

9 Estudio de los movimientos

ACTIVIDADES

1. Un móvil, que posee un *mru*, tiene una velocidad de $3,0 \text{ m s}^{-1}$ y se encuentra en la posición $x = 27,0 \text{ m}$ en el instante $t = 8,0 \text{ s}$. Indica la posición inicial del móvil.

La ecuación del *mru* es: $x = x_0 + vt$

Sustituyendo los datos del enunciado: $27,0 \text{ m} = x_0 + (3,0 \text{ m s}^{-1}) \cdot (8,0 \text{ s})$, de donde $x_0 = 3,0 \text{ m}$

2. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones.

a) Un móvil con movimiento uniforme no puede tener aceleración.

b) Un móvil con movimiento rectilíneo uniforme no puede tener aceleración.

a) Falsa. Un movimiento uniforme es aquel en el que la aceleración tangencial no varía, es decir, el módulo de la velocidad permanece constante. Sin embargo, sí puede tener aceleración normal, si varía la dirección de la velocidad, como ocurre en el movimiento circular uniforme.

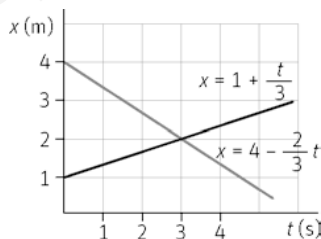
b) Verdadera. Al ser rectilíneo la aceleración normal es cero y al ser uniforme la aceleración tangencial también es cero.

3. Una persona camina por la playa con los pies descalzos y nota que la arena está muy caliente. En ese momento se genera un impulso nervioso en el pie que viaja a través del sistema nervioso a una velocidad promedio de 110 m s^{-1} . ¿Cuánto tiempo tarda el impulso en llegar a la médula si recorre una distancia de $1,0 \text{ m}$?

El movimiento es rectilíneo y uniforme. Tomando posición y tiempo iniciales nulos: $x = vt$

$$t = \frac{x}{v} = \frac{(1,0 \text{ m})}{(110 \text{ m s}^{-1})} = 9,1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

4. La siguiente gráfica muestra las ecuaciones de dos móviles con *mru* de sentidos contrarios. Deduce cuándo se encuentran los móviles y el punto de encuentro.



Para deducir cuándo se encuentran basta con igualar las ecuaciones de su movimiento. Así:

$$1 + \frac{t}{3} = 4 - \frac{2}{3}t \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

Sustituyendo el tiempo en la ecuación del movimiento de cualquiera de los dos móviles se obtiene el punto de encuentro.

$$x = 1 + \frac{t}{3} = 1 + \frac{3}{3} = 2 \text{ m}$$

5. El ventrículo izquierdo del corazón lleva sangre desde el reposo hasta una velocidad de $26,0 \text{ cm s}^{-1}$.

a) Calcula la aceleración que experimenta la sangre sabiendo que se ha desplazado $2,0 \text{ cm}$.

b) ¿Cuánto tiempo tarda la sangre en alcanzar esa velocidad?

a) $v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{v_f^2}{2\Delta x} = \frac{(26,0 \text{ cm s}^{-1})^2}{2 \cdot (2,0 \text{ cm})} = 1,7 \cdot 10^2 \text{ cm s}^{-2}$

b) Empleando la ecuación de la velocidad del *mrva*: $v_f = v_0 + at$; se obtiene el valor del tiempo

$$v_f = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v_f}{a} = \frac{(26,0 \text{ cm s}^{-1})}{(1,7 \cdot 10^2 \text{ cm s}^{-2})} = 0,15 \text{ s}$$

6. Dos móviles, A y B, cubren 460 m de distancia en línea recta en 210 s . El móvil A hace el recorrido a velocidad constante mientras que el B parte del reposo y mantiene una aceleración constante.

a) Determina la velocidad del móvil A.

b) Calcula la velocidad final y la aceleración de B.

a) Al ser la velocidad constante: $v_A = \frac{(460 \text{ m})}{(210 \text{ s})} = 2,2 \text{ m s}^{-1}$

b) Sustituyendo valores en la ecuación de la velocidad media: $v_m = \frac{v_0 + v_f}{2}$; se obtiene la velocidad final.

$$(2,2 \text{ m s}^{-1}) = \frac{0 + v_f}{2} \Rightarrow v_f = 4,4 \text{ m s}^{-1}$$

La aceleración se obtiene a través de la ecuación de la velocidad, siendo la velocidad inicial cero: $v_f = at$

$$a = \frac{v_f}{t} = \frac{(4,4 \text{ m s}^{-1})}{(210 \text{ s})} = 0,021 \text{ m s}^{-2}$$

7. Un móvil que parte con velocidad inicial de $2,0 \text{ m s}^{-1}$ y una aceleración constante de $4,0 \text{ m s}^{-2}$, recorre 325 m .

a) Calcula la velocidad final que alcanza.

b) Determina el tiempo empleado en alcanzarla.

a) Como se trata de un *mrva*:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_f = \sqrt{(2,0 \text{ m s}^{-1})^2 + 2 \cdot (4,0 \text{ m s}^{-2})(325 \text{ m})} = 51 \text{ m s}^{-1}$$

b) Se calcula el tiempo a través de la ecuación de la velocidad: $v_f = v_0 + at$

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{(51 - 2,0) \text{ m s}^{-1}}{(4,0 \text{ m s}^{-2})} = 12 \text{ s}$$

8. Un tren, inicialmente en reposo en una estación, se pone en marcha con aceleración constante de $1,0 \text{ m s}^{-2}$.

a) ¿En cuánto tiempo alcanza una velocidad de 32 m s^{-1} ?

b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

a) Despejando en la ecuación de la velocidad: $v_f = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{(32 \text{ m s}^{-1})}{(1,0 \text{ m s}^{-2})} = 32 \text{ s}$

b) Suponiendo que se mueve en la dirección x: $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} (1,0 \text{ m s}^{-2})(32 \text{ s})^2 = 5,1 \cdot 10^2 \text{ m}$

