FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** ¿Hay que calcular el m.c.m. o el m.c.d.?

Observa este ejemplo:

Cuatro amigos quieren comprar un regalo a su profe. El primero pone 14 €, el segundo pone el doble que el primero, el tercero pone 3 € menos que el segundo. Si el regalo vale 85 €, ¿cuánto tiene que poner el cuarto?

Vamos a resolver este problema, indicando las operaciones, pero sin realizarlas hasta el final:

- El primero pone: 14
- El segundo pone: 2 · 14
- El tercero pone: 2 · 14 − 3
- Entre los tres: 14 + 2 · 14 + (2 · 14 − 3)
- El cuarto tiene que poner: $85-[14+2\cdot 14+(2\cdot 14-3)]$

Resolvemos esta última operación poniendo en práctica la jerarquía de operaciones que ya conoces:

$$85-[14+2\cdot 14+(2\cdot 14-3)]=85-(14+28+25)=85-67=18$$

El cuarto amigo tiene que poner 18 €.

Ahora haz tu lo mismo en los siguientes problemas:

1. Carlos ha ido a comprar algunas cosillas que necesita para empezar el curso. Ha comprado:
- Tres bolígrafos, a 1 € cada uno
- Un pegamento de 2 €
- Un paquete de rotuladores de 5 €
- Cuatro rollos para forrar los libros, a 2 € la unidad

Ha pagado con un billete de 20 €. ¿Cuánto le han devuelto?

2. Los últimos movimientos de mi hucha han sido:
- metí 53 € que me dieron por mi cumpleaños
- saqué 18 € para pagarme una excursión
- saqué dos veces 10 € para irme al cine

Hoy he abierto la hucha y tengo 36 €. ¿Cuánto tenía inicialmente?

3. Kepler nació 7 años más tarde que Galileo y murió 12 años antes. Si Kepler murió con 59 años en 1630. ¿Cuántos años vivió Galileo?

4. En una granja hay 630 animales entre gallinas, pavos y ovejas. El número de gallinas es de 250, y el de pavos 75 unidades menos que el de gallinas. ¿Cuántas patas hay entre todos los animales?

5. Una fábrica de rosquillas las envasa en bolsas de 15 unidades. Luego las empaquetan en cajas que contienen 30 bolsas en cada caja. El precio de una caja es de 45 €. Una cafetería ha hecho un pedido de 20 cajas. La ración de rosquillas que sirven a sus clientes contiene 6 rosquillas y cuesta 3 €.

a) ¿Cuántas raciones pueden servir?

b) ¿Cuánto dinero gana la cafetería con las rosquillas?

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN**

Calcula múltiplos, divisores, m.c.m y m.c.d

1. Completa el crucigrama:

HORIZONTALES

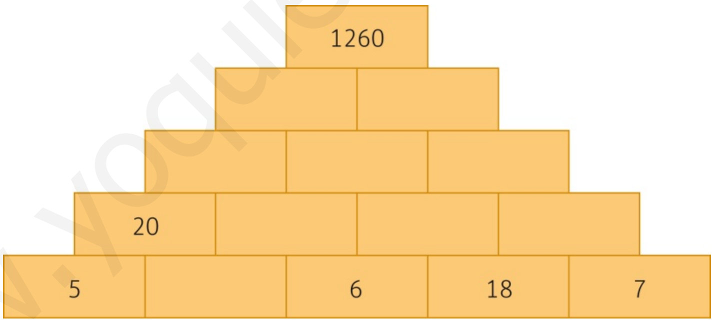
1. Tercer múltiplo de 12 ● m.c.m.(60, 90)
2. Primer número primo de dos cifras ● La unidad
3. Cuarto múltiplo de 3 dividido por 6 ● Ocho por ocho ● El primer número primo
4. Primer número de tres cifras divisible por 3, 5 y 7 ● Número más pequeño que es divisible entre 8
5. Cuadrado perfecto siguiente a 100 ● Resultado de dividir un número entre sí mismo
6. Nada ● m.c.m.(36, 120)

