

10 Leyes de la dinámica

ACTIVIDADES

1. Calcula el módulo de la resultante de las fuerzas concurrentes $\vec{F}_1 = (10\vec{i} - 2\vec{j})\text{N}$ y $\vec{F}_2 = (8\vec{i} + 4\vec{j})\text{N}$.

La fuerza resultante es: $\vec{R} = \sum \vec{F}_i = (10\vec{i} - 2\vec{j}) + (8\vec{i} + 4\vec{j}) = (18\vec{i} + 2\vec{j})\text{N}$

$$|\vec{R}| = \sqrt{18^2 + 2^2} = 18 \text{ N}$$

2. ¿Es posible que la suma de dos fuerzas de 8 N cada una sea cero? ¿Es posible que la suma sea mayor de 16 N? ¿Qué tiene que pasar para que la suma sea 16 N?

Sí, siempre que las dos fuerzas sean antiparalelas (la misma dirección y sentidos contrarios).

No puede ser mayor que 16 N. El máximo valor de la resultante es 16 N y se obtiene cuando las dos fuerzas son paralelas (tienen la misma dirección y el mismo sentido).

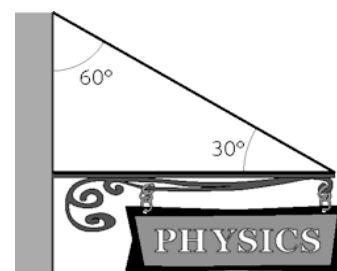
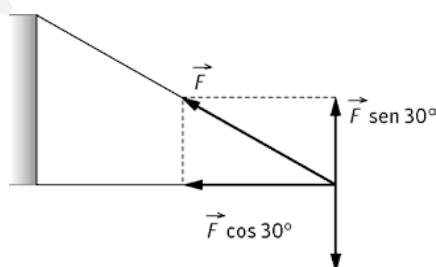
3. Durante las últimas etapas de descenso, un paracaidista se acerca al suelo con una velocidad constante y sin viento que lo lleve de lado a lado. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) El paracaidista no está en equilibrio.
 - b) El paracaidista está en equilibrio porque no hay fuerzas actuando sobre él.
 - c) El paracaidista está en equilibrio porque las fuerzas que actúan sobre él, el peso y la resistencia con el aire, se anulan.
- a) Falsa. Si está en equilibrio, como su velocidad es constante, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero.
- b) Falsa. Si actúan fuerzas sobre él: el peso y la resistencia con el aire.
- c) Verdadera.

4. En el aula de Física cuelga un cartel de 3,5 kg mediante un cable diagonal y una barra rígida horizontal que apoya en la pared. Determina la fuerza que soporta el cable diagonal.

Al estar en equilibrio $\sum F_y = 0 \Rightarrow F \sin 30^\circ - mg = 0 \text{ N}$

$$F = \frac{mg}{\sin 30^\circ} = \frac{(3,5 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})}{0,5} = 69 \text{ N}$$



5. Calcula el momento de una fuerza de 35 N aplicada sobre un cuerpo, a 0,25 m de su eje de giro. El ángulo entre la dirección de la fuerza y su brazo es 45° . ¿Con qué ángulo el momento sería nulo?

Por definición de momento $M = r F \sin \alpha = (0,25 \text{ m})(35 \text{ N}) \cos 45^\circ = 6,2 \text{ Nm}$

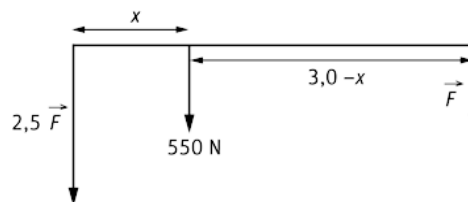
El momento es nulo cuando el $\sin \alpha = 0$, es decir 0° o 180° .

6. Dos ganaderos de igual altura llevan un ternero de 550 N de peso sujeto de las patas y colgando de una barra de 3,0 m. Determina el punto del que cuelga el ternero si un ganadero soporta 2,5 veces más peso que el otro.

Como el sistema está en equilibrio, se cumple $\sum \vec{M} = 0$.

Aplicando momentos respecto a la posición del ternero y, teniendo en cuenta que los módulos del momento que ejerce cada ganadero son iguales:

$$x(2,5 F \text{ sen } 90^\circ) = (3,0 - x)F \text{ sen } 90^\circ \Rightarrow x = 0,86 \text{ m}$$



7. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- En ausencia de rozamiento un disco de *hockey* no necesita una fuerza para comenzar a moverse.
- Una bola que rueda por el suelo se para debido a que su estado natural es el reposo.
- Un cuerpo solamente se puede mantener en movimiento si sobre él actúa una fuerza.

- Falso. Según la 1.ª ley de Newton, si el disco está en reposo para que comience a moverse es necesario aplicar una fuerza sobre él.
- Falso. Se para debido al rozamiento entre la bola y el suelo.
- Falso. Un cuerpo puede moverse con *mru* sin que actúe una fuerza sobre él. Por ejemplo, un disco de hockey una vez que está en movimiento.

8. Una persona empuja horizontalmente una caja con una fuerza de manera que la caja se desliza por el suelo con velocidad constante. Si la persona deja de empujar la caja, señala la afirmación correcta:

- La caja se para instantáneamente.
- La caja sigue moviéndose con velocidad constante.
- Inmediatamente disminuye su velocidad hasta pararse al cabo de un cierto tiempo.

- Falsa. La caja seguirá en movimiento.
- Falsa. Si el hombre empuja con una fuerza y la velocidad es constante, tiene que existir fuerza de rozamiento, por lo tanto, al cesar la fuerza que ejerce el hombre, la caja se parará poco a poco.
- Verdadero. Ver la respuesta b).

9. Responde a las siguientes cuestiones:

- ¿Es posible que un objeto siga una trayectoria curva si la fuerza resultante sobre él es cero?
 - Un autobús escolar frena bruscamente en una señal de stop. Las mochilas apoyadas en el suelo se mueven hacia delante. ¿Existe una fuerza que mueva las mochilas?
- No es posible. Según el primer principio, si la fuerza resultante sobre un objeto es cero, el movimiento es rectilíneo y uniforme.
 - Las mochilas no se mueven hacia delante debido a una fuerza, lo hacen como consecuencia de su inercia. Al frenar el autobús, las mochilas tienden a seguir con su estado de movimiento, que era el del autobús.

10. Una persona sostiene un globo de helio en el interior de un coche con las ventanillas cerradas. Indica si el coche tiene aceleración en los siguientes casos.

- El globo permanece vertical.
 - El globo se inclina hacia delante.
 - El globo se inclina hacia un lado.
- El globo, debido a su inercia, tiende a mantener su estado de movimiento. Si permanece vertical, el vehículo o está en reposo o se mueve con velocidad constante, por lo tanto no tiene aceleración.
 - En este caso el vehículo está frenando. Si tiene aceleración.
 - El vehículo está tomando una curva. Se inclina hacia la parte exterior de la curva. Sí tiene aceleración.

11. Sobre un objeto de masa m_1 se aplica una fuerza y esta adquiere una aceleración de $4,0 \text{ ms}^{-2}$. Si se aplica la misma fuerza sobre una caja de masa m_2 , esta adquiere una aceleración de 12 ms^{-2} . Si la masa m_1 es $1,5 \text{ kg}$, calcula el valor de la fuerza aplicada y la masa m_2 :

Aplicando el segundo principio de la dinámica: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\left. \begin{aligned} F &= m_1(4,0 \text{ ms}^{-2}) \\ F &= m_2(4,0 \text{ ms}^{-2}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1(4,0 \text{ ms}^{-2}) = m_2(4,0 \text{ ms}^{-2}) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3,0$$

La fuerza aplicada es $F = (1,5 \text{ kg})(4,0 \text{ ms}^{-2}) = 6,0 \text{ N} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3,0} = 0,50 \text{ kg}$

12. Una patinadora está en reposo sobre una pista de hielo. Una compañera la empuja con una fuerza constante durante $4,0 \text{ s}$. Si la patinadora se ha desplazado $3,0 \text{ m}$, determina el valor de la fuerza aplicada, sabiendo que la masa de la patinadora es de $60,0 \text{ kg}$.