9. Una manzana se desprende de un árbol y tarda 0,70 s en llegar al suelo. ¿A qué altura se encontraba la manzana? ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

Es una caída libre. Para un observador situado en el suelo y teniendo en cuenta que es un *mrva*, con velocidad inicial nula, aceleración la gravedad y en este caso, posición final también nula; se tiene la siguiente ecuación:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}(9,8 \text{ ms}^{-2})(0,70 \text{ s})^2 = 2,4 \text{ m}$$

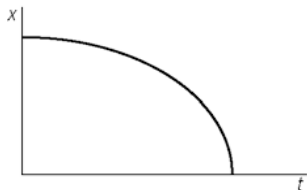
$$v_f = v_0 - gt = 0 - (9,8 \text{ ms}^{-2})(0,70 \text{ s}) = -6,9 \text{ ms}^{-1}$$

10. Analiza la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

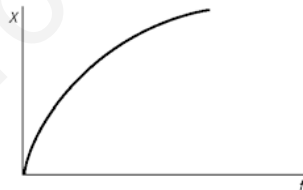
- Si se lanzan dos objetos desde una cierta altura con igual velocidad, uno hacia arriba y otro hacia abajo, los dos llegan al suelo con la misma velocidad.
- En la caída libre el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales.
- Un objeto lanzado hacia arriba y otro lanzado hacia abajo experimentan distinta aceleración que un objeto que se deja caer desde el reposo.
- Verdadera. El objeto que sube, cuando vuelve a pasar por la posición de lanzamiento, tiene la misma velocidad con la que se lanzó, pero de signo contrario. Esta velocidad coincide con la de lanzamiento del segundo objeto.
- Falsa. En una caída libre el móvil tiene aceleración, por lo tanto no puede recorrer espacios iguales en tiempos iguales. Sin embargo, su velocidad experimenta cambios iguales en tiempos iguales.
- Falsa. Los dos objetos experimentan la misma aceleración, $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.

11. Interpreta las gráficas siguientes, emparejando una gráfica posición-tiempo con la gráfica velocidad-tiempo correspondiente.

a)



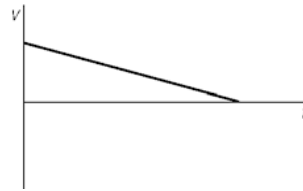
c)



b)



d)



Ambas gráficas $x-t$ representan el movimiento de un móvil con *mrva* (la curva es una parábola). En ambas la parábola está abierta hacia abajo, por lo tanto, la aceleración es negativa.

La gráfica a) tiene una pendiente negativa en todos sus puntos, por tanto la velocidad es negativa, y se va haciendo cada vez mayor (más pendiente) pero en valor absoluto, por tanto disminuye la velocidad. A esta le corresponde la gráfica b).

La gráfica c) tiene una pendiente positiva en todos sus puntos, por tanto la velocidad es positiva. Se corresponde con la gráfica d).

12. Dos amigos deciden comprobar lo estudiado en este epígrafe y, para ello, montan en un tándem. Cuando van a una velocidad constante (y pequeña para minimizar la acción del aire) uno de ellos lanza verticalmente hacia arriba una pelota de tenis. ¿Caerá de nuevo en su mano, delante o detrás? ¿Qué trayectoria verá un tercer amigo que observa en reposo el experimento?

La pelota cae sobre la mano, ya que tanto la pelota como el tándem se mueven con la misma velocidad.

El tercer amigo vería una trayectoria parabólica. La pelota posee dos velocidades, una en el eje X (v_x), la del tándem; la otra en el eje Y (v_y) que es la del lanzamiento vertical.

13. Una maleta descansa sobre la cinta transportadora de un aeropuerto. Describe cómo ve su movimiento:

- a) Un pasajero parado en la misma cinta.
- b) Un pasajero en una cinta paralela que se mueve en sentido contrario.
- c) Un pasajero fuera de la cinta.

- a) Ve la maleta en reposo. Ambos se mueven con la misma velocidad.
- b) Observa cómo la maleta se aleja con una velocidad que es la suma de las velocidades de las dos cintas.
- c) Al estar fuera y en reposo, ve alejarse la maleta con velocidad constante (la de la cinta).

14. Dos amigos que caminan con velocidad de $1,5 \text{ m s}^{-1}$ llegan al inicio de una cinta transportadora. Uno sigue caminando por el pasillo y el otro entra en la cinta y comienza a caminar con una velocidad de $0,50 \text{ m s}^{-1}$. ¿A qué velocidad debe moverse la cinta para que ambos puedan seguir hablando?

Ambos llevan *mru* y en la misma dirección.

La posición en cada instante del que camina fuera de la cinta es: $x_1 = (1,5 \text{ m s}^{-1})t$

La posición del que camina sobre la cinta es: $x_2 = (0,5 \text{ m s}^{-1} + v_c)t$

Para seguir hablando, ambos deben estar en la misma posición. Igualando las posiciones: $x_1 = x_2$ se obtiene un valor de la velocidad de la cinta (v_c) de $1,0 \text{ m s}^{-1}$.

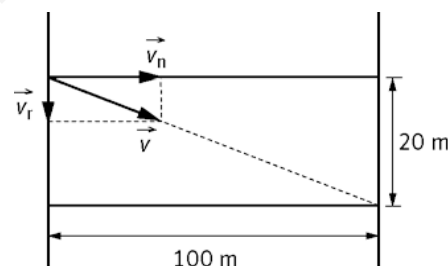
15. Una nadadora quiere cruzar un río de 100 m de anchura en dirección perpendicular a la corriente, pero llega a un punto de la orilla opuesta 20,0 m aguas abajo. Calcula la velocidad de la corriente si ella va a $2,0 \text{ m s}^{-1}$.

