la frecuencia por debajo de la cual es imposible la extracción?; b) ¿a qué dominio del espectro pertenecerá?.

- A partir del trabajo de extracción calculamos la frecuencia umbral:

$$W_{Extrac} = 3,5\, eV.1,6.10^{-19}\, C.e^{-1} = 5,6.10^{-19}\, J = h.f_0$$

$$f_0 = \frac{W_{extrac}}{h} = \frac{5,6.10^{-19}\, J}{6,625.10^{-34}\, J.s} = 8,45.10^{14}\, Hz$$

- La longitud de onda umbral, que no necesitamos, vale:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_o} = \frac{3.10^{8}\, m.s^{-1}}{8,45.10^{14}\, Hz} = 3,55.10^{-7}\, m = 355\, nm$$

- **Por debajo de la frecuencia umbral f_o = 8,45.10^{14} Hz no se extrae el electrón, es decir, no hay efecto fotoeléctrico.**
- Esa radiación pertenece al dominio del ultravioleta.

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

13. ¿Cuál será la longitud de onda y la frecuencia de la primera raya de la serie de Balmer ($n_1 = 2$, $n_2 = 3$) en el espectro del átomo de hidrógeno?.
Dato: Constante de Rydberg = $1{,}09.10^7\ m^{-1}$.

- A partir de la ecuación de los espectros atómicos, se calcula la longitud de onda de la primera raya del espectro:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right] = 1{,}09.10^7\,m^{-1}\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right] \Rightarrow \lambda = 6{,}58.10^{-7}\,m = 658\,nm$$

- La frecuencia correspondiente es: $f_0 = \dfrac{c}{\lambda_o} = \dfrac{3.10^8\,m.s^{-1}}{6{,}58.10^{-7}\,Hz} = 4{,}56.10^{14}\,Hz$

- La energía correspondiente a esta emisión:

$$E = h.f_0 = 6{,}625.10^{-34}\ J.s.4{,}56.10^{14}\,Hz = 3{,}021.10^{-19}\,J = 1{,}89\,eV$$

14. Un electrón salta desde un nivel de energía más externo a otro más interno entre los que existe una diferencia de energía de $1{,}5.10^{-15}$ J. ¿Absorbe o emite esa energía?. ¿Cuál es la frecuencia de la radiación?.

- En el salto, la diferencia de energía entre ambos niveles, se emite en forma de onda electromagnética, es decir un fotón, de frecuencia:

$$f_{radiación} = \frac{E_1 - E_2}{h} = \frac{1{,}5.10^{-15}\,J}{6{,}625.10^{-34}\,J.s} = 2{,}26.10^{18}\,Hz\,(s^{-1})$$

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

15. Calcular la longitud de onda de De Broglie asociada a las partículas:
a) Un neutrón que se mueve a la velocidad de 20 km/s.
b) Un electrón acelerado mediante una diferencia de potencial de 104 V.

- La longitud de onda asociada al neutrón vale:

$$\lambda_{neutrón} = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}625.10^{-34}\,J.s}{1{,}675.10^{-27}\,kg.2.10^4\,m.s^{-1}} = 1{,}98.10^{-11}\,m$$

- Cuando el electrón se acelera mediante una diferencia de potencial, el trabajo eléctrico que se hace sobre él se transforma en energía cinética:

$$W_{eléctrico} = q_e.V = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow mv = \sqrt{2mq_eV}$$

- La longitud de onda asociada al electrón vale:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mq_eV}} = \frac{6{,}625.10^{-34}\,J.s}{\sqrt{2.9{,}1.10^{-31}\,kg.1{,}6.10^{-19}\,C.10^4\,V}} = 1{,}23.10^{-11}\,m$$

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

16. Un electrón se mueve con una velocidad de 4.000 km/s. Si la incertidumbre en el conocimiento de la velocidad es del 3%.
    ¿cuál es la incertidumbre en la posición del electrón?.

- La incertidumbre en el conocimiento del momento lineal del electrón será:

$$\Delta p = m.\Delta v = 9{,}1.10^{-31}\,kg.0{,}03.4.10^{6}\,m.s^{-1} = 1{,}1.10^{-25}\,kg.m.s^{-1}$$

- Según el Principio de Heisenberg la incertidumbre en la posición del electrón valdrá:

$$\boxed{\Delta x.\Delta p \geq \frac{h}{2\pi} \quad \text{Principio de Heisenberg}}$$

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\pi.\Delta p} \geq \frac{6{,}63.10^{-34}\,J.s}{6{,}28.1{,}1.10^{-25}\,kg.m.s^{-1}} \geq 9{,}6.10^{-10}\,m$$

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

17. Calcular la longitud de onda, la frecuencia y la zona del espectro de ondas electromagnéticas de cada una de las primeras rayas de las series de Lyman, Balmer, Paschen, Brackett y Pfund.

Serie	n_1	n_2	$\lambda.10^{-7}$ m	$f.10^{14}$ Hz	Zona
Lyman	1	2	1,22 (122 nm)	24,6	UV
Balmer	2	3	6,60 (660 nm)	4,5	Visible
Paschem	3	4	18,80 (1880 nm)	1,6	IR
Bracket	4	5	40,70 (4070 nm)	0,7	IR
Pfund	5	6	75,00 (7500 nm)	0,4	IR

- Las longitudes de onda de cada raya se calculan por la ecuación de los espectros atómicos.

6. Mecánica cuántica. Ejercicios

18. Un átomo de plomo se mueve con una energía cinética de 10^7 eV.
a) Determine el valor de la longitud de onda asociada a dicho átomo.
Datos. h = $6,62.10^{-34}$ J.s ; 1u = $1,66.10^{-27}$ kg ; m(Pb) = 207u .

- La energía cinética del átomo de plomo, nos permite calcular su velocidad:

$$Ec_{at.Pb} = 10^7 eV.1,6.10^{-19} C.e^{-1} = \frac{m.v^2}{2} = \frac{207u.1,66.10^{-27} kg.u^{-1}.v^2}{2} \Rightarrow v = 3,05.10^6 m.s^{-1}$$

- Ahora podemos calcular la longitud de onda asociada a dicho átomo de plomo:

$$\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6,625.10^{-34} J.s}{207u.1,66.10^{-27} kg.u^{-1}.3,05.10^6 ms^{-1}} = 6,3.10^{-16} \ muy \ pequeña$$

19. ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie para un electrón de energía cinética 100 eV.
Datos. h = $6,62.10^{-34}$ J.s ; m_e = $9,1.10^{-31}$ kg ; q_e = $1,6.10^{-19}$ C.

- La energía cinética del electrón, nos permite calcular la velocidad con que se mueve:

$$E_c = 100eV.1,6.10^{-19} C.e^{-1} = \frac{9,1.10^{-31} kg.v^2}{2} \Rightarrow v = 5,93.10^6 m.s^{-1}$$

- Ahora podemos calcular la longitud de onda asociada al electrón:

$$\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6,625.10^{-34} J.s}{9,1.10^{-31} kg.5,93.10^6 ms^{-1}} = 1,23.10^{-10} \ m$$

7. Cuestiones de mecánica cuántica

1. Comentar las siguientes afirmaciones: a) La teoría de Planck de la radiación emitida por un cuerpo negro afirma que la energía se absorbe o emite en cuantos de valor E = hυ . b) De Broglie postuló que, al igual que los fotones presentan un comportamiento dual de onda y partícula, una partícula presenta también dicho comportamiento dual.

2. Comentar las siguientes afirmaciones: a) El número de fotoelectrones emitidos por un metal es proporcional a la intensidad del haz luminoso incidente. b) La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos por un metal aumenta con la frecuencia del haz de luz incidente.

3. a) Enunciar la hipótesis de De Broglie. ¿Depende la longitud de onda asociada a una partícula que se mueve con una cierta velocidad, de su masa?. b) Comentar el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.

4. a) Indicar por qué la existencia de una frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico va en contra de la teoría ondulatoria de la luz. b) Si una superficie metálica emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz verde, razonar si los emitirá cuando sea iluminada con luz azul.

5. a) Explicar brevemente en qué consiste el efecto fotoeléctrico. b) ¿Tienen la misma energía cinética todos los fotoelectrones emitidos?

6. a) Explicar la hipótesis de De Broglie de dualidad onda-corpúsculo. b) Explicar por qué no suele utilizarse habitualmente la idea de dualidad al tratar con objetos macroscópicos.

7. a) ¿Qué entiendes por dualidad onda corpúsculo?. b) Un protón y un electrón tienen la misma velocidad, ¿serán iguales las longitudes de onda de De Broglie de ambas partículas?.

7. Problemas de mecánica cuántica

9. Un protón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 50 kV. a) Hacer un análisis energético del problema y calcular la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula. b) ¿Qué diferencia cabría esperar si en lugar de un protón la partícula acelerada fuera un electrón? Datos: h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s , e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; me = $9{,}1.10^{-31}$ kg ; mp = $1{,}7.10^{-27}$ kg.

10. El cátodo de una célula fotoeléctrica se ilumina simultáneamente con dos radiaciones monocromáticas: I_1 = 228 nm y I_2 = 524 nm. El trabajo de extracción de un electrón de este cátodo es 3,40 eV. a) ¿Cuál de las dos radiaciones produce efecto fotoeléctrico? Razonar la respuesta. b) Calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos. ¿Cómo variaría dicha velocidad al duplicar la intensidad de la radiación luminosa incidente?. Datos: : h; e ; m_e ; c .

11. Sea una célula fotoeléctrica con fotocátodo de potasio, de trabajo de extracción 2,22 eV. Mediante un análisis energético del problema, contestar razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Se podría utilizar esta célula fotoeléctrica para funcionar con luz visible? (El espectro visible está comprendido entre 380.10^{-9} m y 780.10^{-9} m). b) En caso afirmativo, ¿cuánto vale la longitud de onda asociada a los electrones extraidos con luz visible?
Datos: : h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s , e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; me = $9{,}1.10^{-31}$ kg ; c = 3.10^{8} m.s^{-1} .

12. Un material fotográfico suele contener bromuro de plata, que se impresiona con fotones de energía > $1{,}7.10^{-19}$ J. a) Cuál es la frecuencia y la longitud de onda del fotón que es justamente capaz de activar una molécula de bromuro de plata? b) La luz visible tiene una longitud de onda comprendida entre 380.10^{-9} m y 780.10^{-9} m. Explicar el hecho de que una luciérnaga, que emite luz visible de intensidad despreciable, pueda impresionar una película fotográfica, mientras que no puede hacerlo la radiación procedente de una antena de televisión que emite a 100 MHz, a pesar de que su potencia es de 50 kw. Datos: : h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s , c = 3.10^{8} m.s-1 .

7. Problemas de mecánica cuántica

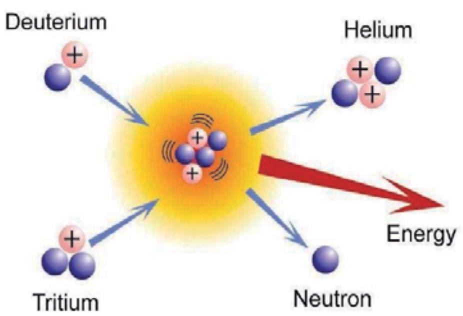
13. Un haz de luz de longitud de onda 546.10^{-9} m penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es 2 eV. a) Explicar las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcular la energía cinética máxima de los electrones emitidos. b) ¿qué ocurriría si la longitud de onda incidente en la célula fotoeléctrica fuera doble de la anterior?. Datos: h ; e ; c .

14. Un átomo de plomo se mueve con una energía cinética de10^{7} eV. a) Determinar el valor de la longitud de onda asociada a dicho átomo. b) Comparar dicha longitud de onda con las que corresponderían, respectivamente, a una partícula de igual masa y diferente energía cinética y a una partícula de igual energía cinética y masa diferente. Datos: h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s ; 1u = $1{,}66.10^{-27}$ kg ; m_{Pb} = 207 u .

15. Al absorber un fotón se produce en un átomo una transición electrónica entre dos niveles separados por un energía de 12.10^{-19} J. a) Explicar, energéticamente, el proceso de absorción del fotón por el átomo. ¿Volverá espontáneamente el átomo a su estado inicial?. b) Si el mismo fotón incidiera en la superficie de un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV, ¿se producirá emisión fotoeléctrica? Datos: : h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s , e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; me = $9{,}1.10^{-31}$ kg .