Se calcula la aceleración con ayuda de la cinemática:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2\Delta x}{t^2} = 0,38 \text{ ms}^{-2}$$

Aplicando el 2.º principio de la dinámica:

$$F = ma = (60,0 \text{ kg})(0,38 \text{ ms}^{-2}) = 23 \text{ N}$$

13. Una moto de 200 kg (incluido el piloto) se mueve por la recta de tribuna de un gran premio con una velocidad de 300 km h^{-1} . Halla la velocidad de una segunda moto de 120 kg en la misma recta, si ambas tienen la misma cantidad de movimiento.

En el SI, la velocidad de 300 km h^{-1} es de 83 m s^{-1}

El enunciado indica que ambas motos tienen la misma cantidad de movimiento, así: $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$

$(200 \text{ kg})(83 \text{ m s}^{-1}) = (120 \text{ kg}) v_2$; de donde: $v_2 = 79 \text{ m s}^{-1}$

14. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) En un *mcu* el momento lineal no varía.

b) Si una pelota de $0,12 \text{ kg}$ que se mueve horizontalmente a $4,0 \text{ m s}^{-1}$, choca con una pared y rebota con la misma velocidad, su momento lineal varía.

a) Falso. El momento lineal ($\vec{p} = m\vec{v}$) es una magnitud vectorial. En un *mcu* el módulo de la velocidad permanece constante, pero su dirección varía; al variar ésta el momento lineal también lo hará.

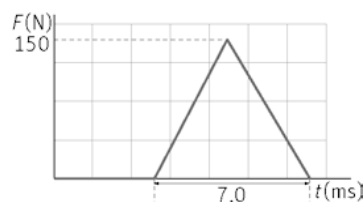
b) Verdadero. El momento lineal es una magnitud vectorial. Cuando la pelota va hacia la pared el vector momento tiene un sentido:

$$\vec{p} = m\vec{v} = (0,12 \text{ kg})(4,0\vec{i} \text{ ms}^{-1}) = 0,48\vec{i} \text{ kgms}^{-1}, \text{ al rebotar su sentido cambia } \vec{p} = -0,48\vec{i} \text{ kgms}^{-1}$$

15. Una pelota al rebotar en el suelo experimenta la fuerza de la figura. Calcula el impulso en el intervalo de tiempo señalado.

Al ser la fuerza variable el impulso debe calcularse geoméricamente. El impulso mecánico se calcula determinando el área bajo la curva. Como la figura es un triángulo:

$$I = \frac{1}{2} F \Delta t = \frac{1}{2} (150 \text{ N})(7,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}) = 0,53 \text{ Ns}$$



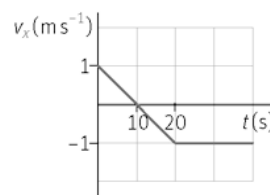
16. Una chica de 55 kg de masa se impulsa con sus piernas hacia arriba adquiriendo una velocidad, al iniciar el salto, de $2,5 \text{ m s}^{-1}$. Calcula el impulso y determina la fuerza que han ejercido sus piernas sobre el suelo, si el impulso ha durado $0,25 \text{ s}$.

Aplicando el teorema del impulso: $\vec{I} = \Delta\vec{p} \Rightarrow I = (55 \text{ kg})(2,5 \text{ ms}^{-1}) - (55 \text{ kg})(0 \text{ ms}^{-1}) = 1,4 \cdot 10^2 \text{ kgms}^{-1}$

Sabiendo que el impulso es la fuerza aplicada sobre un cuerpo por el tiempo que esta actúa:

$$I = F\Delta t \Rightarrow F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{(1,4 \cdot 10^2 \text{ kgms}^{-1})}{(0,25 \text{ s})} = 5,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

17. La siguiente gráfica corresponde a un movimiento rectilíneo:



a) Indica cuándo existe fuerza resultante y deduce su sentido.

b) Si m es 2,5 kg, calcula la variación del momento lineal en el primer y segundo tramo.

a) En el primer tramo que va hasta los 20 s, la velocidad varía, por lo tanto, el móvil posee aceleración y se ve sometido a una fuerza resultante. Mientras que en el segundo tramo, desde los 20 s en adelante, la velocidad es constante, lo que significa que la aceleración es nula y que por lo tanto no existe fuerza resultante.

En el primer tramo la aceleración es negativa, ya que la pendiente de la gráfica $v-t$ lo es. La fuerza tiene sentido contrario al movimiento.

b) En el primer tramo: $\Delta p = p_1 - p_0 = (2,5 \text{ kg})(-1 \text{ ms}^{-1}) - (2,5 \text{ kg})(1 \text{ ms}^{-1}) = -5 \text{ kgms}^{-1}$

En el segundo tramo la variación del momento lineal es cero; ya que la velocidad es constante.

18. Dos objetos diferentes experimentan aceleraciones de $1,5 \text{ m s}^{-2}$ y $3,0 \text{ m s}^{-2}$ cuando reciben la misma fuerza.

a) ¿Qué relación tienen las masas de los dos objetos?

b) Si los dos objetos se unen entre sí, ¿qué aceleración producirá la fuerza?

c) ¿Puedes calcular la fuerza?

a) Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$\left. \begin{aligned} F &= m_1(1,5 \text{ ms}^{-2}) \\ F &= m_2(3,0 \text{ ms}^{-2}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1(1,5 \text{ ms}^{-2}) = m_2(3,0 \text{ ms}^{-2}) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

b) La fuerza será: $F = (m_1 + m_2)a$

Sabiendo que $F = m_2(3,0 \text{ ms}^{-2})$, y que $m_1 = 2m_2$; se obtiene:

$$m_2(3,0 \text{ ms}^{-2}) = (m_1 + m_2)a = (2m_2 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{3,0 \text{ ms}^{-2}}{3} = 1,0 \text{ ms}^{-2}$$

c) No. Para calcular la fuerza es necesario conocer la masa.

19. Una pulga común tiene una masa de 0,0080 g y puede realizar un salto vertical de 18 cm sobre la cabeza de un perro, impulsándose durante 80 ms.

a) La fuerza que impulsa a la pulga, ¿es la que ella hace sobre el perro o la que el perro realiza sobre ella?

b) Calcula ambas fuerzas.

a) Es la que realiza el perro sobre ella.

b) Utilizando las ecuaciones de la cinemática se determina la velocidad inicial de la pulga:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(9,8 \text{ ms}^{-2})(0,18 \text{ m}) \Rightarrow v_0 = 1,9 \text{ ms}^{-1}$$

Para calcular la fuerza que realiza el perro sobre la pulga se aplica el teorema del impulso:

$$\Delta p = F\Delta t \Rightarrow F = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0,0080 \cdot 10^{-3} \text{ kg})(1,9 \text{ ms}^{-1})}{(80 \cdot 10^{-3} \text{ s})} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

La que ella ejerce sobre el perro tiene el mismo módulo y dirección, pero sentido contrario ($-1,9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$).

20. En una película de ciencia ficción, un astronauta de 85 kg de masa (incluido todo su equipo) empuja en el espacio con una fuerza de 30,0 N a un vehículo espacial averiado.

El vehículo tiene una masa de 250 kg. Calcula la aceleración que experimentan, el astronauta y el vehículo espacial.

Se toma como sentido positivo de la fuerza, la que el astronauta realiza sobre la nave. La aceleración del astronauta viene determinada por la fuerza que realiza la nave sobre él, esta fuerza tiene sentido contrario a la que él realiza:

$$F = ma \Rightarrow -30 \text{ N} = (85 \text{ kg})a \Rightarrow a = -0,35 \text{ ms}^{-2}$$

La de la nave: $30 \text{ N} = (250 \text{ kg})a' \Rightarrow a' = 0,12 \text{ ms}^{-2}$

21. Una bola de masa 0,125 kg se mueve con una velocidad de $2,1 \text{ m s}^{-1}$, en una mesa de aire. La bola golpea a otra de masa 1,0 kg que inicialmente estaba en reposo. Después del choque, la primera masa retrocede con una velocidad de $1,8 \text{ m s}^{-1}$. Determina la velocidad de la segunda masa.

En una mesa de aire el rozamiento es prácticamente nulo. Las fuerzas que intervienen en el choque entre las bolas son internas, por lo tanto, se conserva el momento lineal en el mismo.