Aplicando el principio de independencia, $x = v_n t$

$$t = \frac{x}{v_n} = \frac{(100 \text{ m})}{(2,0 \text{ m s}^{-1})} = 50,0 \text{ s}$$

Si se ha desplazado 20,0 m aguas abajo:

$$(20,0 \text{ m}) = v_r \cdot (50,0 \text{ s}) \Rightarrow v_r = 0,40 \text{ m s}^{-1}$$



16. Un avión ultraligero vuela a $80,0 \text{ km h}^{-1}$ respecto del viento. ¿Cuál es su velocidad respecto al suelo?

- a) Si hay un viento de frente de $20,0 \text{ km h}^{-1}$.
- b) Si hay un viento lateral (perpendicular) de $35,5 \text{ km h}^{-1}$.

a) Al ser el viento frontal la velocidad real del avión será la diferencia entre ambas; esto es $60,0 \text{ km h}^{-1}$.

b) En este caso el vector velocidad es: $\vec{v} = (80,0 \vec{i} + 35,5 \vec{j}) \text{ km h}^{-1}$

Y su módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{(80,0 \text{ km h}^{-1})^2 + (35,5 \text{ km h}^{-1})^2} = 87,5 \text{ km h}^{-1}$

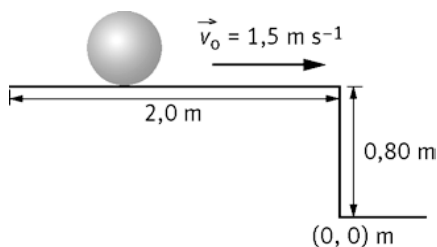
17. El copiloto de un descapotable, que se mueve con velocidad constante, lanza verticalmente hacia arriba una pelota.

Indica razonadamente si caerá detrás, delante o de nuevo en su mano.

Nota: Se prescinde del rozamiento con el aire.

En la dirección de la carretera, la pelota y el coche se mueven con la misma velocidad, por lo tanto, la pelota caerá en la mano.

18. Una canica rueda con una velocidad de $1,5 \text{ m s}^{-1}$ por una mesa de $2,0 \text{ m}$ de longitud y $0,8 \text{ m}$ de altura, y al llegar al borde cae al suelo. Sabiendo que se mide desde que empieza a rodar.
- ¿Cuánto tarda desde el borde hasta el suelo?
 - ¿Cuál es la coordenada x del punto de impacto?
- a) La canica al llegar al borde posee una velocidad horizontal: $v_0 = 1,5 \text{ m s}^{-1}$



Se calcula el tiempo de vuelo (cuando la canica llega al suelo $y = 0$).

Sabiendo que la misma posee un movimiento de caída libre:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = (0,80 \text{ m}) - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 0,40 \text{ s}$$

- b) La posición respecto del momento que comienza a rodar es:

$$x = x_0 + v_0t = (2,0 \text{ m}) + (1,5 \text{ m s}^{-1})(0,40 \text{ s}) = 2,6 \text{ m}$$

19. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

- En un lanzamiento oblicuo el vector aceleración siempre es perpendicular al vector velocidad.
 - En un lanzamiento oblicuo la componente y de la velocidad siempre es positiva.
- a) Falso. La aceleración siempre va dirigida hacia abajo y el vector velocidad cambia continuamente de dirección a lo largo de toda la trayectoria. Sólo son perpendiculares en el punto de altura máxima.
- b) Falso. La componente y de la velocidad es positiva cuando el móvil sube y negativa después de alcanzar la altura máxima.

20. Desde la terraza de un edificio de $25,0 \text{ m}$ de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad inicial de $50,0 \text{ m s}^{-1}$. Determina el vector velocidad y su vector posición en función del tiempo y calcula a qué distancia del edificio chocará contra el suelo.

Es un lanzamiento horizontal.

El vector velocidad se obtiene a través de sus coordenadas cartesianas:

$$\left. \begin{array}{l} v_x = 50,0 \text{ m s}^{-1} \\ v_y = -gt = (9,81 \text{ m s}^{-2})t \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{v} = (v_x\vec{i} + v_y\vec{j}) = (50,0\vec{i} + 9,81t\vec{j}) \text{ m s}^{-1}$$

De igual modo, el vector posición es: $\vec{r} = (x\vec{i} + y\vec{j})$

$$\left. \begin{array}{l} x = v_0t = 50,0t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 25,0 - 4,91t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{r} = [50,0t\vec{i} + (25,0 - 4,91t^2)\vec{j}] \text{ m}$$

Para determinar a qué distancia del edificio choca, se calcula el tiempo de vuelo:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = (25,0 \text{ m}) - \frac{1}{2}(9,81 \text{ m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 2,26 \text{ s}$$

Que llevado al eje X proporciona el alcance es:

$$x = v_0t = (50,0 \text{ m s}^{-1})(2,26 \text{ s}) = 113 \text{ m}$$

21. **Determina la velocidad con la que debe comenzar a subir un saltador de pértiga, si el listón se encuentra a 5,42 m e inicia el salto formando un ángulo de 45° con la horizontal.**

El pertiguista debe realizar el salto de tal manera que pase el listón en el punto de altura máxima.

La velocidad inicial en el eje Y es:

$$v_{0y} = v_0 \sen 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0$$

Sabemos que en la dirección vertical el movimiento es *mrva*: $v_{fy}^2 - v_{0y}^2 = 2a\Delta y$; donde la aceleración es la de la gravedad y en el punto de altura máxima la velocidad es nula. Sustituyendo los datos en la ecuación superior:

$$0 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \right)^2 = 2 \cdot (9,81 \text{ m s}^{-2}) (5,42 \text{ m})$$

Lo que proporciona un valor de la velocidad inicial de $14,6 \text{ m s}^{-1}$

22. **Un saltador de altura quiere superar el listón situado a 2,26 m de altura. Para ello bate con una velocidad de $5,00 \text{ m s}^{-1}$ y un ángulo de 74,5°. Si su centro de gravedad se encuentra a 1,12 m del suelo, ¿logrará saltar dicha altura?**

El saltador pasa el listón en el punto de altura máxima. Se calcula el tiempo que tarda en llegar a dicho punto.

$$v_{fy} = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = (5,00 \text{ m s}^{-1}) \sen 74,5^\circ - (9,81 \text{ m s}^{-2}) t \Rightarrow t = 0,491 \text{ s}$$

Se determina la altura teniendo en cuenta que $y_0 = 1,12 \text{ m}$.