VERTICALES

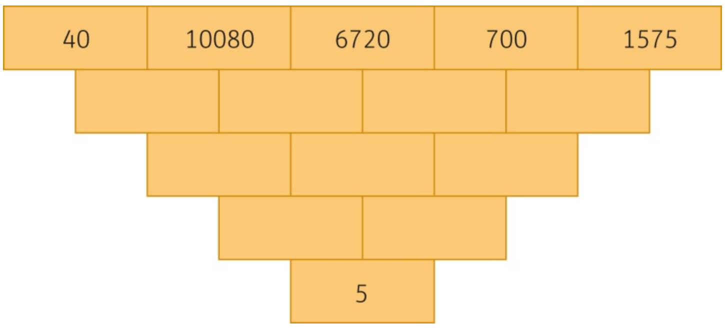
A. m.c.d.(3, 6) ● El II romano● Una decena.
B. Primer número comprendido entre 60 y 70 que al dividirlo por 2 da de resto 1● m.c.d.(24, 60)
C. Segundo año del siglo XVII.
D. El anterior al dos● m.c.m.(9, 15) ● El anterior al número romano IV
E. Primer múltiplo de 9 mayor que 75 ● Menor divisor de 80 de dos cifras
F. Nada ● m.c.m.(77, 44) dividido entre 11 ● Nada.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						

2. Completa los números que faltan sabiendo que el número que aparece en cada ladrillo es el m.c.m. de los números que aparecen en los ladrillos sobre los que se apoya.



3. Completa los números que faltan sabiendo que el número que aparece en cada ladrillo es el m.c.d. de los números que aparecen en los ladrillos que se apoyan en él.



FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Plantea el problema y no operes hasta el final

Observa este ejemplo:

Cuatro amigos quieren comprar un regalo a su profe. El primero pone 14 €, el segundo pone el doble que el primero, el tercero pone 3 € menos que el segundo. Si el regalo vale 85 €, ¿cuánto tiene que poner el cuarto?

Vamos a resolver este problema, indicando las operaciones, pero sin realizarlas hasta el final:

- El primero pone: 14
- El segundo pone: $2 \cdot 14$
- El tercero pone: $2 \cdot 14 - 3$
- Entre los tres: $14 + 2 \cdot 14 + (2 \cdot 14 - 3)$
- El cuarto tiene que poner: $85 - [14 + 2 \cdot 14 + (2 \cdot 14 - 3)]$

Resolvemos esta última operación poniendo en práctica la jerarquía de operaciones que ya conoces:

$$85 - [14 + 2 \cdot 14 + (2 \cdot 14 - 3)] = 85 - (14 + 28 + 25) = 85 - 67 = 18$$

El cuarto amigo tiene que poner 18 €.

Ahora haz tu lo mismo en los siguientes problemas:

1. Carlos ha ido a comprar algunas cosillas que necesita para empezar el curso. Ha comprado:
- Tres bolígrafos, a 1 € cada uno
- Un pegamento de 2 €
- Un paquete de rotuladores de 5 €
- Cuatro rollos para forrar los libros, a 2 € la unidad

Ha pagado con un billete de 20 €. ¿Cuánto le han devuelto?

2. Los últimos movimientos de mi hucha han sido:
- metí 53 € que me dieron por mi cumpleaños
- saqué 18 € para pagarme una excursión
- saqué dos veces 10 € para irme al cine

Hoy he abierto la hucha y tengo 36 €. ¿Cuánto tenía inicialmente?

3. Kepler nació 7 años más tarde que Galileo y murió 12 años antes. Si Kepler murió con 59 años en 1630. ¿Cuántos años vivió Galileo?

4. En una granja hay 630 animales entre gallinas, pavos y ovejas. El número de gallinas es de 250, y el de pavos 75 unidades menos que el de gallinas. ¿Cuántas patas hay entre todos los animales?

5. Una fábrica de rosquillas las envasa en bolsas de 15 unidades. Luego las empaquetan en cajas que contienen 30 bolsas en cada caja. El precio de una caja es de 45 €. Una cafetería ha hecho un pedido de 20 cajas. La ración de rosquillas que sirven a sus clientes contiene 6 rosquillas y cuesta 3 €.
- ¿Cuántas raciones pueden servir?

a) ¿Cuánto dinero gana la cafetería con las rosquillas?