Tema 12
Física nuclear

Deuterio + Tritio → ^{4}He + 3.5 MeV + neutrón + 14.1 MeV



IES Padre Manjón
Prof: Eduardo Eisman

12. Física nuclear: índice

CONTENIDOS	
1. El camino hacia el núcleo atómico · 2. El descubrimiento del núcleo · 3. Tamaño y densidad de los núcleos · 4. Estabilidad del núcleo · 5. Núcleos inestables: la radiactividad natural · 6. Reacciones nucleares · 7. Interacciones fundamentales de la naturaleza · 8. La estructura más íntima de la materia · 9. La evolución del universo. Teoría del *big bang*	
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	**ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE**
12. Distinguir los distintos tipos de radiaciones y su efecto sobre los seres vivos.	12.1. Describe los principales tipos de radiactividad incidiendo en sus efectos sobre el ser humano, así como sus aplicaciones médicas.
13. Establecer la relación entre la composición nuclear y la masa nuclear con los procesos nucleares de desintegración.	13.1. Obtiene la actividad de una muestra radiactiva y valora los datos para la datación de restos arqueológicos. 13.2. Realiza cálculos con las magnitudes que intervienen en las desintegraciones radiactivas.
14. Valorar las aplicaciones de la energía nuclear en la producción de energía eléctrica, radioterapia, datación en arqueología y la fabricación de armas nucleares.	14.1. Explica los procesos de una reacción en cadena, y conclusiones de la energía liberada. 14.2. Conoce aplicaciones de la energía nuclear como la datación en arqueología y la utilización de isótopos en medicina.
15. Justificar las ventajas, desventajas y limitaciones de la fisión y la fusión nuclear.	15.1. Analiza las ventajas e inconvenientes de la fisión y la fusión nuclear justificando la conveniencia de su uso.

12. Física nuclear: índice

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE
16. Distinguir las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza y los principales procesos en los que intervienen.	16.1. Compara las principales características de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza.
17. Reconocer la necesidad de encontrar un formalismo único que permita describir todos los procesos de la naturaleza.	17.1. Establece una comparación cuantitativa entre las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza en función de las energías.
18. Conocer las teorías más relevantes sobre la unificación de las interacciones fundamentales de la naturaleza.	18.1. Compara las principales teorías de unificación estableciendo sus limitaciones y el estado en que se encuentran actualmente.
19. Utilizar el vocabulario básico de la física de partículas y conocer las partículas elementales que constituyen la materia.	19.1. Describe la estructura atómica y nuclear a partir de su composición en quarks y electrones,
19. Utilizar el vocabulario básico de la física de partículas y conocer las partículas elementales que constituyen la materia.	19.2. Caracteriza algunas partículas fundamentales de especial interés, como los neutrinos y el bosón de Higgs.
20. Describir la composición del universo a lo largo de su historia en términos de las partículas que lo constituyen y establecer una cronología del mismo a partir del Big Bang.	20.1. Relaciona las propiedades de la materia y antimateria con la teoría del Big Bang. 20.2. Presenta una cronología del universo en función de la temperatura y de las partículas .
21. Analizar los interrogantes a los que se enfrentan los físicos hoy en día.	21.1. Realiza y defiende un estudio sobre las fronteras de la física del siglo XXI.

1.1 El camino hacia el núcleo atómico

1895 — El físico alemán **Wilhelm Konrad Roentgen** (1845-1923) descubre los Rayos X. Con el tiempo se sabrá que éste no es un fenómeno nuclear, sino que se debe a saltos de electrones de un nivel a otro.

1896 — **Becquerel** (1852-1908), científico francés, cuando intentó determinar si las sales luminiscentes de uranio emiten Rayos X, descubrió, por azar, la radiactividad.

1897 — En septiembre, en la ciudad de París, **Marie Curie** (1867-1934), siguiendo los consejos de su esposo y tutor, Pierre Curie, decidió investigar, para su tesis doctoral, los "rayos de Becquerel"

Joseph John Thomson (1856-1940) descubre el electrón.

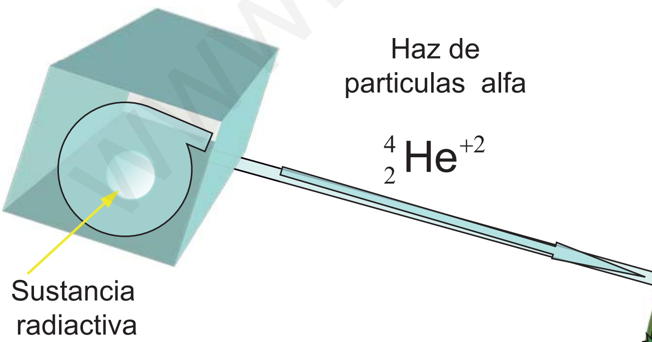
1898 — El 18 de julio**, Marie y Pierre Curie** descubren dos nuevos elementos radiactivos, los bautizan con el nombre de **polonio**, en honor a Polonia y al otro lo llaman **radio**.

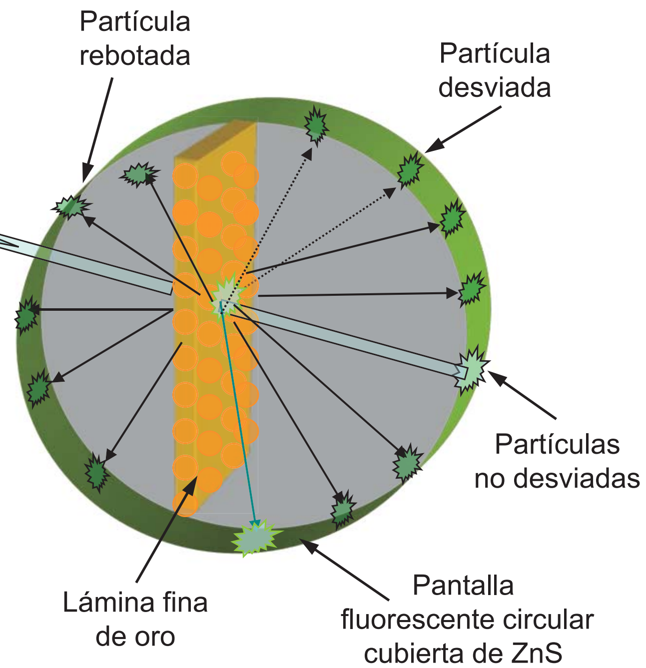
1899 — **Ernest Rutherford** (1871-1937) reporta la existencia de las radiaciones alfa y beta. Años mas tarde se conocerá que están formadas por núcleos de helio (He^{2+}) y electrones (e^-) respectivamente.

1900 — **Paul Villard** (1860-1934) demuestra la existencia de las radiaciones gamma constituidas por fotones de alta energía.

2.1 El descubrimiento del núcleo atómico

- **Rutherford** bombardeó los átomos de una lámina muy fina de oro con partículas alfa (α), procedentes de una sustancia radiactiva.
- Las partículas alfa tienen una masa cuatro veces mayor que la masa del átomo de hidrógeno y una carga eléctrica positiva doble de la carga de un electrón**.**





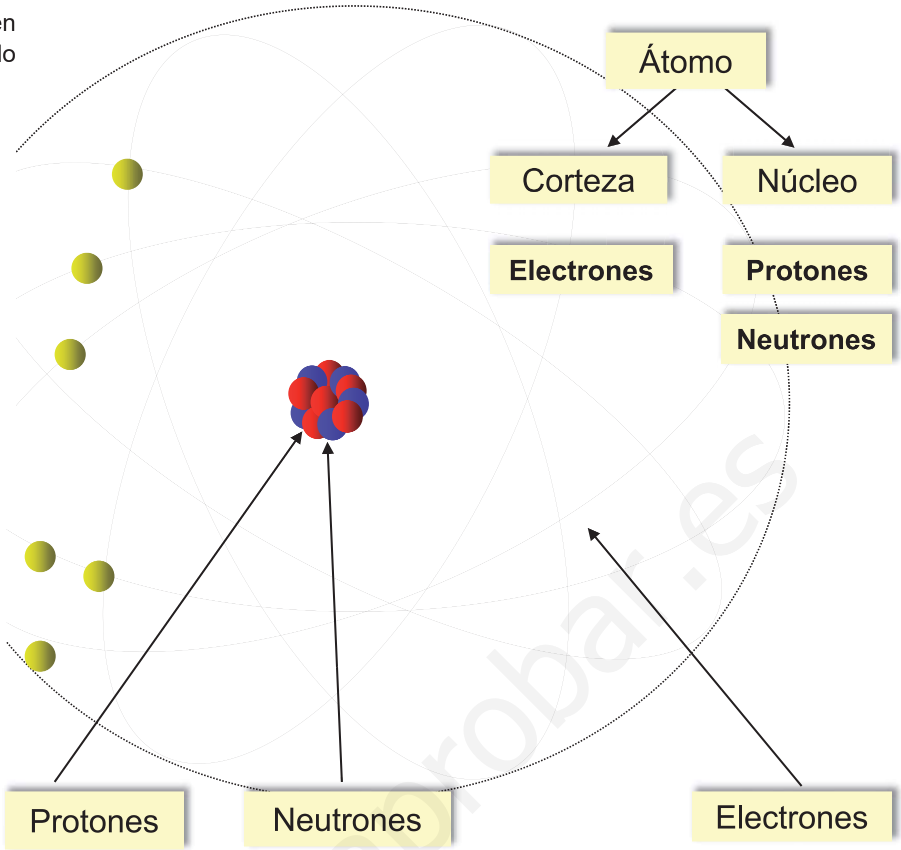
Resultados:

- Observó que casi todas las partículas pasaban a través de la lámina sin desviarse, como si la lámina estuviera prácticamente vacía.
- Solo algunas (aproximadamente 1 de cada 10.000) sufrían desviaciones y, rara vez, alguna partícula rebotaba en la lámina de oro y volvía hacia atrás.

2.2 El descubrimiento del núcleo atómico

- **Rutherford** sugirió, en 1911, el siguiente modelo atómico:

- **El átomo está formado por:**
- Un **núcleo**, muy pequeño con casi toda la masa del átomo y cargado positivamente.
- Está constituido por **protones y neutrones** (estos últimos descubiertos más tarde).
- Una **corteza,** donde los **electrones** giran alrededor del núcleo. Ocupa la mayor parte del volumen atómico, tiene masa muy pequeña y en ella se encuentra toda la carga eléctrica negativa. Se puede decir que el átomo está prácticamente vacío.



2.3 Constitución básica del núcleo atómico

- El descubrimiento de la radiactividad por Henri Bequerel en 1898 es el inicio de lo que hoy se conoce como **física nuclear**. Este físico descubrió que un mineral de uranio emitía un tipo de radiación invisible y penetrante, capaz de velar las placas de fotografía, ionizar gases y atravesar cuerpos opacos.

- El **átomo** está compuesto por un **núcleo** en el que se hallan partículas (con masa), positivas y neutras y alrededor del cuál, en la **corteza**, giran partículas (prácticamente sin masa) con carga negativa.

Átomo	Partícula	Símbolo	Masa (u)	Masa (kg)	Carga (C)
Núcleo (nucleones)	**Protón**	$\begin{matrix}\text{masa} \\ \text{carga}\end{matrix}\ {}^{1}_{+1}p$	1,0073	$1{,}673.10^{-27}$	$+1{,}6.10^{-19}$
	Neutrón	${}^{1}_{0}n$	1,0087	$1{,}675.10^{-27}$	0
Corteza	**Electrón**	${}^{0}_{-1}e$	0	$1/1840.\ m_p$	$-1{,}6.10^{-19}$

2.4 Constitución básica del núcleo atómico

- Existen dos números que caracterizan los **núcleos de los átomos:**
- **Número Atómico (Z):** número de protones que tiene el núcleo del átomo.
- **Número Másico (A)**: suma de protones y neutrones, **A = Z + N .**

- Se llaman **núclidos** a cada una de las especies nucleares, es decir, núcleos que tienen el mismo número atómico Z y número másico A.

- Se llaman **isotopos** a los núclidos que tienen el mismo número atómico Z, y distinto número másico A.

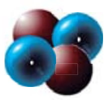
- Llamamos **nucleones: protones (Z) y neutrones (N).**

- Para medir la masa de los átomos se usa la **unidad de masa atómica (u)** que se define como la doceava parte de la masa del átomo de carbono -12.
- En 1 mol de C-12 que son 12 g, hay el número de Avogadro de átomos: $6{,}023.10^{23}$ átomos de C-12:

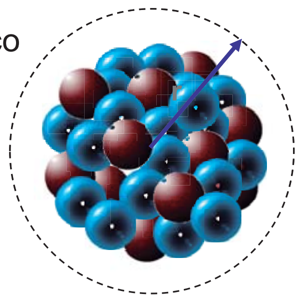
$$1u = \frac{1}{12} \cdot \frac{12{,}000.10^{-3}\,kg/mol}{6{,}022.10^{23}\,at/mol} = 1{,}66.10^{-27}\,kg$$

3.1 Tamaño y densidad de los núcleos

Partícula α



Núcleo atómico



- La energía cinética de la partícula α se habrá transformado en energía potencial electrostática:

$$\frac{1}{2} m_\alpha . v_\alpha^2 = k \frac{2e.Ze}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{4k.Z.e^2}{m_\alpha . v_\alpha^2}$$

- **El tamaño del átomo se estima en unos 10^{-10} m**

3.2 Tamaño y densidad de los núcleos

- Los núcleos atómicos son básicamente esféricos, si bien sus bordes son difusos.
- El tamaño de los núcleos pequeños es del orden de los 10^{-15} m.