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (1,12 \text{ m}) + (5,00 \text{ m s}^{-1}) \sen 74,5^\circ (0,491 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,81 \text{ m s}^{-2})(0,491 \text{ s})^2 = 2,30 \text{ m}$$

Como 2,30 m es mayor que 2,26 m, si logra su objetivo.

23. **Una persona desde un acantilado lanza dos piedras con la misma velocidad inicial, una hacia abajo con un ángulo α con la horizontal y la otra hacia arriba con el mismo ángulo. Calcula la relación entre sus velocidades cuando golpean el agua.**

La piedra que se ha lanzada hacia arriba, cuando baja y pasa por la horizontal de lanzamiento, tiene la misma velocidad y forma el mismo ángulo que la piedra lanzada hacia abajo, por tanto, al impactar en el agua las dos velocidades son iguales.

24. **Un hámster recorre un laberinto circular. Cuando se encuentra en una parte cuyo radio es 1,20 m, describe un ángulo de 90,0° en 2,20 s. Determina las velocidades, lineal y angular del ratón.**

El ángulo descrito por el hámster en el SI es:

$$90,0^\circ \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

La velocidad angular:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}{2,20 \text{ s}} = 0,714 \text{ rad s}^{-1}$$

La velocidad lineal se obtiene:

$$v = \omega R = (0,714 \text{ rad s}^{-1})(1,20 \text{ m}) = 0,857 \text{ m s}^{-1}$$

25. Un ventilador gira con una velocidad angular de 22 vueltas por segundo.

- Calcula la velocidad lineal del extremo de una de sus aspas, que describe una circunferencia de 15 cm de radio.
- Determina su aceleración normal.
- ¿Qué longitud habrá recorrido ese punto en 2 horas de funcionamiento?

a) En el SI la velocidad angular es: $22 \text{ vuelta s}^{-1} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 44\pi \text{ rad s}^{-1}$

Llevando este valor a la ecuación que relaciona la velocidad lineal con la angular:

$$v = \omega R = (44\pi \text{ rad s}^{-1})(0,15 \text{ m}) = 21 \text{ m s}^{-1}$$

b) La aceleración normal es: $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(21 \text{ m s}^{-1})^2}{(0,15 \text{ m})} = 2,9 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-2}$

- c) Dos horas se corresponden con 7200 s. El arco recorrido es:

$$s = v t = (21 \text{ m s}^{-1})(2 \text{ h})(7200 \text{ s}) = 1,5 \cdot 10^5 \text{ m}$$

26. Se suelta un yo-yo que pasa de no girar a hacerlo a 3,2 vueltas por segundo en los 2,2 s que tarda en bajar.

- Calcula su aceleración angular.
- ¿Cuántas vueltas ha dado en el primer segundo?

a) Sabiendo que: $3,2 \text{ vuelta s}^{-1} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 6,4\pi \text{ rad s}^{-1}$

Al ser el movimiento circular uniformemente acelerado:

$$\omega_t = \omega_0 + \alpha t$$

Como parte del reposo: $\alpha = \frac{\omega_t}{t} = \frac{(6,4\pi \text{ rad s}^{-1})}{(2,2 \text{ s})} = 2,9\pi \text{ rad s}^{-2}$

- b) La aceleración angular es la calculada en el apartado anterior. El ángulo recorrido al ser también el ángulo inicial nulo, es:

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} (2,9\pi \text{ rad s}^{-2})(1 \text{ s})^2 = 1,45\pi \text{ rad}$$

Por lo que, el número de vueltas es: $1,45\pi \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0,73 \text{ vueltas}$

27. El cigüeñal de un coche gira a 3500 rpm. Comienza a frenar a razón de 20 rad s⁻² hasta pararse.

- Calcula el tiempo que tarda en parar.
- Determina las vueltas que da hasta parar.

- a) Dado que 3500 rpm son $117\pi \text{ rad s}^{-1}$ y que se trata de un *mcua* con velocidad angular final nula:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \Rightarrow t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{(0 - 117\pi \text{ rad s}^{-1})}{(-20 \text{ rad s}^{-2})} = 18 \text{ s}$$

- b) El ángulo recorrido:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = (117\pi \text{ rad s}^{-1})(18 \text{ s}) - \frac{1}{2} \cdot (20 \text{ rad s}^{-2})(18 \text{ s})^2 = 3376 \text{ rad}$$

Con lo que el número de vueltas es: $5,4 \cdot 10^2 \text{ vueltas}$.

Movimientos rectilíneos

28. Un chico que va en su bicicleta con una velocidad constante de 14 km h^{-1} en una calle rectilínea sigue a otro compañero, que corre en el mismo sentido, a $5,0 \text{ km h}^{-1}$, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban separados 100 m , calcula:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La distancia que recorrió cada uno.

- a) En el SI las velocidades son: $14 \text{ km h}^{-1} = 3,9 \text{ m s}^{-1}$ y $5 \text{ km h}^{-1} = 1,4 \text{ m s}^{-1}$

La posición en cualquier instante para el ciclista es $x = (3,9 \text{ m s}^{-1}) t$ y la del compañero $x = 100 \text{ m} + (1,4 \text{ m s}^{-1}) t$

Igualando ambas expresiones se calcula el tiempo que tardan en encontrarse:

$$(3,9 \text{ m s}^{-1}) t = 100 \text{ m} + (1,4 \text{ m s}^{-1}) t \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

- b) Sustituyendo el tiempo: $x = (3,9 \text{ m s}^{-1}) \cdot (40 \text{ s}) = 156 \text{ m}$ y el Segundo ciclista avanzó: $156 \text{ m} - 100 \text{ m} = 56 \text{ m}$

29. Un vehículo recorre la distancia entre la ciudad A y la ciudad B con un *mr* de velocidad 60 km h^{-1} y vuelve desde B hasta la ciudad A con otro *mr* de velocidad 40 km h^{-1} . Calcula la velocidad media del vehículo en el trayecto.