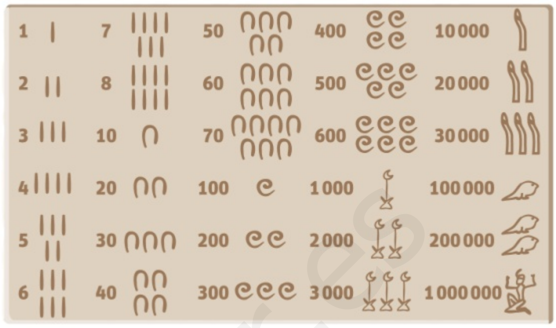
FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Otros sistemas de numeración

En esta ficha te proponemos echar un breve vistazo al sistema de numeración egipcio y al sistema de numeración maya.

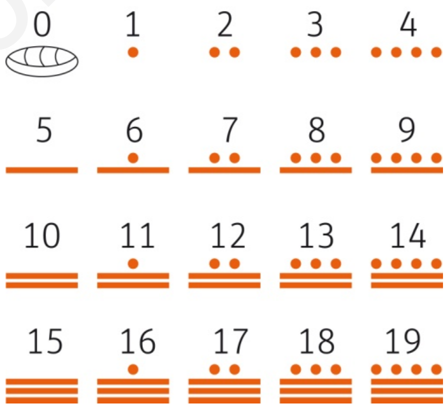
SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO:

- Es un ***sistema no posicional***: el valor de los símbolos no depende de la posición que ocupan.
- Numeración en ***base 10***: cada 10 símbolos de un orden se sustituyen por uno del orden siguiente.



SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA:

- Hasta el número 19 parece un sistema aditivo que emplea dos símbolos:
  - Un punto para indicar 1 unidad.
  - Una barra para indicar 5 unidades.



- Pero a partir del número 20 los símbolos tienen un valor distinto en función de la posición que ocupen:
  - Los símbolos del nivel inferior representan unidades.
  - El valor de los símbolos del segundo nivel se calcula multiplicando por 20.
  - El valor de los símbolos del tercer nivel se calcula multiplicado por 400 (400 = 20 · 20).
- Por eso se dice que es un ***sistema posicional*** de ***base 20*** y ***base auxiliar 5***.
- Al tener cada cifra un valor relativo según el lugar que ocupa, la presencia de un signo para el ***cero*** se hace imprescindible, para indicar la ausencia de unidades de algún orden.

$20 = 1 \cdot 20 + 0$ $\qquad$ $122 = 6 \cdot 20 + 2$

$21 = 1 \cdot 20 + 1$ $\qquad$ $400 = 1 \cdot 20^2 + 0 \cdot 20 + 0$

$41 = 2 \cdot 20 + 1$ $\qquad$ $401 = 1 \cdot 20^2 + 0 \cdot 20 + 1$

$61 = 3 \cdot 20 + 1$ $\qquad$ $8000 = 1 \cdot 20^3 + 0 \cdot 20^2 + 0 \cdot 20 + 0$

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Otros sistemas de numeración

1. Completa la siguiente tabla:

Decimal	**9**	**68**	**224**	**425**	**6000**
Romano	IX				
Egipcio					
Maya (*)					

(*) Para usar la numeración maya debes descomponer el número en potencias de 20, por ejemplo: 68 = 3 · 20 + 8

2. Trata de sumar los números de las columnas anteriores de dos en dos usando los distintos sistemas de numeración propuestos, sin utilizar en ningún momento nuestro sistema de numeración. Ten en cuenta que:

- En los sistemas aditivos sumaremos todos los signos y reescribiremos el número sustituyendo unos símbolos por otros si es necesario. Por ejemplo, para sumar 9 + 68 en números romanos:

$$\mathrm{IX} + \mathrm{LXVIII} = \mathrm{LX}\cancel{\mathrm{I}}\mathrm{XVII}\cancel{\mathrm{I}} = \mathrm{LXXVII}$$

se simplifican

- En los sistemas posicionales sumaremos entre sí los símbolos que ocupan la misma posición, y luego reescribiremos el número sustituyendo unos símbolos por otros si es necesario. Por ejemplo, para sumar 9 + 68 en numeración maya:

a) 9 + 68

b) 68 + 224

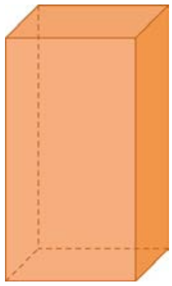
c) 224 + 425

d) 425 + 6000

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Problemas de optimización

Supón que eres un diseñador de envases y una fábrica te pide que diseñes un envase de zumo que cumpla las siguientes condiciones:



- Que tenga un volumen de 500 cm^3, para que quepan 0,5 litros de zumo.
- Que tenga forma de prisma de base cuadrada, como en el dibujo.
- Que las dimensiones de los lados del envase en centímetros sean números naturales.
- Que el material con el que se fabrica sea el mínimo posible.