- La unidad en la que suele expresarse el tamaño del núcleo es el fentómetro o fermi, en honor a Enrico Fermi (1901-1954).

$$1\ fm = 10^{-15}\ m$$

- Se ha podido establecer una fórmula empírica que relaciona el radio nuclear con el número másico, A:

$$r = 1,2 \, . \, A^{1/3}\ fm$$

- Densidad de los núcleos

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{1,66.10^{-27}.A(kg)}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1,66.10^{-27}.A(kg)}{\frac{4}{3}\pi\left(1,2.A^{1/3}\right)^3} = 2,4.10^{17}\ \frac{kg}{m^3}$$

- ¿Qué fuerzas son las responsables de compactar la materia hasta estas densidades?

4.1 Estabilidad de los núcleos. Energía de enlace

- En el núcleo de los átomos, los nucleones se agrupan en una distancia muy pequeña, del orden de10^{-15} m (1 fermi).
- **Interacción Nuclear Fuerte** es la fuerza que los mantiene unidos, es independiente de su carga, es muy intensa, de corto alcance y atractiva.

- Mediante técnicas de espectrometría se ha podido comprobar que **la masa de los núcleos es menor que la suma de la masa de sus nucleones.**

- **Defecto de masa**: $\Delta m = Z\,.\,m_{protón} + (A-Z)\,m_{neutrón} - M_{núcleo}$

- **Energía de Enlace (ΔE):** es la que se libera al formarse el núcleo a partir de sus nucleones constituyentes. Se calcula mediante la ecuación de Albert Einstein:

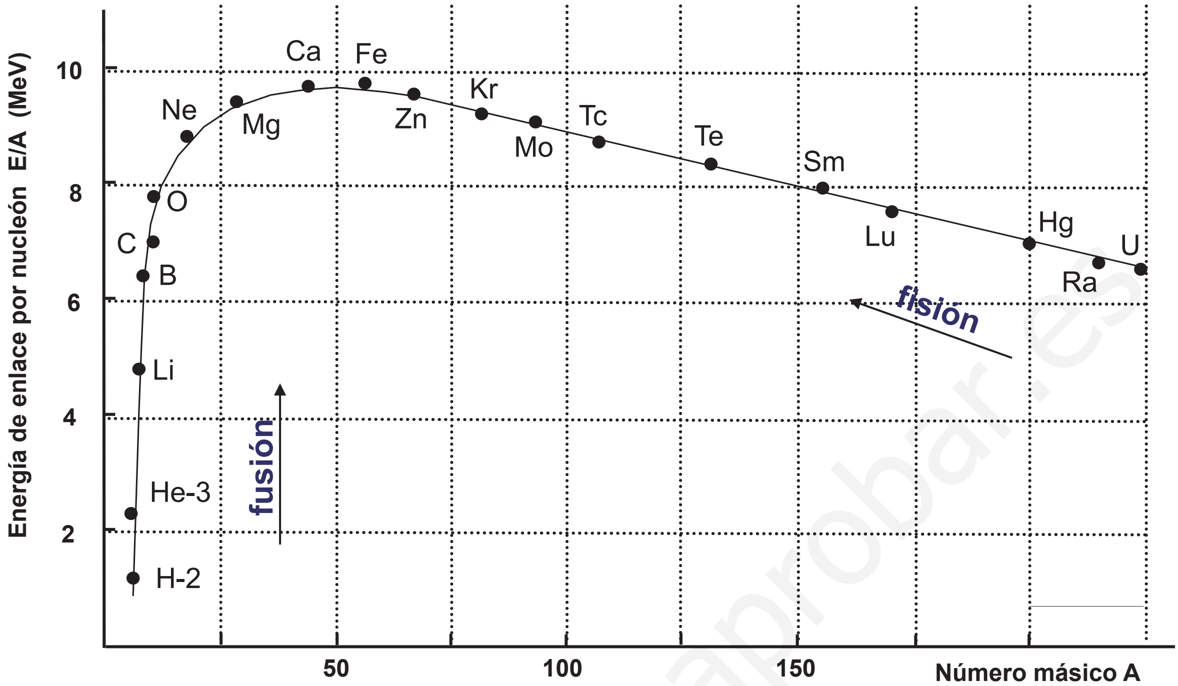
$$\Delta E = \Delta m \, . \, c^2$$

- **Energía de Enlace por Nucleón (ΔE/A).** Cuanto mayor sea esta energía, más estable será el núcleo:

$$\frac{\Delta E}{A} = \frac{E_{enlace}}{nucleón}$$

4.2 Estabilidad de los núcleos. Energía de enlace

- Si un núcleo pesado se divide en dos núcleos más ligeros, **fisión nuclear**, o si dos núcleos ligeros se unen para formar otro más pesado, **fusión nuclear**, se obtienen **núcleos más estables**, con mayor energía de enlace por nucleón, y se libera energía. Los procesos de fisión y fusión nuclear hacen que los núcleos se desplacen hacia el máximo de la curva de la figura.



4.3 Equivalente. Unidad de masa atómica - energía

- **Equivalencia entre unidad de masa atómica (u) y MeV .**

- En 1 mol de C-12 que son 12 g, hay el número de Avogadro de átomos: $6,023.10^{23}$ átomos de C-12 .

$$1\,u = \frac{1}{12}\cdot\frac{12,000.10^{-3}\,kg/mol}{6,022.10^{23}\,at/mol} .= 1,66.10^{-27}\,kg$$

$$\Delta E = \Delta m . c^2 = 1,66.10^{-27}\,kg.\left(3.10^8\,m/s\right)^2 = 1,49.10^{-10}\,J$$

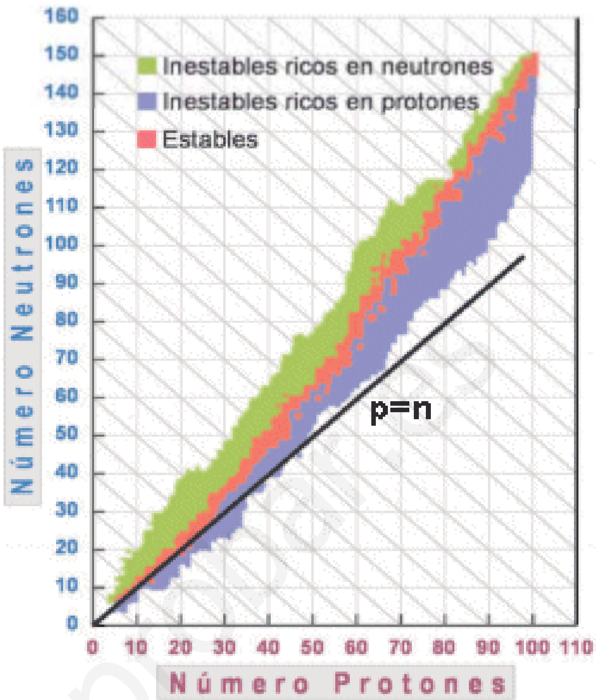
$$\Delta E = 1,49.10^{-10}\,J.\frac{1\,eV}{1,6.10^{-19}\,J} = 931\,MeV$$

- **1 u que se transforma en energía equivale a 931 MeV**

5.1 Núcleos inestables. La radiactividad natural

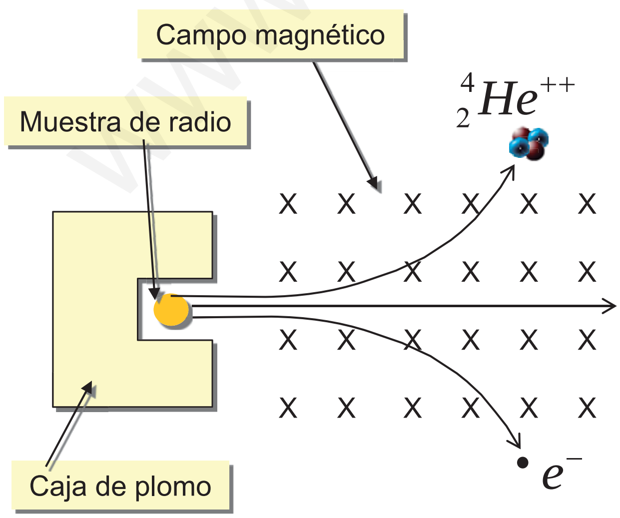
- Si en el núcleo solo hubiera protones la repulsión coulombiana acabaría por desintegrarlo.
- El papel de los neutrones en los núcleos es dar estabilidad al mismo.

- En los núcleos pequeños, el número de protones y neutrones es el mismo.
- A medida que aumenta el número de protones crece el número de neutrones.
- Los neutrones son partículas inestables que emiten **electrones beta** y se convierten en protones.
- Los núcleos son inestables a partir del elemento número 83 (bismuto) que se estabilizan emitiendo **partículas alfa** o desintegrando neutrones al emitir electrones beta.



5.2 Núcleos inestables. La radiactividad natural

- **Tras el descubrimiento de la radiactividad por Bequerel**, dos años más tarde, los esposos Curie descubren el Polonio y el Radio que son también elementos radiactivos. **Estas radiaciones proceden del núcleo de los átomos y son de tres tipos:**
- **Radiaciones alfa (α), beta (β) y gamma (γ)** que se pueden separar, debido a su carga, por la acción de un campo eléctrico o magnético:



- **Radiaciones alfa (α)**
  Son núcleos de helio
  Ionizan fuertemente el aire
  Poseen velocidad pequeña: 16.000 km/s
  Tienen bajo poder de penetración
- **Radiaciones gamma (γ)**
  Ondas electromagnéticas de frecuencia muy alta
  Menor poder de Ionización del aire
  Velocidad de la luz
  Muy penetrante
- **Radiaciones beta (β)**
  Son electrones procedentes del núcleo atómico
  Poco poder de Ionización del aire
  Velocidad próxima a la de la luz: 260.000 km/s
  Elevado poder de penetración

5.3 Leyes de los desplazamientos radiactivos

- Los cambios que experimentan los núcleos que sufren desintegraciones radiactivas vienen dados por las **leyes de los desplazamientos radiactivos de Fajans y Soddy:**

- Cuando un **núcleo radiactivo emite una partícula alfa**, se obtiene un elemento cuyo número atómico es menor en dos unidades y su número másico es menor en cuatro unidades:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He \qquad {}^{212}_{83}Bi \rightarrow {}^{208}_{81}Tl + {}^{4}_{2}He $$

- Cuando un **núcleo radiactivo emite un electrón beta,** el elemento resultante se desplaza un lugar a la derecha en el sistema periódico, esto es, se transforma en otro cuyo número atómico es una unidad mayor y cuyo número másico es igual:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e \qquad {}^{27}_{12}Mg \rightarrow {}^{27}_{13}Al + {}^{0}_{-1}e $$

- Cuando un **núcleo radiactivo excitado emite una radiación gamma**, se desexcita energéticamente, pero no sufre transmutación alguna.

$$ {}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X^{*} + \gamma $$

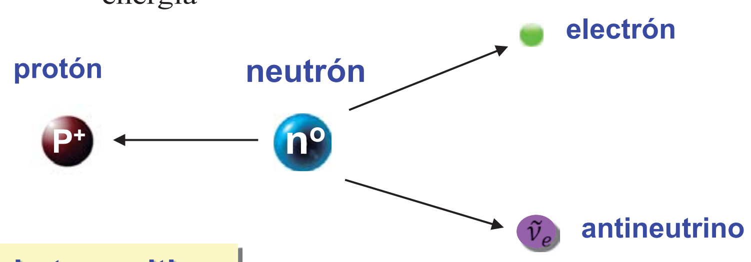
- En la desintegración radiactiva se cumplen los principios de :
- Conservación del número de nucleones y conservación de la carga eléctrica.

5.4 Mecanismos de desintegración beta

- Como resultado de las **fuerzas de interacción débil** entre partículas subatómicas, un neutrón se desintegra en un protón, electrón y neutrino.
- También se pueden desintegrar los protones.

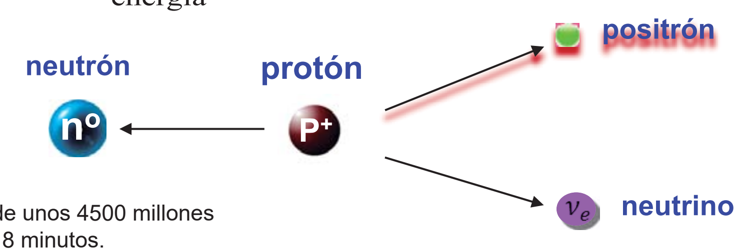
Mecanismo de desintegración beta

$$ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\upsilon}_{energía} $$



Mecanismo de desintegración beta positiva

$$ {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e + \upsilon_{energía} $$



- Un protón aislado tendría una vida media de unos 4500 millones de años, mientras que un neutrón de unos 8 minutos.