En el viaje de ida el espacio recorrido es $x = (60 \text{ km h}^{-1}) t_1$

En el viaje de vuelta recorre el mismo espacio, así $x = (40 \text{ km h}^{-1}) t_2$

La velocidad media es el cociente entre el espacio recorrido ($2x$ en nuestro caso) y el tiempo empleado en recorrerlo.

$$v_m = \frac{e}{t_1 + t_2} = \frac{2x}{\frac{x}{60} + \frac{x}{40}} = 48 \text{ km h}^{-1}$$

30. En carretera y en ciudad la Dirección General de Tráfico recomienda dejar una distancia de seguridad entre dos coches en función de la velocidad, para compensar el tiempo de reacción y poder frenar ante paradas repentinas del coche de delante.

El tiempo de reacción del conductor se encuentra generalmente entre $0,30 \text{ s}$ y $1,0 \text{ s}$ y la aceleración del frenado de los automóviles está entre $5,0 \text{ m s}^{-2}$ y $8,0 \text{ m s}^{-2}$. Suponiendo que el coche en el que viajas puede frenar con una aceleración de $6,0 \text{ m s}^{-2}$ y que el conductor tiene un tiempo de reacción de $0,50 \text{ s}$, determina la distancia de seguridad para una velocidad inicial de 50 km h^{-1} .

La velocidad inicial de 50 km h^{-1} equivale a 14 m s^{-1}

El conductor en el tiempo de reacción recorre una distancia: $x_0 = v t$

Aplicando la ecuación: $v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$, se tiene:

$$x = x_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = (14 \text{ m s}^{-1})(0,5 \text{ s}) + \frac{(-14 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \cdot (-6 \text{ m s}^{-2})} = 23 \text{ m}$$

31. Los camaleones son capaces de extender su lengua a grandes distancias con rapidez para atrapar mosquitos. En un ataque típico, la lengua se acelera a 269 m s^{-2} durante 20 ms y luego viaja a una velocidad constante durante otros 30 ms . ¿Qué distancia alcanza la lengua?

El primer tramo es un *mr*.

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot (269 \text{ m s}^{-2}) (0,02 \text{ s})^2 = 0,054 \text{ m}$$

En el segundo tramo describe un *mr*. La velocidad en todo este tramo será la que lleva los 20 ms .

$$v_f = v_0 + a t = (269 \text{ m s}^{-2}) (0,02 \text{ s}) = 5,38 \text{ m s}^{-1}$$

Por lo tanto, $x_2 = v t = (5,38 \text{ m s}^{-1}) (0,03 \text{ s}) = 0,161 \text{ m}$

La distancia que alcanza la lengua es la suma de ambas: $x = x_1 + x_2 = 0,22 \text{ m}$

32. Un atleta de 10 000 m necesita realizar una marca por debajo de 30,0 minutos para clasificarse para un campeonato del mundo. Cuando lleva 27,0 minutos le quedan por correr 1100 m. El corredor puede acelerar a $0,22 \text{ m s}^{-2}$. ¿Durante cuántos segundos debe aplicar esta aceleración para poder conseguir la marca buscada?

Si le quedan por recorrer 1100 m, significa que ha recorrido 8900 m. Así, su velocidad media en la primera parte de la carrera es:

$$v_m = \frac{8900 \text{ m}}{(27,0 \text{ min}) \left(60 \frac{\text{s}}{\text{min}}\right)} = 5,49 \text{ m s}^{-1}$$

Al atleta le quedan 1100 m y los debe completar en tres minutos. Esto lo hace en dos etapas. En la primera, su velocidad pasa de $5,49 \text{ m s}^{-1}$ a la velocidad necesaria para alcanzar su marca. En la segunda, mantiene esta velocidad constante. Así: $(1100 \text{ m}) = d_1 + d_2$

Donde: $d_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ y $d_2 = v(180 - t)$; siendo la velocidad: $v = v_0 + at$

Sustituyendo en la ecuación de las distancias, se obtiene una ecuación de segundo grado respecto al tiempo:

$$1100 = d_1 + d_2 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + (v_0 + at)(180 - t)$$

$$1100 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + 180v_0 - v_0 t + 180at - at^2 \Rightarrow 1100 = 180v_0 + 180at^2$$

Siendo la velocidad inicial de $5,49 \text{ m s}^{-1}$ y la aceleración de $0,22 \text{ m s}^{-2}$, se obtienen dos valores del tiempo: el primero de 357 s y el segundo de 3,1 s, que no es válido al ser menor de 180 s.

33. En una prueba en un laboratorio donde testan vehículos, lanzan un vehículo a 108 km h^{-1} frontalmente contra un obstáculo. Si el coche se comprime 1,0 m, calcula la aceleración a la que se ve sometido el vehículo y en qué tiempo como máximo debería inflarse el airbag.

La velocidad inicial del vehículo de valor 108 km h^{-1} en el SI toma un valor de 30 m s^{-1} . Mientras que la velocidad final vale cero.

Al ser un *mrva*, se calcula la aceleración a través de la ecuación: $v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{0 - (30 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \cdot (1,0 \text{ m})} = -450 \text{ m s}^{-2}$$

Para calcular el tiempo: $v_f = v_0 + at$

$$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{-(30 \text{ m s}^{-1})}{(-450 \text{ m s}^{-2})} = 0,067 \text{ s}$$

Observa que la aceleración es aproximadamente 10 veces la de la gravedad; por lo que el golpe, sin el airbag, podría ser mortal.

34. Un automóvil viaja en línea recta por una carretera a una velocidad de $79,2 \text{ km h}^{-1}$. En el instante en que rebasa un aviso de stop, comienza a frenar con una aceleración de módulo $2,90 \text{ m s}^{-2}$.

- a) ¿Cuál es el módulo de la velocidad del automóvil 30,0 m después del aviso?
 b) Si el automóvil continua frenando, determina si ha cometido o no una imprudencia grave, sabiendo que el aviso de stop se encuentra a 70 m de la señal.
 a) La velocidad inicial de $79,2 \text{ km h}^{-1}$ toma un valor de $22,0 \text{ m s}^{-1}$. Al ser un *mrva* y la posición inicial cero; a partir de la siguiente ecuación se calcula el tiempo.