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow (0,125 \text{ kg})(2,1 \text{ ms}^{-1}) + (0 \text{ kgms}^{-1}) = (0,125 \text{ kg})(-1,8 \text{ ms}^{-1}) + (1 \text{ kg})v \Rightarrow v = 0,49 \text{ ms}^{-1}$$

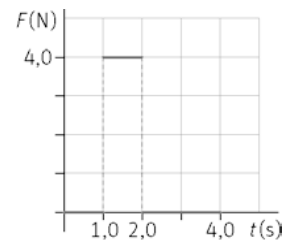
22. Una patinadora sobre hielo de 45 kg de masa atrapa un ramo de flores de 0,75 kg que le arrojaron y que le llega con una velocidad horizontal de $4,2 \text{ m s}^{-1}$. Si al coger el ramo la patinadora termina en reposo, ¿qué velocidad llevaba antes de atrapar el ramo?

En el instante de coger el ramo solo actúan fuerzas internas, el momento lineal se conserva. Como la patinadora termina en reposo, el momento final es nulo:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow \vec{p}_{\text{pat.}} + \vec{p}_{\text{ramo}} = 0 \Rightarrow (45 \text{ kg})v - (0,75 \text{ kg})(4,2 \text{ ms}^{-1}) = 0 \Rightarrow v = 7,0 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$$

23. Una bola de 1,0 kg de masa está sometida a la fuerza que se indica en la gráfica.

- a) Si en $t = 0$ estaba en reposo, calcula la velocidad en $t = 4,0 \text{ s}$.
 b) Si en ese instante choca contra otra bola de la misma masa que se dirige hacia ella a $2,5 \text{ ms}^{-1}$, calcula la velocidad con la que se mueven las dos bolas si después del choque permanecen unidas.



- a) En la gráfica se observan tres tramos. En el primero y tercero no actúa fuerza alguna; solamente en el segundo actúa una fuerza de 4,0 N.

Aplicando la segunda ley de Newton, se calcula la aceleración: $F = ma \Rightarrow 4,0 \text{ N} = (1,0 \text{ kg})a \Rightarrow a = 4 \text{ ms}^{-2}$

Como la fuerza solo actúa durante un segundo, sustituyendo en la ecuación de la velocidad del *mrva* se obtiene:

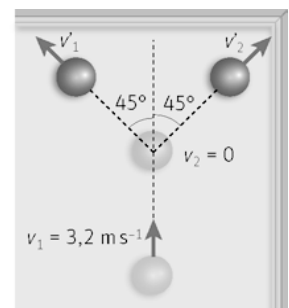
$$v_f = v_0 + at = 0 + (4,0 \text{ ms}^{-2})(1,0 \text{ s}) = 4,0 \text{ ms}^{-1}$$

- b) En el choque se conserva el momento lineal. Como las dos bolas permanecen juntas el choque es inelástico. La velocidad de la segunda bola tiene sentido contrario a la de la primera, así:

$$(1,0 \text{ kg})(4 \text{ ms}^{-1}) + (1 \text{ kg})(-2,5 \text{ ms}^{-1}) = (1,0 \text{ kg} + 1,0 \text{ kg})v \Rightarrow v = 0,75 \text{ ms}^{-1}$$

24. Una bola de billar se mueve con una velocidad de $3,2 \text{ m s}^{-1}$ en la dirección del eje Y y choca con otra bola de la misma masa que estaba en reposo. Las dos bolas salen formando un ángulo de 45° en relación al eje Y.

Calcula la velocidad de las dos bolas después de la colisión.



En el choque se conserva el momento lineal. Esta magnitud es vectorial y su conservación debe cumplirse tanto en el eje X como en el eje Y. Se descompone la velocidad según los ejes.

$$\text{Eje Y: } m \cdot 3,2 = m v_1 \cos 45^\circ + m v_2 \cos 45^\circ$$

$$\text{Eje X: } 0 = m v_1 \sin 45^\circ + m v_2 \sin 45^\circ \Rightarrow v_1 = v_2$$

$$\text{Así: } 3,2 = 2v_1 \cos 45^\circ \Rightarrow v_1 = v_2 = 2,3 \text{ ms}^{-1}$$

25. **Razona si es verdad que una partícula de 2 kg de masa que describe un movimiento circular de radio 2 m con una velocidad de 2 m s^{-1} , tiene menor momento angular que la misma partícula moviéndose en un círculo de radio 1 m a una velocidad de 4 m s^{-1} .**

El módulo del momento angular es $L = r m v$. Para la misma masa, si el producto del radio por la velocidad no varía, la partícula poseerá el mismo momento angular, por lo tanto, la afirmación es falsa.

26. **Se hace girar una masa con una onda en un sentido y posteriormente, sin cambiar ni su masa, ni su radio, ni su velocidad, se la hace girar en sentido contrario. Indica cómo afecta este hecho al momento angular de la masa respecto del centro de giro.**

El momento angular es una magnitud vectorial $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, al cambiar el sentido de la velocidad, cambia el sentido del vector momento angular

27. **Al aplicar una fuerza sobre un cuerpo, razona en qué condiciones no varía su momento angular.**

Si solo actúa dicha fuerza, el momento angular permanecerá constante si el momento de la fuerza aplicada es cero. $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{cte.}$; donde $M = r F \sin \alpha$

El momento de una fuerza es cero si el vector posición vale cero o si la fuerza se mide respecto a un punto contenido en la línea de acción de la misma, esto es, el seno es nulo.

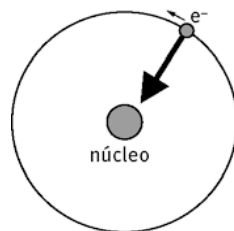
28. **La Tierra tiene un movimiento de rotación. Razona por qué la duración de los días permanece razonablemente constante a lo largo del tiempo.**

En la formación del sistema solar, la nube de gas y polvo comenzó a colapsar formando un disco enorme que giraba cada vez más rápido (piensa en una patinadora sobre hielo cuando junta sus brazos). El Sol se formó en el centro y cuando los planetas colapsaron sobre sí mismos comenzaron a girar sobre su eje como consecuencia de la conservación del momento angular; este movimiento sigue debido a la inercia.

29. **En el modelo atómico de Bohr para el átomo de hidrogeno, el electrón gira en una órbita circular alrededor del núcleo. Razona si el momento angular del electrón respecto al núcleo permanece constante. ¿Cuál sería el momento angular del electrón respecto a un punto de su órbita?**

La fuerza a la que se ve sometido el electrón está contenida en su línea de acción, el momento de la misma respecto del núcleo es cero, y, por lo tanto, se conserva el momento angular.

El momento del electrón respecto a un punto de su órbita es cero, ya que el vector posición respecto a sí mismo es cero.



Concepto de fuerza: medida, equilibrio y momento.

30. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

- Si solo actúa una fuerza sobre un cuerpo, la fuerza resultante no puede ser cero.
- Al rematar de cabeza un balón, si su velocidad mantiene la misma dirección y el mismo módulo que traía pero cambia el sentido, el balón no recibe ninguna fuerza.
- Verdadera. Para que la fuerza resultante sea cero deben existir al menos dos fuerzas iguales en módulo y dirección, pero de sentido contrario.
- Falsa. Si cambia de sentido es como consecuencia de la fuerza que ejerce la cabeza sobre el balón.

31. En un muelle se produce un alargamiento de 6,0 cm cuando se aplica una fuerza de 18 N.

- Calcula el valor de constante recuperadora del muelle.
 - ¿Cuánto se alarga el muelle si recibe una fuerza de 30 N?
 - ¿Qué fuerza hay que aplicarle para producir un alargamiento de 2,5 cm?
- a) Aplicando la ley de Hooke:

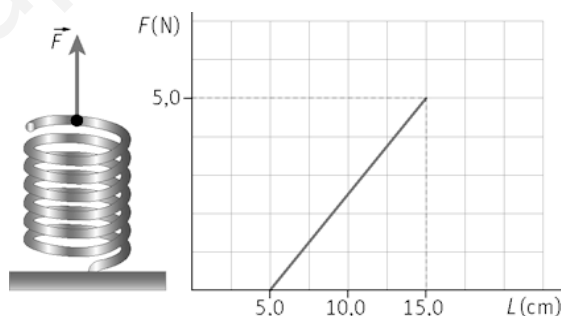
$$F = k\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{(18 \text{ N})}{(6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m})} = 3,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}$$

b) $F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k} = \frac{(30 \text{ N})}{(3,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1})} = 0,10 \text{ m}$

c) $F = (3,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1})(0,025 \text{ m}) = 7,5 \text{ N}$

32. El muelle de la figura está sujeto en el suelo. Se tira de él hacia arriba con una fuerza y se mide el alargamiento. En la gráfica se muestra la fuerza en función de la longitud.