5.5 Ley de la desintegración radiactiva

- En 1904 Rutherford y Soddy descubren que la **actividad de una sustancia radiactiva, disminuye exponencialmente con el tiempo.** Los procesos radiactivos son aleatorios, se estudian mediante el cálculo de probabilidades.
- **Actividad o velocidad de desintegración de una sustancia radiactiva:** número de partículas emitidas por unidad de tiempo, o lo que es lo mismo, número de núcleos que se desintegran por unidad de tiempo.
- Es proporcional a una constante característica de cada sustancia (**constante de desintegración radiactiva λ**) y al número de núcleos existentes en ese momento:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N \implies A = N_o.\lambda.e^{-\lambda t}$$

- El número de núcleos que se desintegran en un dt será:

$$-dN = \lambda.N.dt$$

- El número de núcleos sin desintegrar en un instante determinado:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \rightarrow \int_{N_0}^{N}\frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt \rightarrow \ln N - \ln N_0 = \ln\frac{N}{N_0} = -\lambda.t \quad \boxed{N = N_o.e^{-\lambda t}}$$

- **Ley de desintegración radiactiva:** calcula el nº de átomos N que quedan sin desintegrar en función del tiempo t y del número de átomos iniciales N_o. El signo menos indica que el número de átomos disminuye con el tiempo.

5.6 Ley de la desintegración radiactiva en función de la actividad

- **Actividad o Velocidad de desintegración (A)** de una sustancia radiactiva es el número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N \implies A = N_o.\lambda.e^{-\lambda t} \implies \boxed{A = A_o.e^{-\lambda t}}$$

- **Ley de la desintegración radiactiva:** la actividad de una sustancia radiactiva disminuye exponencialmente con el tiempo.

- **Período de Semidesintegración (T):** es el tiempo que tardan en desintegrarse la mitad de los núcleos iniciales, es decir, tiempo para que el número de átomos iniciales se reduzca a la mitad:

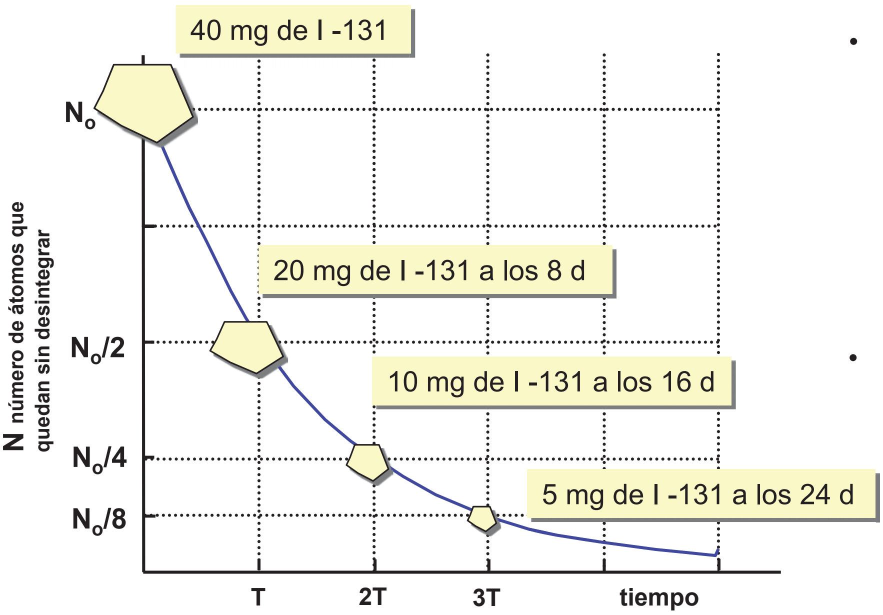
$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda T} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda T$$

$$\boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}}$$

Núclido	$T_{1/2}$
C-14	5370 años
Po-214	164 μs
Rn-222	3,82 días
Ra-225	14,8 días
Th-234	24,5 días
Np-237	$2,35\cdot10^6$ años
U-238	$4,468\cdot10^9$ años

- Los períodos de semidesintegración son muy diversos, desde billonésimas de segundo hasta miles de millones de años.

5.7 Ley de la desintegración radiactiva. gráfica



- Disminución exponencial del número de núcleos que quedan sin desintegrar en función del tiempo:

$$N = N_o . e^{-\lambda t}$$

- Disminución exponencial de la actividad en función del tiempo

$$A = A_o . e^{-\lambda t}$$

- **Período de semidesintegración T,** tiempo que tardan en desintegrarse la mitad de los núcleos iniciales:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

- **Vida Media τ,** representa el promedio de vida que tenga un núcleo:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{0,693}$$

5.8 Actividad radiactiva. Unidades

- **Unidades de actividad radiactiva:**
- **Becquerel (Bq)** unidad del SI para medir la actividad de una sustancia radiactiva: es la actividad de una muestra que efectúa una desintegración por segundo.

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ desintegración} \cdot s^{-1}$$

- **1 Curie (Ci) es la actividad de 1 g de radio:**

$$1\, Curie = A_{1g\,Ra} = \lambda_{Ra} N = \frac{\ln 2}{1602.365.24.3600\, s} \cdot \frac{1\, g}{226\, g/mol} \cdot 6{,}023.10^{23} \frac{at}{mol} = 3{,}67.10^{10}\, des/s$$

$$1 \text{ Ci} = 3{,}67.10^{10} \text{ desintegraciones} \cdot s^{-1} \text{ (Bq)}$$

- Siendo: masa atómica del radio 226u y su período de semidesintegración, T_{Ra} = 1602a.

- **Rutherford:** $1 \text{ Ru} = 10^6 \text{ desintegraciones} \cdot s^{-1} = 10^6 \text{ Bq}$

5.9 Datación arqueológica por el método del carbono - 14

- **Uso del isótopo del C-14 para la datación de restos arqueológicos**

- El C-14 tiene un periodo de semidesintegración de 5730 años.

- Se forma por los rayos cósmicos que producen neutrones en las capas altas de la atmósfera. Los neutrones colisionan con el N-14 y originan el C-14.

$$ {}^{1}_{0}n + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H $$

- El C-14 se mezcla con el isótopo estable C-12 y en el proceso de intercambio es ingerido por los seres vivos.

- Una vez el ser vivo fallece, finaliza el proceso de intercambio y el C-14 empieza a disminuir por desintegración beta:

$$ {}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}\beta + \tilde{\nu}_e $$

5.10 Familia radiactiva del Uranio - 238

$N_{\text{másico}}\rightarrow$ $N_{\text{atómico}}\downarrow$	238	234	230	226	222	218	214	210	206
U 92	U α	U α							
Pa 91		Pa β							
Th 90		Th β	Th α						
Ac 89									
Ra 88				Ra α					
Fr 87									
Rn 86					Rn α				
At 85									
Po 84						Po α	Po α	Po α	
Bi 83							Bi α β	Bi β	
Pb 82							Pb β	Pb β	Pb
Tl 81								Tl β	

- Un elemento radiactivo (padre), se desintegra transformándose en otro elemento también radiactivo (hijo), que a su vez se desintegrará hasta que se obtenga un elemento estable.
- Al conjunto de padre y descendientes se le llama **Serie o Familia Radiactiva**. Se conocen cuatro series o familias radiactivas.

- El conocimiento de los periodos de semidesintegración de los isótopos que componen la serie permite la datación de rocas y minerales: **ley de la geocronología**.

5.11 Núcleos inestables. Radiactividad natural. Ejercicios

- **Estabilidad de los núcleos. ejercicios**

1. Calcula el defecto de masa y la energía liberada en la formación del núcleo del átomo de carbono-12.
Datos: m_p = 1,007 276 u; m_n = 1,008 665 u

2. Considera los núcleos de Li-6 y Li-7 de masas 6,015 2 u y 7,016 0 u, respectivamente, siendo 3 el número atómico de estos dos isótopos. Calcula para ambos núcleos:
a) El defecto de masa.
b) La energía de enlace.
c) La energía de enlace por nucleón.
Datos: 1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg; c = $3 \cdot 10^8$ m/s; m_p = 1,007 276 u; m_n = 1,008 665 u

3. El radio-226 se desintegra emitiendo una partícula alfa. Si la masa del Ra-226 es de 226,025 406 u; la del Rn-222 es 222,017 574 u, y la de la partícula alfa, 4,002 603 u, determina:
a) La energía cinética que se transfiere en el proceso de desintegración.
b) La velocidad con qué es emitida la partícula alfa.

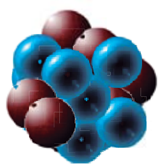
4. Se observa que la actividad radiactiva de una muestra de madera prehistórica es diez veces menor que la de una muestra de igual masa de madera moderna. Sabiendo que período de semidesintegración del C-14 es de 5 730 años, calcula la antigüedad de la muestra.

5. Un haz de deuterones (H-2) procedentes de un ciclotrón bombardea un blanco de C-13, con lo que se emiten protones.
a) Escribe la reacción que tiene lugar.
b) ¿Cuánto vale la energía liberada en el proceso debido al defecto de masa?
Datos: M (C-13) = 13,003 355 u; M (C-14) = 14,003 242 u; M (H-2) = 2,014 102 u; M (H-1) = 1,007 825 u

6.1 Reacciones nucleares

- **Reacciones nucleares** son aquellas en las que intervienen los núcleos de los átomos. Se pueden producir bombardeando un núcleo con otro de menor tamaño o con partículas subatómicas.

- **Primera reacción nuclear** fue producida por Rutherford en 1909, al bombardear nitrógeno-14 con partículas alfa (se descubre el **protón**):



$$ {}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}p $$

- En 1931, **Frédéric Joliot** (1900-1958) e **Irène Curie** (1897-1956) descubrieron que al bombardear núcleos de berilio con partículas alfa, se producía una radiación muy penetrante que inicialmente supusieron que era radiación gamma.
- Análisis posteriores de **James Chadwick** (1891-1974) permitió identificarla como un **neutrón:**

$$ {}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n $$

- **En las reacciones nucleares se conservan el número másico y el número atómico.**

6.2 Algunas reacciones nucleares

- **Reacciones nucleares con neutrones:**

- El núcleo se transforma en un isótopo de número másico A+1 y emite radiación gamma:

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U + \gamma$$

- El núcleo emite una partícula alfa:

$$^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He$$

- El núcleo emite un protón:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}p$$

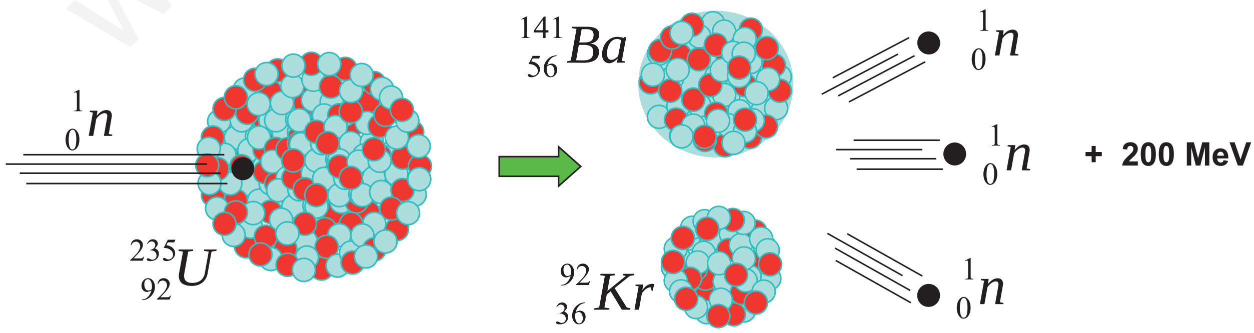
- La reacción anterior se puede escribir: $^{14}_{7}N\ (n, p)\ ^{14}_{6}C$

- Los neutrones pueden penetrar fácilmente en los núcleos al no tener carga eléctrica; pero esa ventaja supone el inconveniente de no poderlos acelerar.