Con todas estas condiciones… ¿qué harías?

Una forma de abordar este problema es plantear todas las posibles soluciones y después elegir la mejor de todas. Fíjate en el siguiente procedimiento:

1. Construimos una tabla con todos los posibles valores de la base y la altura, que tienen que ser **divisores naturales** de 500, ya que $V_{prisma} = base \cdot altura$

2. También incluiremos el lado de la base, sabiendo que $base = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{base}$

Volumen **(cm^3)**	***Altura*** **(cm)**	***Base*** **(cm^2)**	***Lado de la base*** **(cm)**
500	1	500	no es un número natural
	2	250	no es un número natural
	4	125	no es un número natural
	5	100	10
	10	50	no es un número natural
	20	25	5
	25	20	no es un número natural
	50	10	no es un número natural
	100	5	no es un número natural
	125	4	2
	250	2	no es un número natural
	500	1	1

3. Como vemos en la tabla solo hay cuatro soluciones posibles, que están indicadas en naranja.

4. El material para fabricar el envase viene dado por el área del prisma. Calculamos el área del envase correspondiente a cada una de las soluciones anteriores, siguiendo la fórmula del área de un prisma de base cuadrada:

$$A_{prisma} = A_{bases} + A_{lateral} = 2 \cdot lado^2 + 4 \cdot lado \cdot altura$$

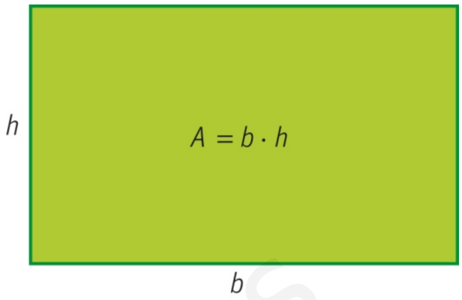
Altura **(cm)**	***Lado de la base*** **(cm)**	***Área bases*** **(cm^2)**	***Área lateral*** **(cm^2)**	***Área del prisma*** **(cm^2)**
5	10	200	200	400
20	5	50	400	450
125	2	8	1000	1008
500	1	2	2000	2002

5. Las dimensiones que hacen que el envase tenga un volumen de 500 cm^3 y que se use la menor cantidad de material son *altura* = 5 cm y *lado de la base* = 10 cm.

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN** Problemas de optimización

Intenta ahora tu resolver este problema siguiendo el mismo procedimiento:

Queremos hacer parcelas rectangulares de 75 m² para plantar olivos, cuyas dimensiones en metros sean números naturales. Para crecer bien, cada olivo necesita estar plantado en el centro de un cuadrado de 3 m de lado. ¿Cuáles tienen que ser las dimensiones de la parcela para que quepan en ella el mayor número de olivos?



Para resolver el problema sigue los siguientes pasos:

1. Construye una tabla con todas las posibles dimensiones de la parcela, que tienen que ser los divisores naturales de 75, ya que $A_{rectángulo} = b \cdot h$

Área (m²)	*b* (m)	*h* (m)
75	1	75
	3	

2. Piensa cuántos olivos puedes plantar en cada una de las opciones de la tabla anterior:

   Por ejemplo: Si la parcela mide 1 m por 75 m no puedo plantar ningún olivo porque no es posible hacer cuadrados de 3 m de lado con esas dimensiones.

   Añade una columna a la tabla anterior en la que indiques cuántos olivos se pueden plantar en cada una de las soluciones:

Área (m²)	*b* (m)	*h* (m)	*Nº olivos*
75	1	75	0
	3		

3. ¿Cuál es la mejor opción que has encontrado?