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow (30 \text{ m s}^{-1}) = (22,0 \text{ m s}^{-1})t + \frac{1}{2} (-2,90 \text{ m s}^{-2})t^2$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se obtienen dos valores del tiempo: $t_1 = 1,51 \text{ s}$ y $t_2 = 13,7 \text{ s}$. El instante requerido es el primero.

Para calcular la velocidad: $v_f = v_0 + at \Rightarrow v_f = (22,0 \text{ m s}^{-1}) + (-2,90 \text{ m s}^{-2})(1,51 \text{ s}) = 17,6 \text{ m s}^{-1}$

- b) Para comprobar si comete una imprudencia, se debe averiguar si al llegar al STOP su velocidad es cero, para lo que se recurre a la ecuación de la posición:

$$(70,0 \text{ m}) = (22,0 \text{ m s}^{-1})t + \frac{1}{2}(-2,90 \text{ m s}^{-2})t^2$$

La resolución de esta ecuación de segundo grado, conduce a dos valores del tiempo: 4,54 s y 10,6 s; siendo el correcto el primero. Así; $v_f = (22,0 \text{ m s}^{-1}) + (-2,90 \text{ m s}^{-2})(4,54 \text{ s}) = 8,83 \text{ m s}^{-1}$.

Sí es un imprudente, ya que la velocidad al llegar al STOP no es nula.

35. Al entrar en un pueblo se observa que existe una limitación de velocidad de $70,0 \text{ km h}^{-1}$. En el pueblo se ha instalado una cámara que toma 32 imágenes por segundo, con la finalidad de determinar la velocidad de los vehículos. Si un automóvil de longitud 2,50 m aparece en cinco imágenes, ¿infringe la ley?

Como la cámara forma 32 imágenes, el tiempo que tarda el vehículo en pasar es

$$t = \frac{5 \text{ imágenes}}{32 \text{ imágenes s}^{-1}} = 0,156 \text{ s}$$

El vehículo lleva un *mru*, así pues:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{(2,50 \text{ m})}{(0,156 \text{ s})} = 16,0 \text{ m s}^{-1} = 57,6 \text{ km h}^{-1}$$

No la infringe.

Caída libre

36. Los *bushabies* o “bebés arbustos” son unos pequeños primates africanos de unos 15 cm de tamaño que tienen gran capacidad de salto vertical, debido a que acumulan el 25 % de su masa en los músculos de las piernas. Son capaces de saltar en vertical hasta una altura de 2,3 m. Para conseguirlo aceleran estirando rápidamente sus piernas 0,15 m. Calcula la aceleración que imprimen con sus piernas.

Con el dato del salto vertical se calcula la velocidad con la que lo inicia. En el punto de altura máxima, $v_f = 0$.

$$v_f^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v_0 = \sqrt{(-2) \cdot (-9,8 \text{ m s}^{-2})(2,3 \text{ m})} = 6,7 \text{ m s}^{-1}$$

La aceleración necesaria para alcanzar la velocidad de $6,7 \text{ m s}^{-1}$ es:

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta y} = \frac{(6,7 - 0)^2}{2 \cdot (0,15)} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-2}$$

37. Desde la boca de un pozo profundo se suelta una piedra que cae libremente. El ruido que produce al llegar al fondo se escucha exactamente 4,7 s después de haberla soltado. Sabiendo que el sonido viaja a una velocidad constante de 340 m s^{-1} , halla la profundidad del pozo.

La ecuación de la piedra, que posee un movimiento de caída libre, es: $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$

Si se toma el origen de coordenadas en el fondo del pozo, se cumple que $y = 0$, así $y = y_0 - \frac{1}{2}gt_p^2$, siendo t_p el tiempo que tarda la piedra en llegar al fondo del pozo.

Una vez que la piedra llega al fondo, se produce el sonido. El sonido se mueve a velocidad constante. El tiempo que tarda el sonido en subir es $(t - t_p)$, así: $y_0 = 0 + (340 \text{ m s}^{-1}) \cdot (t - t_p)$

Sustituyendo $t = 4,7 \text{ s}$ e igualando ambas ecuaciones de posición:

$$\frac{1}{2} \cdot 9,8 t_p^2 = 340 \cdot (4,7 - t_p)^2 \Rightarrow 4,9 t_p^2 + 340 t_p - 1598 = 0 \Rightarrow t_p = 4,4 \text{ s}$$

Sustituyendo en alguna de las dos ecuaciones, se obtiene la profundidad del pozo: $y_0 = 95 \text{ m}$

38. Un globo aerostático es una aeronave no propulsada que se sirve del principio de Arquímedes para volar. Consta de una bolsa que encierra un gas más ligero que el aire y de una barquilla sujeta a la misma. Un globo sube verticalmente con una velocidad de $5,1 \text{ m s}^{-1}$ y se suelta el objeto cuando está a 22 m del suelo.

a) Calcula la posición y velocidad del objeto al cabo de $0,25 \text{ s}$ y de $2,0 \text{ s}$. Interpreta el resultado.

b) Determina el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese instante.

a) Sustituyendo en la ecuación de la posición, $t = 0,25 \text{ s}$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = (22 \text{ m}) + (5,1 \text{ m s}^{-1})(0,25 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})(0,25 \text{ s})^2 = 23 \text{ m}$$

Para $t = 2,0 \text{ s}$:

$$y = (22 \text{ m}) + (5,1 \text{ m s}^{-1})(2,0 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})(2,0 \text{ s})^2 = 12,6 \text{ m}$$

Al sustituir en la ecuación de la velocidad, $v_t = v_0 - g t$, se obtienen los valores de la misma en ambos tiempos.