6.3 Reacciones nucleares. Fisión nuclear

- Un núcleo pesado se puede dividir en dos núcleos más ligeros, que son más estables, tienen mayores energías de enlace y en el proceso se libera energía.
- Fisión nuclear se consiguió por primera vez en 1938 **(Otto Hahn** y **Frederic Strassman)**, al observar que el uranio-235 al absorber un neutrón se divide en dos fragmentos, liberándose una gran cantidad de energía y nuevos neutrones:

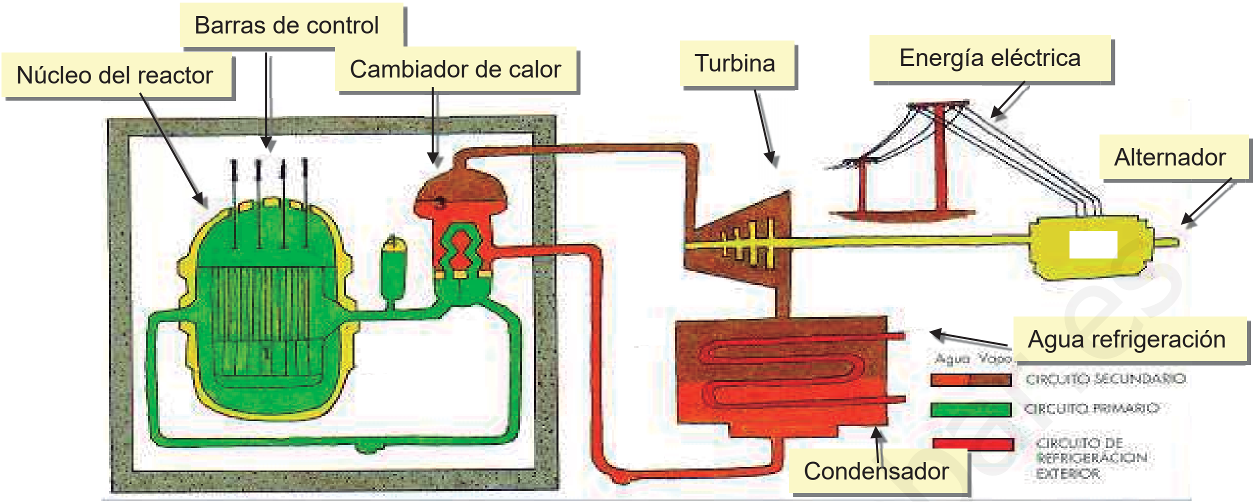
$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U^{*} \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3\,^{1}_{0}n + Energía$$



- La energía liberada se debe a la diferencia de masa entre los productos iniciales y finales. En este caso unos 200 MeV por átomo.
- Los neutrones desprendidos bombardean otros núcleos de uranio originándose una reacción en cadena. La reacción es multiplicativa, aunque para ello es necesaria una masa mínima de uranio de 14 kg (bomba atómica), o bien se puede controlar.

6.4 Fisión nuclear: reactor nuclear

- Las reacciones controladas se llevan a cabo en los reactores nucleares.
- Para controlar la reacción hay que absorber los neutrones en exceso, para lo que se usan barras de control de boro y cadmio.
- **La reacción se inicia con neutrones "lentos"**, y los producidos **en la fisión son neutrones "rápidos", que tienen que ser frenados** con agua pesada, berilio o grafito.



- Una **central nuclear**, como una central térmica, utiliza la energía calorífica del reactor para producir vapor de agua a presión.
- En los reactores nucleares se usa uranio natural (0,7% de U-235 y 99,3% de U-238) o uranio enriquecido que contiene del 3 al 5% de uranio-235.

6.5 Reacciones nucleares. Fusión nuclear

- **Fusión nuclear:** proceso por el que átomos ligeros se unen para formar átomos más pesados, con desprendimiento de energía. **Se obtiene un núcleo más estable, con mayor energía de enlace, y se libera energía. Son reacciones de fusión:**

$$4\,{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{+1}e + 2\nu_e + \gamma \qquad (25{,}7\ MeV)$$

$${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n + \gamma \qquad (14{,}6\ MeV)$$

- Las reacciones de fusión son muy difíciles de conseguir con la tecnología actual.
- **Para conseguir la fusión de núcleos hay** que vencer las fuerzas de repulsión electrostáticas entre ellos, para lo cual hay que comunicarles grandes cantidades de energía, lo que supone temperaturas muy elevadas (10^8 K) y que se alcance una densidad del orden de 1020 partículas/m^3, durante un tiempo de unos segundos.
- **Las reacciones de fusión sólo se consiguen: en el interior de las estrellas y mediante la explosión de una bomba de hidrógeno.**

6.6 Riesgos y aplicaciones de la radiactividad

- **Riesgos de la radiactividad**
- Los riesgos de la radiación son debidos a la energía que transporta y a la posible asimilación por los seres vivos de las sustancias radiactivas.
- Al producir la ionización de moléculas en los organismos, puede provocar la destrucción de tejidos y del código genético, ocasionando tumores cancerígenos, malformaciones, etc.
- Los residuos producidos por las centrales nucleares son radiactivos y pueden originar la contaminación del aire, el agua o las personas que los manipulan. Se suelen encerrar y almacenar en hormigón, para su posterior depósito en los llamados “cementerios nucleares”. El problema de estos residuos no tiene todavía solución definitiva debido a la larga duración (hasta milenios) de su actividad radiactiva.

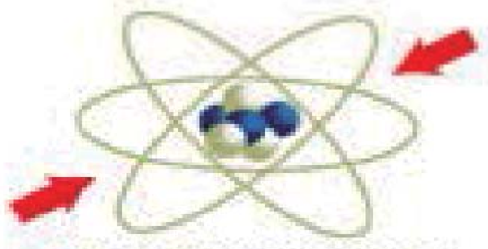
- **Aplicaciones de la radiactividad**
- El comportamiento químico de los isótopos radiactivos es idéntico al de los isótopos normales del mismo elemento, pero se detestan localizando la radiación que emiten. A esta propiedad se deben sus aplicaciones:

- Localización de tumores y tratamiento del cáncer destruyendo las células malignas.
- Obtención de semillas con mejores cualidades y conservación de alimentos.
- Aprovechamiento de la energía de la radiación: marcapasos, generadores eléctricos.
- Producción de esterilidad en especies nocivas y plagas agrícolas.
- Medida de espesores de materiales y niveles de líquidos, densidades, etc.
- Fechado radiactivo, para determinar fechas de hechos históricos y geológicos.

7.1 Interacciones fundamentales de la naturaleza

FUERZA NUCLEAR FUERTE
Partícula de intercambio: gluón.
Acción: mantiene unido el núcleo atómico

FUERZA ELECTROMAGNÉTICA
Partícula de intercambio: fotón.
Acción: mantiene el átomo unido



FUERZA NUCLEAR DÉBIL
Partícula de intercambio: partículas W* y Z*.
Acción: provoca desintegraciones radiactivas

FUERZA GRAVITATORIA
Partícula de intercambio: gravitón.
Acción: rige el movimiento de los planetas

Fuente: CERN, Ginebra

7.2 Interacciones fundamentales de la naturaleza

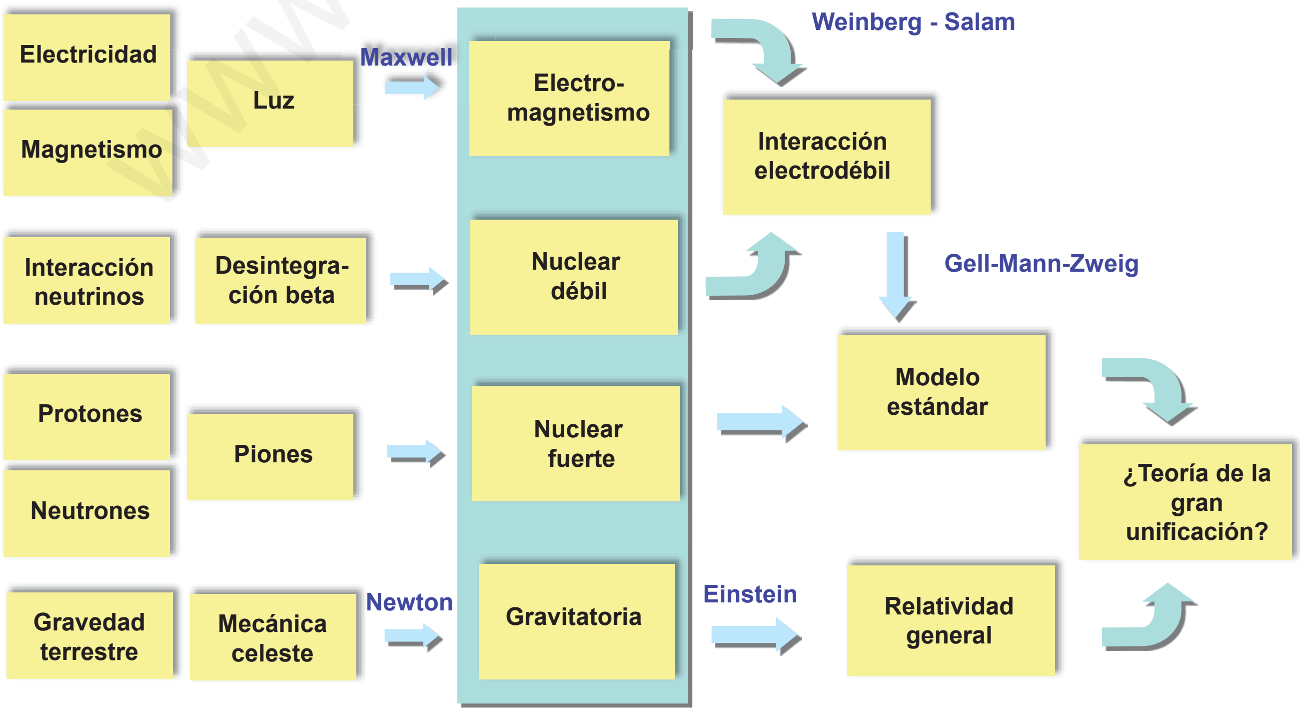
- Cualquier fuerza mide la interacción entre, al menos, dos partículas.
- La teoría cuántica actual supone que, cuando dos partículas interaccionan, intercambian una tercera partícula denominada partícula mediadora o de campo.

- Existen cuatro tipos de interacciones fundamentales:

Interacción	Alcance	Intensidad	Partícula intercambiada	Partículas que interactúan
GRAVITATORIA	Infinito	La más débil 10^{-39} N.F.	GRAVITÓN No detectada	Todas. Estructura del Universo. Gravedad terrestre.
NUCLEAR DÉBIL	Muy corto: 10^{-17} m	10^{-13} N.F.	BOSÓN W y Z	Todas. Desintegración beta de los núcleos radiactivos. Interacciones neutrinos
ELECTROMAGNÉTICA	Infinito	10^{-3} N.F.	FOTÓN	Partículas cargadas. Originan los átomos, moléculas y la materia.
NUCLEAR FUERTE	Muy corto: 10^{-15} m	La más intensa 1 N.F.	GLUÓN	Hadrones. Une las partículas que componen el núcleo del átomo.

7.3 Unificación de las interacciones fundamentales de la naturaleza

- El objetivo de la física es unificar estas cuatro fuerzas o interacciones, de modo que todas sean manifestaciones de una sola interacción: teoría de la gran unificación.
- Las fuerzas de interacción dependen de la energía a la que se midan.
- A energías de 10^{16} –10^{18} GeV todas tiene la misma intensidad, pero no es posible actualmente alcanzar esos valores de energía



7.4 Unificación de las interacciones fundamentales de la naturaleza

Etapas en la unificación de los conceptos y leyes físicas		
1. La gravitación universal - Enunciada por Newton. - Responsable del movimiento de los astros, gobernados por la **fuerza de la gravedad**.	**2. El calor y el movimiento molecular** - Hasta principios del siglo XIX se pensaba que el calor era un fluido (calórico) que los cuerpos podían intercambiar. - En 1840, Joule calculó el equivalente mecánico y demostró que el calor es un **proceso de trasferencia de energía**.	**3. La teoría electromagnética** - Propuesta en el siglo XIX por Oersted y Faraday, explica los fenómenos eléctricos y magnéticos como aspectos de la **fuerza electromagnética**. - Maxwell demostró la naturaleza electromagnética de la luz y escribió las ecuaciones de la unificación.
4. Unificaciones espacio-tiempo y masa energía - Propuestas por Einstein en la **Teoría de la Relatividad**. - Las ideas de espacio y tiempo absolutos se sustituyen por el "continuo espacio-tiempo". Las masas producen curvatura del espacio-tiempo. - La masa y la energía son equivalentes.	**5. La dualidad onda-partícula** - En 1900, Planck propuso que las OEM, en determinadas condiciones, se comportan como partículas (efecto fotoeléctrico y Compton) - En 1922 de Broglie propuso el **comportamiento ondulatorio de las partículas**.	**6. La unificación electromagnetismo-fuerza débil y otras propuestas.** - En 1975 se estableció el mismo origen para la fuerza débil y electromagnética. - También se ha propuesto un mismo origen para la fuerte y electrodébil (**TGU**). - La **Teoría del Todo** intentaría conectar todas las interacciones.