- ¿Cumple el muelle la ley de Hooke?
 - Si es así, determina la constante recuperadora del muelle.
- a) Si, ya que la representación gráfica $F-t$ es una recta, por lo tanto, la fuerza elástica es proporcional al alargamiento.
- b) Aplicando la ley de Hooke:



$$F = k\Delta L \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{5,0 \text{ N}}{(15,0 - 5,0) \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 50 \text{ Nm}^{-1}$$

33. Dos personas tiran de una barca en un canal, ejerciendo fuerzas de 250 y 320 N, respectivamente. Sabiendo que ambas fuerzas forman un ángulo de 45° , calcula el módulo de la fuerza resultante.

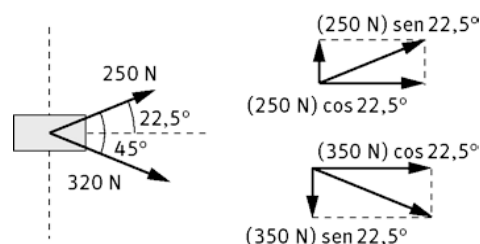
Suponiendo que el eje de abscisas divide el ángulo en dos partes iguales, se descomponen las fuerzas:

Eje X: $\vec{R}_x = (320 \cos 22,5^\circ + 250 \cos 22,5^\circ) \vec{i} = (5,3 \cdot 10^2 \vec{i}) \text{ N}$

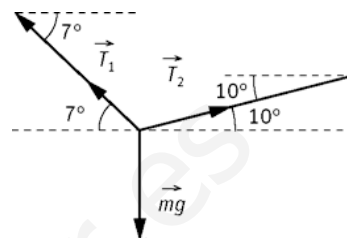
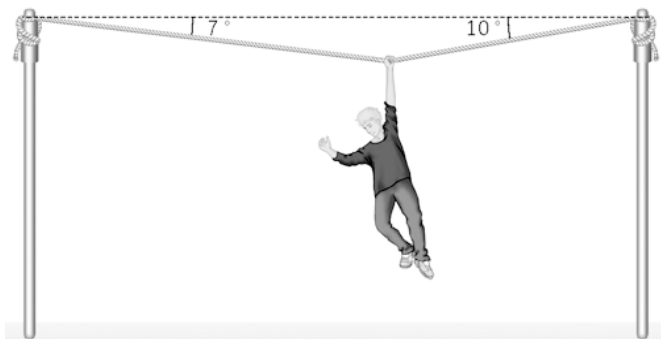
Eje Y: $\vec{R}_y = (320 \sin 22,5^\circ - 250 \sin 22,5^\circ) \vec{j} = (-27 \vec{j}) \text{ N}$

$$\vec{R} = (5,3 \cdot 10^2 \vec{i} - 27 \vec{j}) \text{ N}$$

El módulo es: $|\vec{R}| = \sqrt{(5,3 \cdot 10^2)^2 + (-27)^2} = 5,3 \cdot 10^2 \text{ N}$



34. Un chico de 42,0 kg de masa se cuelga de una cuerda atada a dos postes, según se indica en la figura. Determina la tensión en cada sector de la cuerda.



Se descomponen las fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_2 \cos 10^\circ = T_1 \cos 7^\circ \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 \cos 7^\circ}{\cos 10^\circ} = 1,01 T_1$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 \sin 10^\circ + T_1 \sin 7^\circ - mg = 0 \Rightarrow 1,01 T_1 \sin 10^\circ + T_1 \sin 7^\circ = (42 \text{ kg})(9,81 \text{ ms}^{-2})$$

Despejando se obtienen los siguientes valores: $T_1 = 1,42 \cdot 10^3 \text{ N}$ y $T_2 = 1,43 \cdot 10^3 \text{ N}$

35. En un día de viento fuerte se deja caer un balón de baloncesto de masa 0,61 kg. El viento ejerce una fuerza horizontal de 4,2 N. Determina el módulo de la fuerza resultante y el ángulo que forma la fuerza con la horizontal.

Las fuerzas que actúan sobre el balón son el peso en la dirección del eje Y, y la fuerza horizontal en la del X.

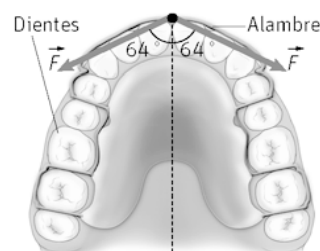
$$p = mg = (0,61 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 6,0 \text{ N}$$

Vectorialmente: $\vec{R} = (4,2\vec{i} + 6,0\vec{j}) \text{ N}$

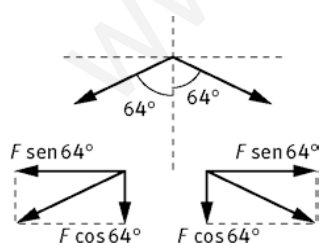
El módulo $|\vec{R}| = \sqrt{(4,2)^2 + (-6,0)^2} = 7,3 \text{ N}$

Para determinar el ángulo: $\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \alpha = \text{arctg} \frac{-6,0}{4,2} = -55^\circ$

36. Para colocar un diente en su posición, el dentista coloca un alambre tal como se indica en la figura (sujeto al diente). Sabiendo que la fuerza resultante que actúa sobre el diente es 2,2 N, calcula el valor de cada una de las fuerzas, \vec{F} .



Como el diente está en equilibrio (es la misión del alambre) se debe cumplir:

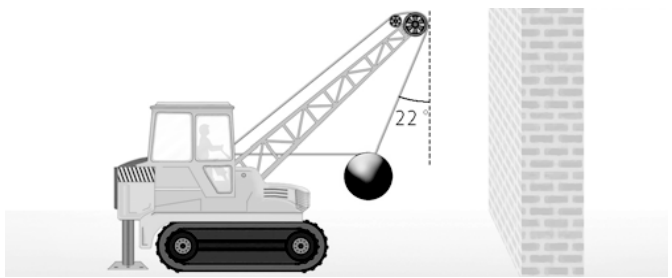


$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Las componentes X se anulan; mientras que $\sum F_y = 22 \text{ N}$, por tanto, $F \cos 64^\circ + F \cos 64^\circ = 2,2 \text{ N} \Rightarrow F = 2,5 \text{ N}$

37. Una bola de demolición de 280 kg está sujeta a la grúa con dos cables. Uno está enganchado a la punta de la grúa y forma 22° con la vertical; el otro, es un cable horizontal que asegura la bola antes de ser lanzada.



Determina la tensión a la que se ve sometido el cable horizontal si el sistema está en equilibrio.

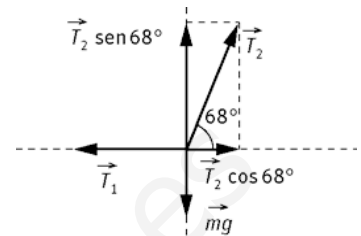
Como el sistema está en equilibrio se cumple que $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$.

Dado que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° ; sabemos que el ángulo que forma T_2 con la horizontal es de 68° .

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_2 \cos 68^\circ - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = 0,37 T_2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 \sin 68^\circ - mg = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{(280 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})}{\sin 68^\circ} = 2,9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$T_1 = 0,37 \cdot 2,9 \cdot 10^3 \text{ N} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ N}$$



38. Con ayuda de un tablón de 5,0 m de longitud y de masa despreciable, se construye un balancín, sujetando el tablón a un soporte por su punto medio. En el balancín se sientan un niño de 45 kg y una niña de 35 kg. La niña se sienta a 1,5 m del punto de apoyo:

a) Calcula la fuerza ejercida sobre el tablón por el soporte (el tablón tiene su centro de gravedad sobre el soporte).