Si: $t = 0,25 \text{ s}$; $v = 2,7 \text{ m s}^{-1}$; mientras que si es $t = 2,0 \text{ s}$; $v = -14,5 \text{ m s}^{-1}$. El signo de la velocidad indica el sentido del movimiento; así, a los $0,25 \text{ s}$ el objeto está subiendo; mientras que a los 2 s está bajando (velocidad negativa).

b) Para calcular el tiempo, se emplea la ecuación de la posición; sabiendo que al llegar al suelo la misma es nula:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 0 = (22 \text{ m}) + (5,1 \text{ m s}^{-1})t - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 2,7 \text{ s}$$

La velocidad es:

$$v = v_0 - g t = (5,1 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})(2,7 \text{ s}) = -21 \text{ m s}^{-1}$$

39. Desde un punto del acueducto de Segovia se lanza, verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 10 m s^{-1} , una pelota que tarda $3,6 \text{ s}$ en llegar al suelo. Calcula:

a) La velocidad de la pelota a los $2,2 \text{ s}$.

b) La altura máxima que alcanza la pelota.

c) La altura del acueducto en dicho punto.

d) La velocidad de la pelota al llegar al suelo.

a) $v = v_0 - g t = (10 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2}) \cdot (2,2 \text{ s}) = -11,6 \text{ m s}^{-1}$

b) Se calcula el tiempo desde el lanzamiento hasta que alcanza la altura máxima. En este punto la velocidad es nula.

$$v = v_0 - g t \Rightarrow 0 = (10 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})t \Rightarrow t = 1,0 \text{ s}$$

Así:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = (28 \text{ m}) + (10 \text{ m s}^{-1})(1,0 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})(1,0 \text{ s})^2 = 33 \text{ m}$$

Nota: La altura del acueducto es 28 m . Ver solución apartado c.

c) La altura del acueducto se calcula mediante esta expresión:

$$v = v_0 - g t = (10 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})(3,6 \text{ s}) = -25 \text{ m s}^{-1}$$

Cuando $y = 0$, el tiempo es $3,6 \text{ s}$.

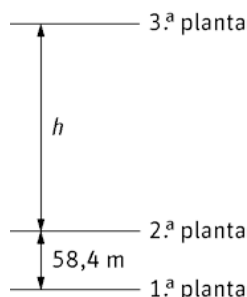
$$0 = y_0 + (10 \text{ m s}^{-1})(3,6 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})(3,6 \text{ s})^2 \Rightarrow y_0 = 28 \text{ m}$$

d) $v = v_0 - g t = (10 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})(3,6 \text{ s}) = -25 \text{ m s}^{-1}$

40. La Torre Eiffel consta de una base, de tres plantas situadas a diferentes alturas y una antena. Desde el suelo de la tercera planta cae un objeto. Una persona mide el tiempo que tarda en pasar entre la segunda y la primera planta. Sabiendo que este tiempo es de 0,97 s y que la segunda planta se encuentra 58,4 m por encima de la primera, determina la distancia entre ambas plantas.

El objeto posee un movimiento de caída libre. Cuando el objeto pasa por la parte superior de la segunda planta, si se toma como referencia el punto superior, se tiene que:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 4,9t^2$$



Por otro lado, la ecuación si el objeto llega hasta la primera planta es:

$$h + 58,4 = \frac{1}{2}g(t + 0,97)^2$$

Sustituyendo la h se calcula el tiempo:

$$4,9t^2 + 58,4 = 4,9(t + 0,97)^2 \Rightarrow t = 5,7\text{s}$$

Y con éste la distancia entre la segunda y la tercera planta:

$$h = \frac{1}{2}(9,8 \text{ ms}^{-2})(5,7 \text{ s})^2 = 159 \text{ m}$$

Composición de movimientos

41. Una paloma se eleva desde el suelo verticalmente hacia arriba, con una velocidad de $6,5 \text{ m s}^{-1}$. El viento sopla horizontalmente a $8,2 \text{ m s}^{-1}$. Calcula:

- La velocidad de la paloma respecto al suelo.
- El tiempo en desplazarse verticalmente 256 m.
- La distancia que recorre la paloma en ese tiempo.

a) Al moverse la paloma en ambas dimensiones, el vector velocidad es:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (8,2 \vec{i} + 6,5 \vec{j}) \text{ ms}^{-1}$$

b) En la dirección vertical posee un *mrva*, por lo que: $y = y_0 + v_y t$, y como $y_0 = 0$

$$256 \text{ m} = (6,5 \text{ ms}^{-1}) \Rightarrow t = \frac{(256 \text{ m})}{(6,5 \text{ ms}^{-1})} = 39 \text{ s}$$

c) Se determina el vector posición.

En horizontal la paloma está animada con un *mrur*; así: $x = v_x t = (8,2 \text{ m s}^{-1})(39 \text{ s}) = 3,2 \cdot 10^2 \text{ m}$

$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} = (3,2 \cdot 10^2 \vec{i} + 256 \vec{j}) \text{ m}$, la distancia coincide con el módulo del vector posición:

$$|\vec{r}| = \sqrt{(3,2 \cdot 10^2)^2 + (256)^2} = 4,1 \cdot 10^2 \text{ m}$$

42. Huckleberry Finn, el famoso personaje de Mark Twain, huye de su padre montado en una balsa por el río Misisipi. La balsa se mueve perpendicularmente a la orilla con una velocidad de $0,65 \text{ m s}^{-1}$. La velocidad del agua del río es de $3,5 \text{ m s}^{-1}$.

- Calcula la velocidad que lleva la balsa respecto a la orilla.
 - Si en ese tramo el río tiene una anchura de 85 m , ¿cuánto tiempo tardará en llegar a la otra orilla? ¿Qué distancia habrá sido arrastrado aguas abajo?
 - ¿Cuál es su vector posición en ese momento?
 - En otro momento de su huida, con la ayuda de Jim, intenta remontar el río. Lo hacen por una zona de aguas tranquilas en la que la corriente baja a una velocidad de $0,45 \text{ m s}^{-1}$. ¿Con qué velocidad deben impulsar la balsa para recorrer 112 m en 41 s ?
- a) La velocidad respecto de la orilla es la suma vectorial de la velocidad de la barca más la del río (principio de superposición).