8.1 La estructura más íntima de la materia

- Una **partícula elemental** es aquella que no tiene estructura interna, es decir, en su interior no hay partículas más simples.

- En la década de 1930 se conocían: el **electrón, el protón y el neutrón** junto con el **fótón** (sin carga ni masa) que introdujo Einstein para explicar el efecto fotoeléctrico.

- En 1931 Dirac predijo la existencia del **positrón** (electrón con carga positiva), confirmado al año siguiente por Anderson.

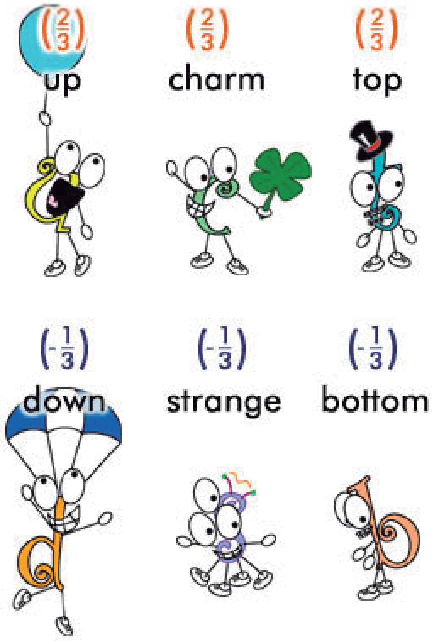
- Se generalizó la idea de que toda partícula tiene su correspondiente **antipartícula**. Al conjunto de antipartículas se lo denomina **antimateria**.

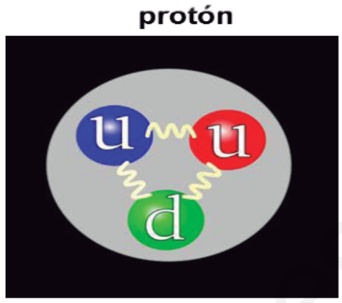
- Pauli postula la existencia del **neutrino** (sin carga ni masa) asociado al electrón con el fin de asegurar las leyes de conservación en la desintegración beta (se confirmó en 1956).

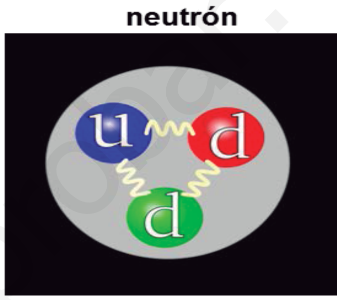
- En 1953 Gell-Mann y Zweig postularon la existencia de los **quarks** (partículas elementales que componen los nucleones). Existen en los quarks seis "*sabores*". Los dos primeros componen la materia conocida: **up** (u) y **dowm** (d).
- Los otros cuatro se relacionan con la desintegración de ciertas partículas: **strange** (s), **charm** (c), **bottom** (b) y **top** (t).

8.2 La estructura más íntima de la materia

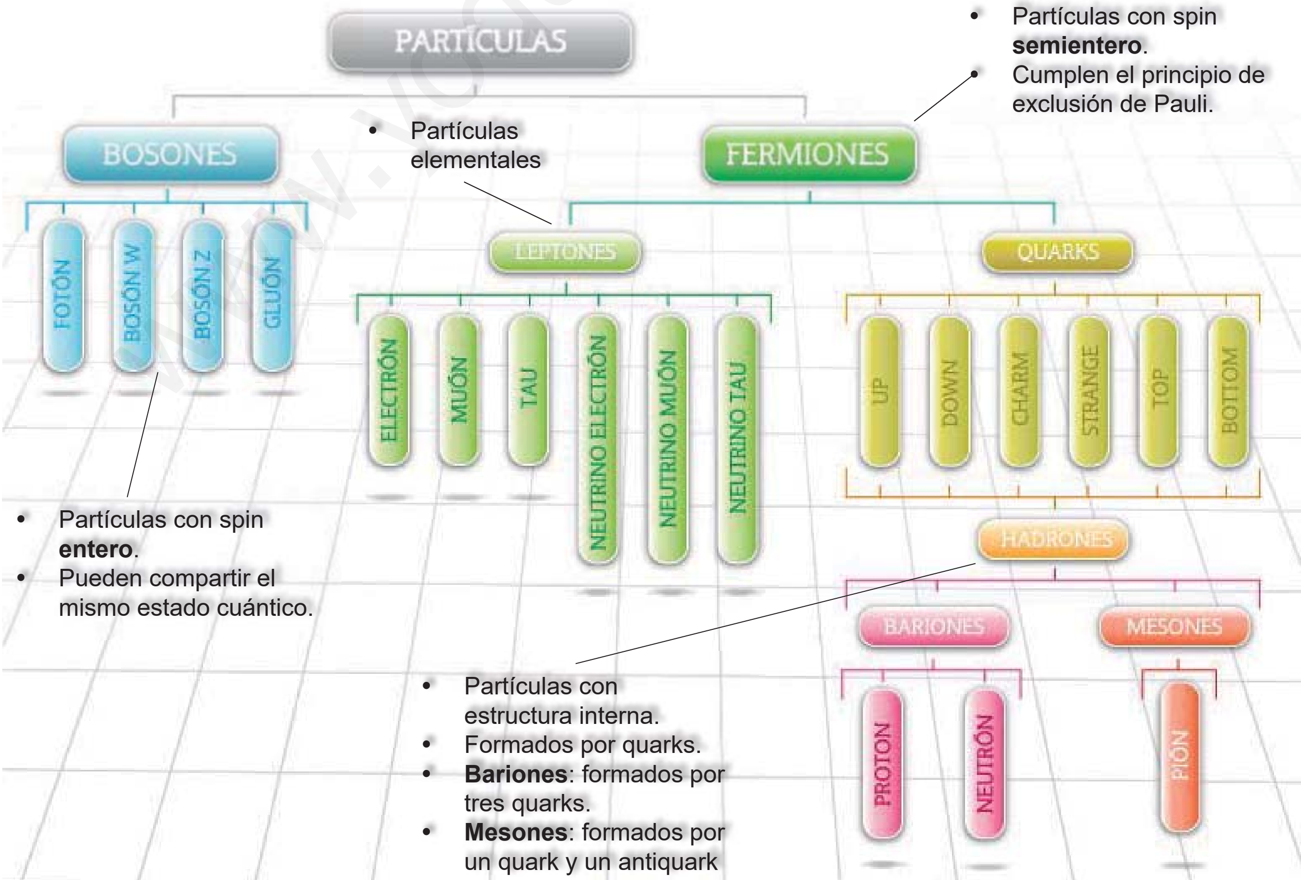
- En 1953 Gell-Mann y Zweig postularon la existencia de los **quarks** (partículas elementales que componen los nucleones).
- De los seis quarks, únicamente los ***u*** y los ***d*** son constituyentes de la materia ordinaria.







8.3 La estructura más íntima de la materia



- Partículas con spin **semientero**.
- Cumplen el principio de exclusión de Pauli.

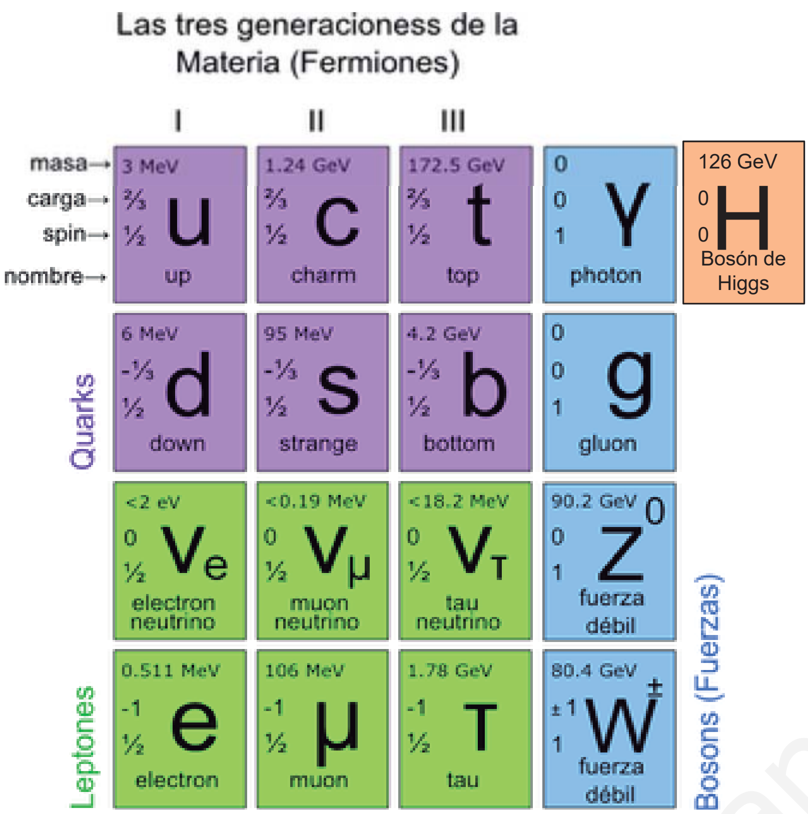
- Partículas elementales

- Partículas con spin **entero**.
- Pueden compartir el mismo estado cuántico.

- Partículas con estructura interna.
- Formados por quarks.
- **Bariones**: formados por tres quarks.
- **Mesones**: formados por un quark y un antiquark

8.4 La estructura más íntima de la materia

- **Modelo estándar**



- El **Bosón de Higgs** representa un papel único en el modelo.
- Explica los orígenes de la masa de las demás partículas.
- Fue la última en ser confirmada (2012) en el CERN.

9.1 Evolución del universo. Teoría del Big-Bang

- **El evento que se cree que dio inicio al Universo se denomina Big Bang.**

- Gamow (1948) plantea que el universo se originó a partir de una **gran explosión** y que, como consecuencia, debería observarse una **radiación de fondo de microondas,** confirmada por Penzias y Wilson.
- Las soluciones generales de las ecuaciones de Einstein, obtenidas por Friedmann y Lamaître, predicen un **universo en expansión**, confirmado por las mediciones de Hubble.

- Después del **Big Bang**, el universo comenzó a expandirse para llegar a su condición actual, y lo continúa haciendo.
- Universo tiene una edad de unos 14 mil millones de años y por lo menos 93 mil millones de años luz de extensión.

9.2 Evolución del universo. Teoría del Big-Bang

- **Después del Big Bang.**

- **La temperatura era de alrededor de 10^9 K,** las partículas elementales formadas tenían demasiada energía y no podían unirse para formar estructuras más complejas.

- El universo, al expandirse, se fue enfriando, apareció la **interacción fuerte** y posteriormente la **electromagnética.** Se formaron hidrógeno, helio y pequeñas cantidades de elementos más pesados.

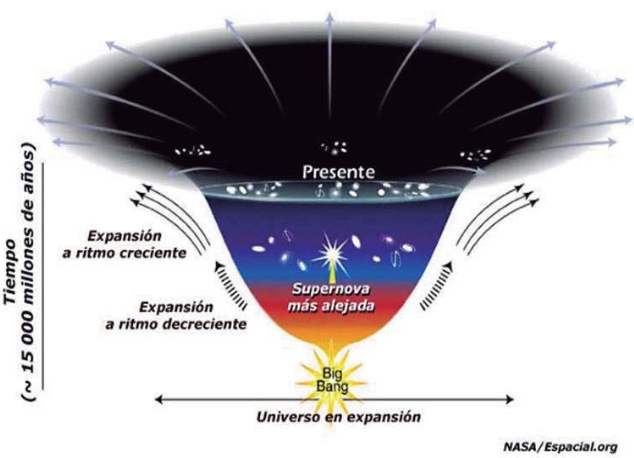
- El continuo enfriamiento permitió que los núcleos más pesados se condensaran formando un polvo que flotaba en el gas de hidrógeno y helio.

- El crecimiento de las partículas de polvo produjo, por acción de la **interacción gravitatoria**, la atracción de una importante masa de hidrógeno y helio que fue comprimiéndose aumentando la temperatura y la presión dando lugar a procesos de fusión nuclear, apareciendo las primeras estrellas.
- La misma fuerza gravitacional fue la causa de la formación de las galaxias.