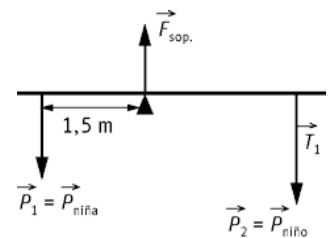
b) ¿Dónde debe sentarse el niño para que el balancín esté en equilibrio?

a) Al estar en equilibrio se debe cumplir que:

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_{\text{sop.}} - p_1 - p_2 = 0 \Rightarrow F_{\text{sop.}} - p_1 - p_2 = [(45 + 35) \text{ kg}](9,8 \text{ ms}^{-2}) = 7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$$

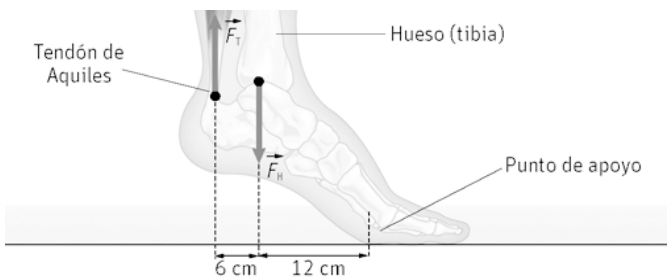
b) Al estar en equilibrio debe cumplirse $\sum \vec{M} = 0$, es decir el momento de la niña debe ser igual en módulo al del chico:

$$(35 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(1,5 \text{ m}) = (45 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})x \Rightarrow x = 1,2 \text{ m}$$



39. Una bailarina de *ballet* realiza un apoyo con un solo pie. Cuando una persona realiza dicho apoyo, se ejerce una fuerza, F_T , hacia arriba en el tendón de Aquiles y otra, F_H , hacia abajo en la parte final del hueso de la pierna (tibia), tal y como se puede ver en la figura.

Si la masa de la chica es de 47 kg y suponiendo que todo el peso recae sobre el punto de apoyo, calcula F_T y F_H .



Además de las dos fuerzas que indica el enunciado, sobre el pie de apoyo, actúa la fuerza normal (la reacción al peso). Así el módulo de la fuerza normal coincide con el de la fuerza peso.

Para que esté en equilibrio debe cumplirse. $\sum \vec{F} = 0$ y $\sum \vec{M} = 0$

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_T - F_H + N = 0$$

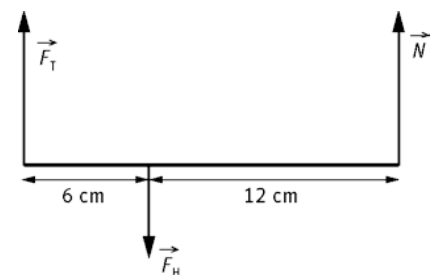
Aplicando momentos respecto al punto señalado.

$$\sum \vec{M} = 0 \Rightarrow mg(0,12 \text{ m}) - F_T(0,06 \text{ m}) = 0$$

Ya que la F_H no posee momento al ser su brazo nulo.

$$F_T = \frac{(47 \text{ kg}) \cdot (9,8 \text{ ms}^{-2}) \cdot (0,12 \text{ m})}{(0,06 \text{ m})} = 9,2 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_H = F_T + mg = (9,2 \cdot 10^2 \text{ N}) + (47 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$



Principios de la dinámica

40. Da una explicación a los siguientes hechos:

- Una canica se encuentra apoyada en el piso horizontal de un remolque de juguete, en reposo. Cuando se tira del remolque, la canica rueda hacia la parte de atrás.
- Un automóvil está parado ante una señal de stop cuando otro vehículo lo golpea por detrás. Las personas del primer automóvil sufren una lesión en las cervicales llamada "latigazo cervical" (ver figura).



- Un objeto que se encuentra en reposo, según el primer principio tiende a permanecer en dicho estado. Al tirar del remolque la canica rueda hacia atrás debido a su inercia.
- Al ser golpeado por detrás, la persona que se encuentre en reposo sentada en el coche tiende a permanecer en él. Si la cabeza no está bien apoyada sobre el reposa cabezas, el cuello sufre un latigazo hacia atrás.

41. La velocidad de un bombero de 84 kg de masa bajando por la barra fija de salida está descrita en la siguiente gráfica $v-t$. Determina la magnitud de la fuerza ejercida por el bombero en las distintas etapas del movimiento.

Sobre el bombero actúan dos fuerzas, la que le hace la barra, que es igual a la que hace él con los brazos, y la que hace la Tierra (mg).

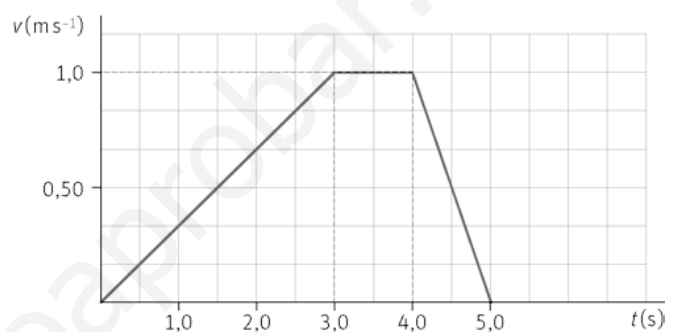
$$\text{En la 1ª etapa: } v = at \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{(1,0 \text{ ms}^{-1})}{(3 \text{ s})} = 1/3 \text{ ms}^{-2}$$

$$mg - F = ma \Rightarrow F = mg - ma = (84 \text{ kg}) \cdot \left[\left(9,8 - \frac{1}{3} \right) \text{ ms}^{-2} \right] = 8,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$\text{En la 2.ª etapa, como la velocidad es constante: } a = 0 \Rightarrow F = mg = (84 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 8,2 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$\text{En la 3.ª etapa: } v = v_0 + at \Rightarrow 0 = (1,0 \text{ ms}^{-1}) + a(1,0 \text{ s}) \Rightarrow a = -10 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{En este caso: } mg - F = m(-1,0 \text{ ms}^{-2}) \Rightarrow F = 9,1 \cdot 10^2 \text{ N}$$



42. En la siguiente gráfica $F-t$ se representa el movimiento de un objeto de 1,2 kg de masa. Si el objeto partió del reposo, calcula:

- La velocidad del mismo a los 1,5 s, 2,5 s y 5,0 s.
- Representa las gráficas $a-t$ y $v-t$.

- Entre $t = 0$ y $t = 2,0$ s, la fuerza que actúa sobre el objeto es de 10 N. Así, se calcula la aceleración empleando el segundo principio de la dinámica:

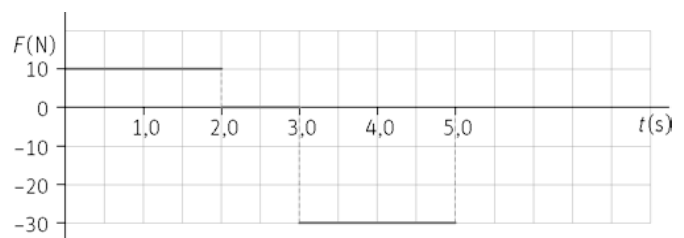
$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{(10 \text{ N})}{(1,2 \text{ kg})} = 8,3 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{La velocidad es: } v = v_0 + at = 0 + (8,3 \text{ ms}^{-2})(1,5 \text{ s}) = 12 \text{ ms}^{-1}$$

Para calcular la velocidad a los 2,5 s, se determina la velocidad hasta $t = 2,0$ s, después como no actúa ninguna fuerza, la velocidad será constante.

$$v = v_0 + at = (12 \text{ ms}^{-1}) + (8,3 \text{ ms}^{-2})(0,5 \text{ s}) = 16 \text{ ms}^{-1}$$

Entre el t de 3,0 s y 5,0 s, la fuerza que actúa es -30 N



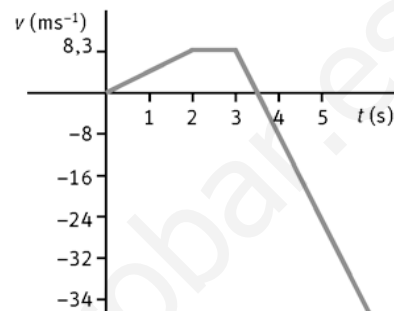
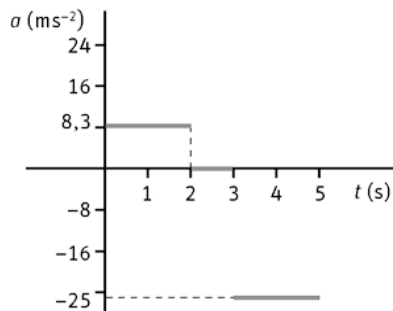
$$a = \frac{F}{m} = \frac{(-30 \text{ N})}{(1,2 \text{ kg})} = -25 \text{ m s}^{-2}$$

$$v = v_0 + at = (16 \text{ m s}^{-1}) + (-25 \text{ m s}^{-2})(2 \text{ s}) = -34 \text{ m s}^{-1}$$

- b) En la gráfica $a-t$; tenemos tres tramos con aceleración constante. El primero desde los 0 a los 2 s, con un valor de $a = 8,3 \text{ m s}^{-2}$. Después, desde los 2 a los 3 s la aceleración es nula; ya que se trata de un *mru*. El tercer y último tramo, es un *mrva* (como el primero) donde $a = -25 \text{ m s}^{-2}$ y va de los 3 a los 5 s.