9.3 El modelo cosmológico actual

- **Edwin Hubble: el Universo está en expansión.**

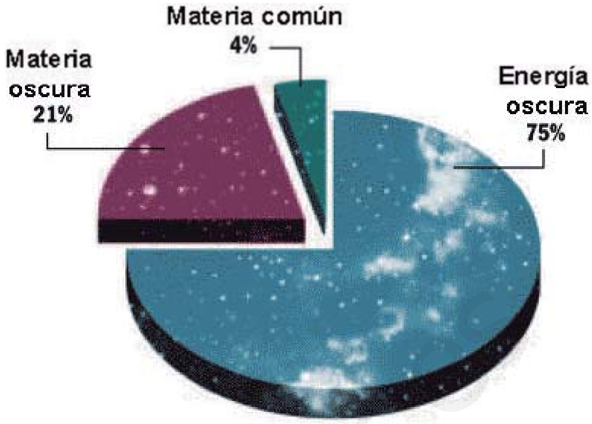
- En 1924 el astrónomo E. Hubble, hizo dos grandes descubrimientos:
- **Algunas nebulosas eran galaxias formadas por estrellas como la Vía Láctea. Estudió la galaxia Andrómeda, muy parecida a la nuestra.**
- **El Universo no es estático, sino que se encuentra en expansión. Casi todas las galaxias se alejan de nosotros , tanto más rápido, cuanto más lejos están.**
- Hubble obtuvo experimentalmente que el **corrimiento hacia el rojo** del espectro de una galaxia es **proporcional a la distancia** a la que esta se encuentra (efecto Doppler).



- El astrónomo De Siter dedujo de las ecuaciones de Einstein que el Universo no era estático.
- El matemático Friedman dedujo que podía expandirse o contraerse.
- Cuando Einstein se enteró se enfadó porque sus ecuaciones fueron hechas para concebir el universo de manera estática.
- Primero cambió sus ecuaciones , y después Einstein, reconoció haber cometido el mayor error de su vida.

9.4 El Universo: la materia oscura

- **La materia oscura:** al observar que las estrellas mas lejanas al núcleo de una galaxia se movían de forma mas lenta a la que deberían (como si tuvieran más masa), se dedujo que existía un nuevo tipo de materia desconocida que llamamos materia oscura.

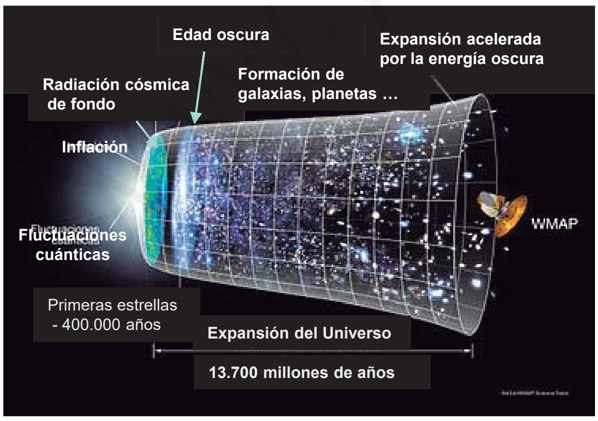


- La materia oscura es materia no visible, es decir, no interacciona con la radiación electromagnética. pero cuya existencia se puede deducir a partir de los efectos gravitacionales. Descubierta en 1933 por Zwicky observando el movimiento de las galaxias.

- La materia oscura constituye el 21% de la masa del universo observable, la energía oscura el 75%; el 4% todo lo demás: estrellas, planetas, nosotros….

9.4 El Universo: la energia oscura

- **La energía oscura** es una forma de energía que estaría presente en todo el universo, produciendo una presión que tiende a acelerar su expansión, resultando ser una fuerza gravitacional repulsiva.



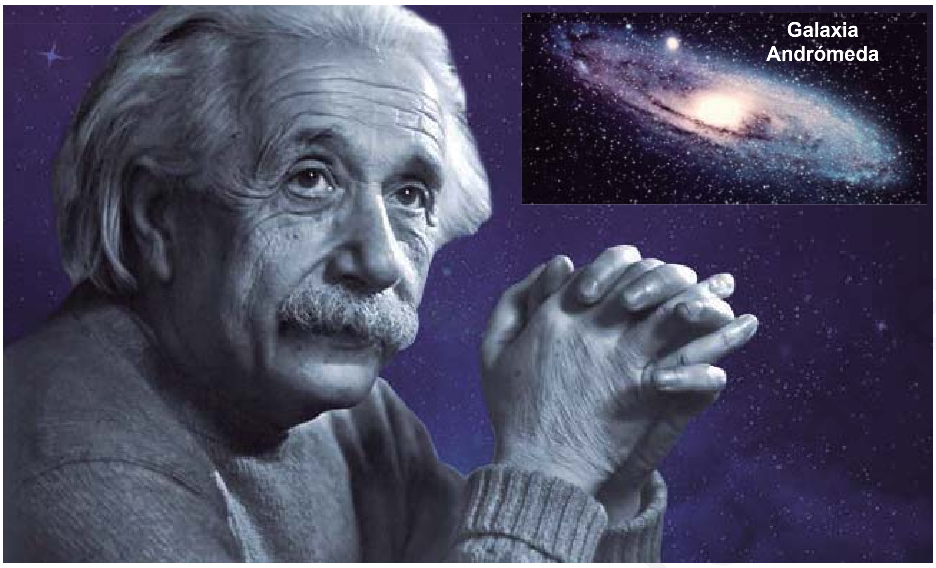
- Considerar la existencia de la energía oscura es la manera más frecuente de explicar las observaciones recientes de que el Universo parece estar en expansión acelerada.

- La mecánica cuántica predice la existencia de una energía aún en el vacío, en ausencia de todo tipo de materia, que algunos piensan que podría ser la responsable de la energía oscura.
- La aceleración que produce la antigravedad es mayor que la gravedad, por lo que se podría concluir que la expansión se está acelerando. Esta conclusión quedó probada en 1998 con la medida del desplazamiento hacia el rojo de las supernovas.

9.5 El Universo

¿Qué creemos saber hoy sobre la energía oscura?

- Enorme cantidad de energía misteriosa que existe, pero que no sabemos cómo ni en qué consiste
- Albert Einstein: "el espacio vacío del Universo", tiene su propia energía.



- Teniendo en cuenta la energía oscura, la edad del Universo es de unos 13.700 millones de años.

9.6 El cielo a simple vista: la G de invierno

1. Determinar la composición del núcleo de los átomos:

$$^{12}_{6}C\,,\ ^{14}_{6}C\,,\ ^{56}_{26}Fe\,,\ ^{238}_{92}U\ y\ ^{209}_{83}Bi$$

Átomos	Nº Atómico Z	Nº Másico A	Protones	Neutrones
$^{12}_{6}C$	6	12	6	6
$^{14}_{6}C$	6	14	6	8
$^{56}_{26}Fe$	26	56	26	30
$^{238}_{92}U$	92	238	92	146
$^{209}_{83}Bi$	83	209	83	126

2. Determina el defecto de masa, la energía de enlace y la energía de enlace por nucleón para el núcleo del átomo de carbono-12.
Datos: m_p = 1,0073 u ; m_n = 1,0087 u ; m_c=12,000u; 1 u equivale a 931 Mev.

- **Defecto de masa** del núcleo de C-12:

$$\Delta m = Z.m_p + (A-Z)m_n - M_n = 6.1{,}0073u + 6.1.00867u - 12{,}000u = 0{,}096u$$

- **Energía de enlace** es la masa que se pierde; se transforma en energía:

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = 0{,}096\,uma.931\frac{MeV}{uma} = 89{,}38\,MeV$$

- **Energía de enlace por nucleón** :

$$\frac{\Delta E}{A} = \frac{89{,}34MeV}{12\,nucleones} = 7{,}45\frac{MeV}{nucleón}$$

- Cuanto mayor sea la energía de enlace por nucleón, más estable es el núcleo.
  Ver gráfica E/A – A .

3. El uranio emite de forma sucesiva las siguientes radiaciones: $\alpha, \beta, \beta\gamma, \alpha, \alpha\gamma$
Determina el número atómico y másico del elemento en el que se transformará.

$$^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}Th \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}Pa \xrightarrow{\beta\,\gamma} {}^{234}_{92}U \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}Th \xrightarrow{\alpha\,\gamma} {}^{226}_{88}Ra$$

4. a) Determinar la vida media de un átomo de Uranio-235 si su período de semidesintegración es de 4500.10^6 de años.
b) Si la vida media de un átomo de Torio (Th) es 8.10^4 años. ¿Cuál es el período de semidesintegración?.

- **Vida media de** un átomo de Uranio:

$$\tau_U = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = \frac{4500.10^6 \text{ años}}{0,693} = 6493.10^6 \text{ años}$$

- **Período de semidesintegración** de un átomo de Torio:

$$T_{Th} = \ln 2.\tau = 0,693.8.10^4\, a = 5,54.10^4\, a$$

5. El bismuto tiene un período de semidesintegración de 60,5 minutos. ¿Cuántos átomos se desintegran por segundo en 50 g de bismuto.

- **La constante de desintegración radiactiva:**

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{60,5 \min} = 0,01145 \min^{-1} . \frac{1}{60\, s/\min} = 1,908.10^{-4}\, s^{-1}$$

- **Número de átomos que hay en 50g de Bismuto:**

$$N_{\text{átomos de } Bi} = \frac{50\, g\, Bi}{212\, g/mol} .6,023.10^{23} \frac{at.Bi}{mol} = 1,44.10^{23}\, at.de\, Bi$$

- **La actividad** de esa muestra de 50 g de Bismuto:

$$A_{(t)} = \frac{dN}{dt} = \lambda.N_{Bi} = 1,908.10^{-4}\, s^{-1}.1,44.10^{23}\, at.Bi = 2,75.10^{19}\, at\, Bi\, des/s\ (Bq)$$

6. Tenemos $6,023.10^{23}$ átomos del isótopo radiactivo Cr-51, con un período de semidesintegración de 27 d. ¿Cuántos átomos quedarán al cabo de los 6 m?

- **Constante de desintegración radiactiva:** $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{27\, d} = 0,0257\, d^{-1}$

- **Átomos de Cr-51 que quedan sin desintegrar**, al cabo de los 6 meses:

$$N = N_0 .e^{-\lambda t} = 6,023.10^{23} .e^{-0,0257(d^{-1})6.30d} = 5,9.10^{21}\, at.de\, Cr-51$$

7. Se tiene una muestra de 20 g de polonio 210, cuyo período de semidesintegración es 138 días. ¿Qué cantidad quedará cuando hayan transcurrido 30 días?.

- **Constante de desintegración radiactiva:** $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{138\, d} = 5,023.10^{-3}\ d^{-1}$
- **Número de átomos** que hay en 20g de Polonio:

$$N_{át.Po} = \frac{20\, g\, Po}{210\, g/mol}.6,023.10^{23}\frac{at.Po}{mol} = 5,736.10^{22}\ at.Po$$

- **Átomos de Po-210 que quedan sin desintegrar**, al cabo de los 138 dias:

$$N = N_0 .e^{-\lambda\, t} = 5,736.10^{22}.e^{-5,023.10^{-3}(d^{-1}).30d} = 4,93.10^{22}\ at.de\,Po-210$$

- **Y ahora los gramos de Po-210 sin desintegrar:**

$$\frac{4,93.10^{22}\, at.Po}{6,023.10^{23}\, atomos/mol}.210\frac{g}{mol} = 17,2\, g\, Po$$

- **Se puede trabajar en unidades de masa:**

$$N = N_0 .e^{-\lambda\, t} = 20(g).e^{-5,023.10^{-3}(d^{-1}).30d} = 17,2\, g\ de\,Po-210$$

8. La actividad de un resto arqueológico es de 120 desintegraciones/s. (Período de semidesintegración del C-14 es 5700 años). La misma masa de una muestra actual de idéntica composición posee una actividad de 360 desintegraciones/s. a) Explique a qué se debe dicha diferencia y calcule la antigüedad de las muestras arqueológicas. b) ¿Cuántos átomos de C-14 tiene la muestra arqueológica en la actualidad?. ¿Tienen ambas muestras el mismo número de átomos de carbono?.

- En el resto arqueológico la cantidad de C-14, (rad), disminuye exponencialmente con el tiempo. A partir de las actividades de las muestras, se calcula su antigüedad:

$$A = A_0 .e^{-\lambda\, t} \Rightarrow 120\frac{des}{s} = 360\frac{des}{s}.e^{-1,216.10^{-4}(a^{-1}).t} \Rightarrow \ln\frac{120}{360} = -1,216.10^{-4}(a^{-1}).t \Rightarrow t = 9034\, a$$

- Constante de desintegración radiactiva: $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{5700\, a} = 1,216.10^{-4}\ a^{-1} = 3,86.10^{-12}\, s^{-1}$

- Los átomos de carbono los calculamos a partir de las respectivas actividades:

$$A_{restoArq} = \lambda.N_{RA} \Rightarrow N_{RA} = \frac{120\, des/s}{3,86.10^{-12}\ s^{-1}} = 3,11.10^{13}\ at.C-14\, resto\ Arq$$

$$A_{mue.Act} = \lambda.N_{MA} \Rightarrow N_{MA} = \frac{360\, des/s}{3,86.10^{-12}\ s^{-1}} = 9,34.10^{13}\ at.\ C-14\ muestra\ Act.$$

9. Calcula el defecto de masa, la energía de enlace y la energía de enlace por nucleón para el núcleo de Helio-3.
Datos: masa protón =1,00729 u; masa neutrón =1,00867 u; Masa He = 3,01603 u.