Para representar la gráfica $v-t$; se toman las ecuaciones de velocidad y se toman valores. Es suficiente con tomar dos, ya que son rectas.

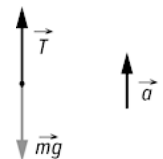
Para el primer tramo: parte del origen ya que inicialmente el objeto está en reposo y a los dos segundos su velocidad es $8,3 \text{ m s}^{-1}$. En el segundo tramo su velocidad es constante hasta los 3 s. En el tercer y último tramo parte a los 3 s de $8,3 \text{ m s}^{-1}$ y llega a los -34 m s^{-1} a los 5 s.



43. Un pescador, al tirar verticalmente de un pez con una aceleración de $1,75 \text{ m s}^{-2}$, rompe el hilo de la caña de pescar. Calcula la masa del pez, sabiendo que la tensión máxima que aguanta el hilo es de 25 N.

Las fuerzas que actúan son la tensión de la cuerda y el peso que ejerce el pez. Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\sum F = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = m(a + g) \Rightarrow m = \frac{T}{a + g} = 2,2 \text{ kg}$$



44. Si un arquero ejerce una fuerza de 360 N cuando lasemicuerdas forman un ángulo de 110° y la flecha tiene una masa de 300 gramos, calcula:

a) La fuerza que transmite cada semicuerda.

b) La aceleración inicial de la flecha.

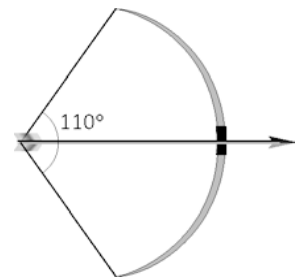
a) Se descomponen las fuerzas. Las componentes en el eje Y se anulan. Las componentes en el eje X se suman.

$$F_x = F \cos \alpha$$

La flecha divide al ángulo en dos partes iguales, según se ve en el dibujo. Así, la fuerza ejercida por el arquero es: $360 \text{ N} = 2F \cos 55^\circ$ $F = 3,1 \cdot 10^2 \text{ N}$

b) La fuerza que recibe la flecha en el momento del disparo es la que ejerce el arquero.

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{(3600 \text{ N})}{(0,30 \text{ kg})} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-2}$$



45. Identifica las fuerzas que actúan en cada situación y razona si hay fuerza resultante o no.

a) Un perro arrastra un trineo sobre un suelo helado.

b) Un coche con el motor funcionando, avanza por una carretera rectilínea a velocidad constante.

c) Una moto toma una curva sin peralte sin que varíe la indicación de su velocímetro.

d) Una persona empuja un mueble sobre el suelo de una habitación, moviéndolo cada vez más deprisa.

e) Una sonda espacial se mueve por el espacio exterior a velocidad constante.

- a) Sobre el trineo actúa la fuerza que ejerce el perro. Esta fuerza es la resultante.
Sobre el perro actúa la fuerza que ejerce el trineo, pero está aplicada en un cuerpo distinto.
También actúan el peso y la normal, pero éstas se anulan mutuamente.
- b) La fuerza que realiza el motor y la fuerza de rozamiento, el peso y la normal. Como el coche se mueve con velocidad constante, según el primer principio de la dinámica, la fuerza resultante debe ser cero.
- c) Aunque su velocidad en módulo sea constante, al tomar una curva, sobre la moto debe actuar una fuerza (ya que la dirección de la velocidad varía). Esta fuerza es la de rozamiento. También actúan el peso y la normal.
- d) Al variar la velocidad, el mueble posee un movimiento acelerado. Según la 2ª ley de la dinámica, sobre él actúa una fuerza resultante.
Las fuerzas que actúan son el peso y la normal que se anulan entre sí, la fuerza que ejerce la persona sobre el mueble y la fuerza de rozamiento. En este caso la primera debe ser mayor en módulo que la segunda; ya que cada vez va más deprisa.
- e) En el espacio exterior, la sonda no está sometida a la atracción gravitatoria, además como se mueve con velocidad constante, no actúa ninguna fuerza sobre ella.

46. Un hombre cuya masa es de 70 kg se encuentra sobre una báscula electrónica en un ascensor. ¿Cuánto indicará la báscula en los siguientes casos?

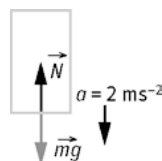
- a) El ascensor sube con velocidad constante de $3,0 \text{ m s}^{-1}$.
- b) El ascensor baja con velocidad constante de $3,0 \text{ m s}^{-1}$.
- c) El ascensor empieza a subir aumentando su velocidad a razón de $2,0 \text{ m s}^{-1}$ por segundo.
- d) El ascensor sube frenando a $2,0 \text{ m s}^{-2}$ de aceleración.
- e) El ascensor baja acelerando a $2,0 \text{ m s}^{-2}$.
- f) El ascensor baja frenando a $2,0 \text{ m s}^{-2}$.
- g) Se rompe el cable de sujeción del ascensor.

En todos los casos, la reacción normal de la báscula coincide con su indicación. Como el movimiento es en una dimensión, podemos prescindir de la notación vectorial. Se consideran positivas las fuerzas a favor del movimiento y negativas las contrarias. Lo mismo pasa con las aceleraciones.

a) Si $v = \text{cte}$, $\sum F = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg = (70 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 686 \text{ N}$



- b) El resultado es el mismo, 686 N.
- c) Como $a = 2,0 \text{ ms}^{-2} \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a) = m(9,8 + 2,0) \Rightarrow N = 826 \text{ N}$
- d) $N - mg = -ma \Rightarrow N = m(g - a) = m(9,8 - 2,0) \Rightarrow N = 546 \text{ N}$
- e) $mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - a) = m(9,8 - 2,0) \Rightarrow N = 546 \text{ N}$



- f) $mg - N = -ma \Rightarrow N = m(g + a) = (70 \text{ kg}) \cdot [(9,8 + 2,0)(\text{ms}^{-2})] = 826 \text{ N}$
- g) Si se rompe el cable, la aceleración es $a = g = -9,8 \text{ ms}^{-2} \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow N = 0$

47. Resuelve las siguientes cuestiones, indicando la pareja de fuerzas de acción-reacción.

a) En un número de circo, un perro de 12 kg de masa salta horizontalmente con una aceleración de $2,5 \text{ m s}^{-2}$ a los brazos de un payaso de 82 kg que se encuentra en reposo sobre unos patines. Calcula la aceleración del payaso.

b) En una salida desde los tacos de una carrera de 100 m, un atleta de 71 kg es capaz de generar una fuerza con los músculos de la pierna de 250 N. Calcula la aceleración en ese instante del atleta.

a) El perro ejerce una fuerza sobre el payaso de $F = ma = (12 \text{ kg})(2,5 \text{ m s}^{-2}) = 30 \text{ N}$

Aplicando el 2.º principio de la dinámica sobre el payaso: $30 \text{ N} = (82 \text{ kg})a \Rightarrow a = 0,37 \text{ m s}^{-2}$

El payaso realiza una fuerza sobre el perro de 30 N

b) Como $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{(250 \text{ N})}{(71 \text{ kg})} = 3,5 \text{ m s}^{-2}$

El taco ejerce una fuerza sobre el atleta de 250 N, que es la que hace que este se ponga en movimiento.

48. La velocidad de una cámara de televisión de 15 kg, instalada en la banda de un campo de fútbol, varía según la grafica adjunta. Calcula la fuerza resultante sobre ella en cada tramo.

Entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$, la velocidad es constante, por lo tanto la fuerza es nula: $F = 0 \text{ N}$.