- Defecto de masa en la formación del núcleo de Helio - 3:

$$\Delta m = Z.m_p + (A-Z).m_n - M_{He} = 2.1,00729\ u + 1,00867\ u - 3,01603\ u = 7,22.10^{-3}\ u$$

- El defecto de masa se transforma en Energía, de acuerdo con la ecuación de Einstein.

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = 7,22.10^{-3}\ u.931\frac{MeV}{u} = 6,72\ MeV$$

- La energía de enlace por nucleón es:

$$\frac{\Delta E}{A} = \frac{6,72\ MeV}{3} = 2,24\frac{MeV}{nucleón(A)}$$

- **Cuanto mayor sea la energía de enlace por nucleón, más estable es el núcleo.**

10. Una sustancia radiactiva se desintegra según la expresión: $N = N_0 . e^{-0,4\,t}$
Calcular el período de semidesintegración.

- Comparando esa expresión con la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0.e^{-0,4\ t(s)} \Leftrightarrow N = N_0.e^{-\lambda\ t(s)} \Rightarrow \lambda = 0,4\,s^{-1}$$

- El periodo de semidesintegración: $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,4s^{-1}} = 1,73\,s$

11. El radón-222 se desintegra con un período de 3,9 días. Si inicialmente se dispone de 20 μg. ¿Cuánto quedará al cabo de 7,6 días?.

- A partir de la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0.e^{-\lambda.t(d)} \Rightarrow N = 20\,\mu g.e^{-\frac{\ln 2}{3,9d}7,6d} = 5,18\,\mu g$$

- Es el Radón-222 que queda sin desintegrar al cabo de 7,6 días

12. Una sustancia radiactiva tiene un período de semidesintegración de 6 días. Si inicialmente tenemos una muestra de 1 g, calcular su actividad a los 2 días, así como el número de átomos que se han transformado. Dato: M = 60 g/mol.

- A partir de la ley de desintegración radiactiva, a los 2 d, quedan sin desintegrar:

$$N = N_0 . e^{-\lambda . t} \Rightarrow N = 1(g).e^{-\frac{\ln 2}{6d} 2d} = 0,794\, g$$

- La actividad a los dos días:

$$A_{(t)} = \lambda . N = \frac{\ln 2}{6.24.3600\, s} . \frac{0,794 g}{60\, g/mol} . 6,023.10^{23} \frac{at.}{mol} = 1,06.10^{16} \frac{at.des}{s} (Bq)$$

- Átomos que se han transformado:

$$N_{transfor} = \frac{(1-0,794)\, g}{60 g/mol} . 6,023.10^{23} \frac{at}{mol} = 2,07.10^{21}\ \text{átomos transformados}$$

13. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Una vez transcurridos dos períodos de semidesintegración todos los núcleos de una muestra radiactiva se han desintegrado.

b) La actividad de una muestra radiactiva es independiente del tiempo.

- Falso: quedará una cuarta parte de la muestra radiactiva inicial.
- Falso: la actividad de una muestra radiactiva depende del tiempo: $A = A_0 . e^{-\lambda\, t}$

14. Calcula la energía que se libera en la reacción nuclear: ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$

Datos: m.at. Li-7 = 7,0182 u; masa protón = 1,0073 u; m.at. He-4 = 4,0038 u.

- En toda reacción nuclear se pierde masa que se libera en forma de energía.

$$\Delta m = m_R - m_P = 7,0182\ u + 1,0073\ u - 2.4,0038\ u = 0,0179\, u$$

- **La masa se transforma en energía.**

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = 0,0179\ u . 931 \frac{MeV}{u} = 16,66\, MeV$$

15. En la fisión de un núcleo de Uranio-235 se liberan 200 MeV de energía. ¿Qué cantidad de Uranio-235 se consume en un año, en un reactor nuclear de 1000 Mw de potencia?

- Calculamos la energía que produce al año dicha central:

$$E = P.t = 10^9\ w.365 \frac{d}{a} . 24 \frac{h}{d} . 36000 \frac{s}{h} = 3,15.10^{16} \frac{J}{año}$$

- Esa energía se obtiene a partir de la masa de Uranio que se fisiona:

$$\Delta E = \Delta m.c^2 \Rightarrow \frac{3,15.10^{16}\ J/año}{200.10^6 eV/núcleo . 1,6.10^{-19}\ J/eV} = 9,855.10^{26} \frac{núcleos U - 235}{año}$$

- Los núcleos los pasamos a moles y a continuación a kg:

$$m_{U-235} = \frac{9,855.10^{26}\ núcl/a}{6,023.10^{23}\ núcl/mol} = 1636,23 \frac{moles U 235}{a} . 235 \frac{g}{mol} . 10^{-3} . \frac{kg}{g} = 384,5 \frac{kg\ de\ U 235}{año}$$

10 Problemas resueltos de física nuclear

16. Una central nuclear de 800 Mw de potencia, utiliza como combustible uranio enriquecido hasta el 3% del isótopo fisionable. ¿Cuántas fisiones por segundo deben producirse?. ¿Cuántas toneladas de combustible consumirá en un año?.
En la fisión de un núcleo de U-235 se liberan 200 MeV.

- Calculamos la energía que produce la central por segundo:

$$E_{central.s^{-1}} = P.t = 800.10^{6}\ w.1s = 8.10^{8}\ J$$

- 1 núcleo de U-235 libera una energía:

$$200\ MeV = 200.10^{6}\ eV.1,6.10^{-19}\ C.e^{-1} = 3,2.10^{-11}\ J.núcleo^{-1}$$

- Átomos que se fisionan cada segundo:

$$n_{U-235} = \frac{8.10^{8}\ J}{3,2.10^{-11}\ J.núc^{-1}} = 2,5.10^{19}\ átomos\ fisionan.s^{-1}$$

- Combustible de U-235 enriquecido al 3% que se consume al año:

$$m_{U-235} = \frac{2,5.10^{19}\ at.s^{-1}}{6,023.10^{23}\ át.mol^{-1}}.235\ g.mol^{-1}.3600.24.365\ s.a^{-1}.\frac{100}{3} = 10,25\ Tm\ U-235.a^{-1}$$

11 Cuestiones de física nuclear

1. Comentar cada una de las frases siguientes: a) Isótopos son aquellos núclidos de igual número atómico pero distinto número másico. b) Si un núclido emite una partícula alfa, su número másico decrece en 2 unidades y su número atómico en 1.

2. a) Escribir la ley de desintegración radiactiva y explicar el significado de cada símbolo. b) Un núcleo radiactivo tiene un período de semidesintegración de 1 año. ¿Significa esto que se habrá desintegrado completamente en dos años? . Razonar la respuesta.

3. a) Qué ocurre cuando un núclido emite una partícula alfa?. ¿Y cuando emite una partícula beta?. b) Calcular el número total de emisiones alfa y beta que permitirán completar la siguiente transmutación:.

4. Responder breve y razonadamente a las siguientes preguntas: a) Por qué se postuló la existencia del neutrón? b) ¿Por qué la masa de un núcleo atómico es menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen?.

$$^{235}_{92}U \rightarrow\ ^{207}_{82}Pb$$

5. Comparar las características más importantes de las interacciones gravitatoria, electromagnética y nuclear fuerte. b) Explicar cuál o cuáles de dichas interacciones serían importantes en una reacción nuclear, ¿por qué?.

6. a) ¿Por qué los protones permanecen unidos en el núcleo, a pesar de que sus cargas tienen el mismo signo?. b) Comparar las características de la interacción responsable de la estabilidad nuclear con las de otras interacciones, refiriéndose a su origen, intensidad relativa, alcance, etc.

7. a) La masa de un núcleo atómico no coincide con la suma de las masas de las partículas que lo constituyen. ¿Es mayor o menor? ¿Cómo justifica esa diferencia? b) ¿Qué se entiende por estabilidad nuclear? Explicar, cualitativamente, la dependencia de la estabilidad nuclear con el número másico.

8. Describir el origen y las características de los procesos de emisión radiactiva alfa, beta y gamma. b) Indicar el significado de las siguientes magnitudes: período de semidesintegración, constante radiactiva y vida media.

9. Enumerar las interacciones fundamentales de la naturaleza y explicar las características de cada una. b) ¿Cómo es posible la estabilidad de los núcleos a pesar de la fuerte repulsión eléctrica entre sus protones?.

11. La vida media del Fe-55 es de 2,6 años. a) Explicar las características del proceso de desintegración e indicar el significado de período de semidesintegración y vida media. b) Calcular la constante de desintegración radiactiva y el tiempo en que 1 mg de muestra se reduce a la mitad.

12. En el año 1898 Marie y Pierre Curie aislaron 200 mg de radio, cuyo período de semidesintagración es de 1620 años. a) ¿A qué cantidad de radio han quedados reducidos en la actualidad los 200 mg iniciales. b) ¿Qué tanto por ciento se habrá desintegrado dentro de 500 años?

13. El ${}^{14}_{6}C$ se desintegra dando ${}^{14}_{7}N$ y emitiendo una partícula beta. El período de semidesintegración del C-14 es de 5376 años. a) Escribir la ecuación del proceso de desintegración y explicar cómo ocurre. b) Si la actividad debida al C-14 de los tejidos encontrados en una tumba es del 40% de la que presentan los tejidos similares actuales, ¿cuál es la edad de aquellos?.

14. El período de semidesintegración de un nucleido radiactivo, de masa atómica 200 u que emite partículas beta es de 50 s. Una muestra, cuya masa inicial era 50 g, contiene en la actualidad 30 g del nucleido original. a) Indicar las diferencias entre el nucleido original y el resultante y representar gráficamente la variación con el tiempo de la masa del nucleido original. b) Calcular la antigüedad de la muestra y su actividad actual. $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1} .

15. a) Indicar las partículas constituyentes de los dos nucleidos ${}^{3}_{1}H$ y ${}^{3}_{2}He$ y explicar qué tipo de emisión radiactiva permitiría pasar de uno a otro. b) Calcular la energía de enlace para cada uno de los nucleidos e indicar cuál de ello es más estables. Datos: $m_{He\text{-}3}$ = 3,016029 u ; $m_{H\text{-}3}$ = 3,016049 u ; m_p = 1,0073 u ; m_n = 1,0086 u ; 1 u = 1,66.10^{-27} kg ; e = 1,6.10^{-19} C ; c = 3.10^{8} m.s^{-1}

16. El ${}^{226}_{88}Ra$ se desintegra para dar ${}^{222}_{86}Rn$. a) Indicar el tipo de emisión radiactiva y escribir la ecuación de dicha reacción nuclear. b) Calcular la energía liberada en el proceso. Datos: m_{Ra} = 226,0960 u ; m_{Rn} = 222,0869 u ; m_{He} = 4,00387 u ; 1 u = 1,66.10^{-27} kg ; c = 3.10^{8} m.s^{-1}

17. a) Justificar cuantitativamente cuál de los núclidos ${}^{16}_{8}O$ y ${}^{218}_{84}Po$ es más estable. b) En la desintegración del núcleo Po-218 se emite una partícula alfa y dos partículas beta, obteniéndose un nuevo núcleo. Indicar las características de dicho núcleo resultante. ¿Qué relación existe entre el núcleo inicial y final.

Datos: m_O = 15,994915u; m_{Po} = 218,009007u ; m_p = 1,007325 u ; m_n = 1,008665u .

18. En un reactor tiene lugar la reacción: ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n = {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{Z}Kr + a\,{}^{1}_{0}n$
a) Calcular el número atómico Z, del Kr, y el número de neutrones a, emitidos en la reacción indicando las leyes de conservación utilizadas para ello. b) ¿Qué masa de ${}^{235}_{92}U$ se consume por hora en una central nuclear de 800 Mw, sabiendo que la energía liberada en la fisión de un átomo de U-235 es de 200 MeV? Datos: e = 1,6.10^{-19} C y N_A =6,02.10^{23} mol^{-1} .

19. El I-131 es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para el tratamiento del hipertiroidísmo, ya que se concentra en la glándula tiroides. Su período de semidesintegración es de 8 días. a) Explicar cómo ha cambiado una muestra de 20 mg de I-131 tras estar almacenada en un hospital durante 48 días. b) ¿Cuál es la actividad de un microgramo de I-131.?

20. En un proceso de desintegración el núcleo radiactivo emite una partícula alfa. La constante de desintegración de dicho proceso es 2.10^{-10} s^{-1} . a) Explicar cómo cambian las características del núcleo inicial y escribir la ley que expresa el número de núcleos sin transformar en función del tiempo. b) Si inicialmente había 3 moles de dicha sustancia radiactiva, ¿cuántas partículas alfa se han emitido al cabo de 925 años?? Datos: N_A =6,02.10^{23} mol^{-1} .