Entre $t = 2 \text{ s}$ y $t = 5 \text{ s}$, la cámara va perdiendo velocidad, hasta que se para y así:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t} = \frac{(0 - 3) \text{ m s}^{-1}}{3 \text{ s}} = -1 \text{ m s}^{-2}$$

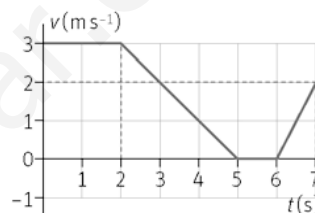
$$F = ma = (15 \text{ kg})(-1 \text{ m s}^{-2}) = -15 \text{ N}$$

Entre $t = 5 \text{ s}$ y $t = 6 \text{ s}$, la velocidad es constante, así que $F = 0 \text{ N}$.

Entre $t = 6 \text{ s}$ y $t = 7 \text{ s}$:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t} = \frac{(2 - 0) \text{ m s}^{-1}}{1 \text{ s}} = 2 \text{ m s}^{-2}$$

$$F = ma = (15 \text{ kg}) \cdot (2 \text{ m s}^{-2}) = 30 \text{ N}$$



Impulso y conservación de momento lineal

49. Un jugador de tenis, tras golpear con la raqueta a la pelota en un saque, puede conseguir que esta salga con una velocidad superior a 200 km h^{-1} . Si la masa de la pelota es de $0,060 \text{ kg}$ y el tiempo de contacto de la raqueta con la pelota es de $5,0 \text{ ms}$, calcula la fuerza media sobre la pelota, en uno de los saques más rápidos medidos a Rafa Nadal: 217 km h^{-1} .

En el SI, 217 km h^{-1} son aproximadamente 60 m s^{-1} .

Aplicando el teorema del Impulso: $F \Delta t = m \Delta v \Rightarrow F = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{(0,060 \text{ kg})(60 \text{ m s}^{-1})}{(5,0 \cdot 10^{-3} \text{ s})} = 7,2 \cdot 10^2 \text{ N}$

50. Sobre un objeto en reposo de masa m se aplica una fuerza de $2,5 \text{ N}$ durante $3,0 \text{ s}$. Sobre otro objeto de masa $2m$, se aplica una fuerza de $3,0 \text{ N}$ durante $3,5 \text{ s}$. ¿Cuál de los dos tendrá mayor velocidad al final?

Aplicando el teorema del impulso para cada situación,

$$F \Delta t = m \Delta v \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (2,5 \text{ N})(3,0 \text{ s}) = m v_1 \\ (3,0 \text{ N})(3,5 \text{ s}) = 2m v_2 \end{array} \right\}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{v_1}{2v_2} = \frac{7,5}{10,5} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 1,4 \text{ Tendrá mayor velocidad el que tiene menor masa}$$

51. En un banco de aire (no hay rozamiento) se impulsa primero un carrito de masa m , y posteriormente otro de masa $3m$, con la misma fuerza y durante el mismo instante de tiempo. Ambos recorren $0,80$ m.

a) ¿Qué carrito tardará más tiempo en recorrer dicha distancia?

b) ¿Qué carrito recibirá mayor impulso al final?

a) Aplicando el teorema del impulso, $F \Delta t = m \Delta v$ al ser iguales la F y el Δt , la velocidad será menor para el objeto de mayor masa. La masa $3m$ tardará más tiempo en recorrer dicha distancia.

b) Los dos reciben el mismo impulso ya que $I = F \Delta t$.

52. La imagen muestra un test de resistencia de un vehículo a una velocidad de 65 km h^{-1} .



a) Suponiendo que el coche tiene una masa de 1350 kg , calcula la fuerza media y el impulso medio que se ejerce sobre el coche en la colisión, si el tiempo de impacto es de $0,15 \text{ s}$.

b) Realiza los mismos cálculos, pero suponiendo que el coche rebota con una velocidad de $9,5 \text{ m s}^{-1}$.

a) Sabemos que 65 km h^{-1} son 18 m s^{-1} que $I = \Delta p$:

$$I = \Delta p = p_f - p_o = 0 - (1350 \text{ kg})(18 \text{ m s}^{-1}) = -2,4 \cdot 10^4 \text{ N s}$$

La fuerza media es: $F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{(-2,4 \cdot 10^4 \text{ N s})}{(0,15 \text{ s})} = -1,6 \cdot 10^5 \text{ N}$

b) En este caso $I = \Delta p = p_f - p_o = (1350 \text{ kg})(-9,5 \text{ m s}^{-1}) - (1350 \text{ kg})(18 \text{ m s}^{-1}) = -3,7 \cdot 10^4 \text{ N s}$

$$F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{(-3,7 \cdot 10^4 \text{ N s})}{(0,15 \text{ s})} = -2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$$

53. Una persona está en una barca y lanza un paquete de $5,5 \text{ kg}$ a una velocidad de $9,0 \text{ m s}^{-1}$. Calcula la velocidad de la barca inmediatamente después de lanzar el objeto, suponiendo que se encontraba en reposo. La masa del chico es de 45 kg y la de la barca de 80 kg (ignora el rozamiento con el agua).

Como no actúan fuerzas externas en el instante de lanzar el paquete, se conserva el momento lineal.

Inicialmente la barca con la persona están en reposo; por lo que el momento lineal inicial es nulo.

Después de lanzar el paquete tenemos dos momentos lineales, el del paquete y el de la barca

$$p_f = (5,5 \text{ kg}) \cdot (9,0 \text{ m s}^{-1}) + [(80 + 45) \text{ kg}]v$$

Como el momento lineal se conserva: $p_o = p_f = (5,5 \text{ kg})(9,0 \text{ m s}^{-1}) + [(80 + 45) \text{ kg}]v \Rightarrow v = -0,40 \text{ m s}^{-1}$

54. Un vagón de carga de masa $55 \cdot 10^3 \text{ kg}$ se mueve con una velocidad de $1,75 \text{ m s}^{-1}$ y se acopla a otro vagón de la misma masa que tiene una velocidad de $0,75 \text{ m s}^{-1}$ en la misma dirección y sentido. Calcula la velocidad que tendrán ambos vagones después de acoplarse.

Como los dos vagones se mueven juntos después de la colisión, el choque es inelástico. Como no hay fuerzas externas, se conserva el momento lineal: $p_o = p_f$.

$$(55 \cdot 10^3 \text{ kg})(1,75 \text{ m s}^{-1}) + (55 \cdot 10^3 \text{ kg})(0,75 \text{ m s}^{-1}) = 2(55 \cdot 10^3 \text{ kg})v \Rightarrow v = 1,25 \text{ m s}^{-1}$$

55. Por una carretera circulan un coche A de 2000 kg de masa a 108 km h⁻¹ y una camioneta B de 3500 kg de masa a 90 km h⁻¹. Tras colisionar, ambos vehículos quedan unidos.

- ¿Qué magnitud física se conservará y con qué velocidad se moverán después de la colisión si los vehículos chocan frontalmente?
- ¿Y si el coche alcanza por detrás a la camioneta?
- Realiza los mismos cálculos suponiendo que ambos coches vienen por carreteras perpendiculares.

108 km h⁻¹ son 30 m s⁻¹ y 90 km h⁻¹ son 25 m s⁻¹

- Se conserva el momento lineal o cantidad de movimiento. Como tras la colisión los dos vehículos quedan unidos, el choque es inelástico. Dado que la colisión tiene lugar en una dimensión se puede prescindir del uso de notación vectorial.

$$p_0 = p_f \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \cdot 10^3 \text{ kg})(30 \text{ m s}^{-1}) + (3,5 \cdot 10^3 \text{ kg})(-25 \text{ m s}^{-1})}{(2,0 \cdot 10^3 + 3,5 \cdot 10^3) \text{ kg}} = -5,0 \text{ m s}^{-1}$$

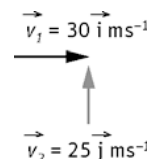
- En este caso las dos velocidades tiene la misma dirección y sentido

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \cdot 10^3 \text{ kg})(30 \text{ m s}^{-1}) + (3,5 \cdot 10^3 \text{ kg})(25 \text{ m s}^{-1})}{(2,0 \cdot 10^3 + 3,5 \cdot 10^3) \text{ kg}} = 27 \text{ m s}^{-1}$$

- En este caso el choque se produce en dos dimensiones: $\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2,0 \cdot 10^3 \text{ kg})(30 \vec{i} \text{ m s}^{-1}) + (3,5 \cdot 10^3 \text{ kg})(25 \vec{j} \text{ m s}^{-1})}{(2,0 \cdot 10^3 + 3,5 \cdot 10^3) \text{ kg}} = (11 \vec{i} + 16 \vec{j}) \text{ m s}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{11^2 + 16^2} = 19 \text{ m s}^{-1}$$



56. Calcula el modulo del momento angular de un objeto de 10³ kg de masa respecto al centro de la Tierra en estos casos:

- Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de 10 km s⁻¹.
- Realiza una órbita circular alrededor de la Tierra en un plano ecuatorial de radio 6,97 · 10⁶ m con una velocidad de 7,6 · 10³ m s⁻¹.

- $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ En este caso \vec{r} es paralela a \vec{p} , por lo tanto el momento angular vale 0 kg m² s⁻¹; ya que el sen 0° es nulo.

- Ahora el ángulo que forman los vectores velocidad y de posición es de 90°, siendo sen 90° = 1:

$$|\vec{L}| = r p = r m v = (10^3 \text{ kg})(6,97 \cdot 10^6 \text{ m})(7,6 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}) = 5,3 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

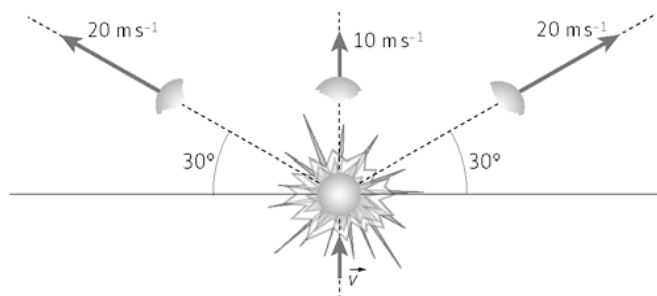
57. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- Cuando un objeto gira respecto de un punto describiendo un movimiento circular uniforme se conservan el momento lineal y el momento angular.
- El momento de una fuerza y el momento angular son magnitudes vectoriales. El impulso mecánico y el momento lineal son magnitudes escalares.

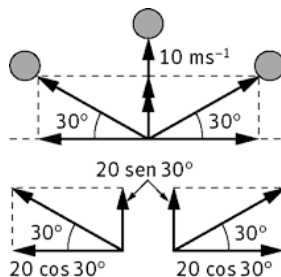
- La afirmación es falsa. El momento lineal no se conserva debido a que cambia la dirección del vector velocidad. El momento angular si permanece constante ya que la fuerza que actúa sobre el objeto tiene la misma dirección que el vector posición.

- Falsa. Las cuatro magnitudes son vectoriales.

58. Un objeto de 3,0 kg de masa es lanzado verticalmente hacia arriba con una determinada velocidad inicial. A los tres segundos de iniciado su movimiento explota, dividiéndose en tres fragmentos iguales, tal como se indica en la figura. Determina la velocidad con la que se lanzó el objeto.



En el momento de la explosión se mantiene constante la cantidad de movimiento. Eligiendo el sistema de ejes cartesiano, la conservación del momento lineal se escribiría:



$$\text{Eje X: } (1 \text{ kg})(-20 \text{ m s}^{-1}) \cos 30^\circ + 0 + (1 \text{ kg})(20 \text{ m s}^{-1}) \cos 30^\circ = 0$$

$$\text{Eje Y: } (1 \text{ kg})(-20 \text{ m s}^{-1}) \sin 30^\circ + (1 \text{ kg})(10 \text{ m s}^{-1}) + (1 \text{ kg})(20 \text{ m s}^{-1}) \sin 30^\circ = 30 \text{ kg m s}^{-1} \Rightarrow v_y = 10 \text{ m s}^{-1}$$

Por tanto, $v_y = v = 10 \text{ m s}^{-1}$ es la velocidad que tiene el objeto en el momento de la explosión. Para obtener la que llevaba cuando se lanzó, es decir, 3 s antes se sustituye en la ecuación del *mrva*:

$$v = v_0 - g t \Rightarrow v_0 = v + g t = 10 \text{ m s}^{-1} + (9,8 \text{ m s}^{-2})(3 \text{ s}) = 39 \text{ m s}^{-1}$$

58. Actividad smSaviadigital.com RESUELVE

La física en el parque de atracciones

1. En la lectura anterior, identifica situaciones donde se cumplan el primer principio de la dinámica, el segundo principio y el tercer principio.

Primer principio: Cuando suben con movimiento uniforme, la suma de las fuerzas sobre ellos es cero.

Segundo principio: durante la caída libre, la fuerza gravitatoria (el peso) acelera a las personas.

Tercer principio: Cuando el pasajero está sentado subiendo, la fuerza sobre el asiento es igual a la reacción normal que el asiento ejerce sobre él.

2. ¿Por qué los viajeros se aprietan sobre el asiento cuando este comienza a frenar? ¿Qué principio de la dinámica explica este hecho?

Debido a su inercia. Es explicado por el primer principio.

3. Con los datos técnicos, calcula la aceleración de frenado (supón que es constante) y la fuerza neta que experimenta la persona en ese tiempo. ¿Hacia dónde va dirigida?

La velocidad inicial cuando empieza a frenar es $81 \text{ km h}^{-1} = 23 \text{ m s}^{-1}$

Como frena en 20 m, su aceleración de frenado es: $a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2e} = \frac{0^2 - 23^2}{2 \cdot 20} = -13 \text{ ms}^{-2}$

Va dirigida hacia arriba.

4. Suponiendo que el cuerpo humano puede soportar una aceleración máxima de $3g \text{ m s}^{-2}$, ¿cuál sería la distancia mínima de frenado para no sobrepasar ese valor?

$$e = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 23^2}{2 \cdot 3 \cdot (-9,8)} = 9,0 \text{ m}$$

Autoevaluación

1. Se aplica la misma fuerza a dos muelles, A y B, cuyas constantes elásticas son $k_A = 10 \text{ N m}^{-1}$ y $k_B = 20 \text{ N m}^{-1}$.
 - a) A se estira el doble que B.
 - b) B se estira el doble que A.
 - c) Ambos se estiran igual.
 - d) Faltan datos para responder.

a

2. Dos personas llevan una pértiga de 2,4 m apoyada sobre sus hombros. De ella cuelga un caldero con agua, de tal manera que una de las personas recibe el doble de peso que la otra. ¿A qué distancia de la persona que lleva menos peso se encuentra el caldero?
 - a) 1,6 m
 - b) 0,80 m
 - c) 0,40 m
 - d) 1,2 m

a

3. Sobre un objeto de 4,0 kg de masa se aplica una fuerza y este adquiere una aceleración de $0,4 \text{ m s}^{-2}$. Si sobre un segundo objeto se aplica la misma fuerza, la aceleración es de $0,2 \text{ m s}^{-2}$. ¿Cuál es la masa del segundo objeto?
 - a) 4,0 kg
 - b) 2,0 kg
 - c) 8,0 kg
 - d) 6,0 kg

c

4. Un objeto de 4 kg de masa que lleva una velocidad de 3 m s^{-1} , recibe una fuerza de 6 N durante 2 s. Su velocidad final:
 - a) Puede ser 0 m s^{-1}
 - b) Puede ser 7 m s^{-1} .
 - c) Puede ser 12 m s^{-1} .
 - d) No puede ser 3 m s^{-1} .

d

5. Indica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.
 - a) Sobre un objeto que se mueve con velocidad constante no actúa ninguna fuerza.
 - b) Un balón de baloncesto en movimiento posee momento lineal y fuerza
 - c) Un satélite ambiental, en su órbita circular alrededor de la Tierra, varía su momento angular respecto al centro de la misma.
 - d) Un pez nada hacia otro más pequeño que se encuentra en reposo. Si se lo come, su velocidad disminuye.
 - a) Falsa
 - b) Falsa
 - c) Falso
 - d) Verdadera

6. Un chico de 66 kg y una chica de 44 kg están de pie juntos en una pista de hielo. Después de empujarse el uno al otro, el chico se aleja con una velocidad de $0,60 \text{ m s}^{-1}$ respecto al suelo. Después de 4,0 s ambos se encuentran a:
 - a) 3,6 m
 - b) 2,4 m
 - c) 1,2 m
 - d) 6,0 m

d