$$\vec{v} = (3,5\vec{i} + 0,65\vec{j}) \text{ m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(3,5 \text{ m s}^{-1})^2 + (0,65 \text{ m s}^{-1})^2} = 3,6 \text{ m s}^{-1}$$

b) Para calcular el tiempo se utiliza la componente y

$$y = v_y t \Rightarrow 85 \text{ m} = (0,65 \text{ m s}^{-1}) t \Rightarrow t = \frac{(85 \text{ m})}{(0,65 \text{ m s}^{-1})} = 1,3 \cdot 10^2 \text{ s}$$

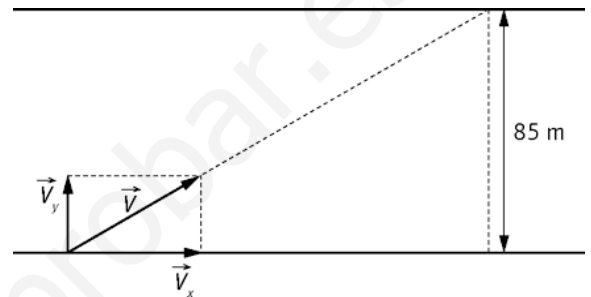
Con la componente X se determina la posición aguas abajo

$$x = v_x t = (3,5 \text{ m s}^{-1})(1,3 \cdot 10^2 \text{ s}) = 4,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

c) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (4,6 \cdot 10^2 \vec{i} + 85\vec{j}) \text{ m}$

d) Velocidad de la balsa: $v_b = \frac{(112 \text{ m})}{(41 \text{ s})} = 2,7 \text{ m s}^{-1}$

La velocidad con la que impulsan la balsa es opuesta a la de la corriente del río. Así, se calcula la velocidad con la que deben impulsar la barca como: $(2,7 \text{ m s}^{-1}) = v - (0,45 \text{ m s}^{-1})$, de donde $v = 3,2 \text{ m s}^{-1}$



43. Un avión vuela de un punto A a otro B, situado a 1200 km al norte del primero, a 600 km h^{-1} respecto al aire en reposo. El piloto pone rumbo norte pero el viento, que sopla en dirección este a 100 km h^{-1} , lo desvía de su ruta. Calcula la distancia recorrida por el avión después de 2 h de vuelo y también la velocidad y la dirección en la que debería haber volado para llegar a su destino en 2 h .

El avión está sujeto a dos movimientos, para resolver el ejercicio se aplica el principio de independencia de Galileo.

a) Para calcular la distancia recorrida se halla el vector desplazamiento; cuyo módulo coincide con la distancia recorrida.

El vector desplazamiento es:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (100t\vec{i} + 600t\vec{j}) \text{ km}$$

Su valor cuando el tiempo es de 2 h : $\vec{r} = (200\vec{i} + 1200\vec{j}) \text{ km}$

$$|\vec{r}| = \sqrt{(200 \text{ km})^2 + (1200 \text{ km})^2} = 1216 \text{ km}$$

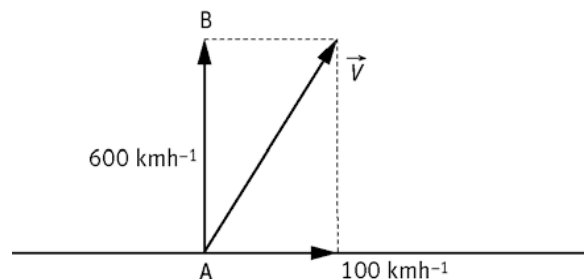
b) La velocidad con la que el avión debería haber volado, más la velocidad del viento debe coincidir con $v_y\vec{j} = 600\vec{j} \text{ km h}^{-1}$

Además, $v_x\vec{i} = -100\vec{i} \text{ km h}^{-1}$, con lo que:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = (-100\vec{i} + 600\vec{j}) \text{ km h}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-100 \text{ km h}^{-1})^2 + (600 \text{ km h}^{-1})^2} = 608 \text{ km h}^{-1}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{600}{-100} \Rightarrow \alpha = -80,5^\circ$$



Lanzamientos horizontales

44. Un jugador de balonmano lanza horizontalmente un balón con una velocidad de $20,0 \text{ m s}^{-1}$ desde una altura que dista $2,0 \text{ m}$ del suelo. Otro jugador está a 14 m en línea recta del lanzador. ¿Alcanzará bien la pelota sin moverse?

Se calcula primero el tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo y luego se determina el alcance.

Como el lanzamiento es horizontal:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2,0 \text{ m} - \frac{1}{2}(9,8 \text{ ms}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 0,64 \text{ s}$$

El alcance es:

$$x = (20,0 \text{ m s}^{-1}) \cdot (0,64 \text{ s}) = 12,8 \text{ m}; \text{ que es aproximadamente } 13 \text{ m.}$$

El jugador si no se mueve, no alcanzará la pelota.

45. En la película *Dos hombres y un destino* los protagonistas, Butch Cassidy y Sundance Kid, huyen de sus perseguidores y llegan a un acantilado de 96 m de altura. Deciden saltar y lo hacen horizontalmente con una velocidad de $1,2 \text{ m s}^{-1}$.

- a) ¿Con qué velocidad llegan al agua y a qué distancia de la base del acantilado caen?
 b) Realmente la escena se rueda con especialistas, pero los actores, Robert Redford y Paul Newman, para simular la escena, saltaron con igual velocidad sobre un colchón de $3,4 \text{ m}$ de largo. ¿Desde qué altura saltaron si cayeron en el centro del colchón?

- a) La velocidad con la que caen al agua es: $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$

Se calcula el tiempo de vuelo:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 96 \text{ m} - \frac{1}{2}(9,8 \text{ ms}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 4,4 \text{ s}$$

Para calcular el vector velocidad se obtienen primero las componentes cartesianas de la misma.

$$v_x = 1,2 \text{ m s}^{-1}; v_y = -gt = (-9,8 \text{ ms}^{-2})(4,4 \text{ s}) = -43 \text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (1,2 \vec{i} + 43 \vec{j}) \text{ ms}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(1,2 \text{ ms}^{-1})^2 + (-43 \text{ ms}^{-1})^2} = 43 \text{ ms}^{-1}$$

La distancia a la que cae es:

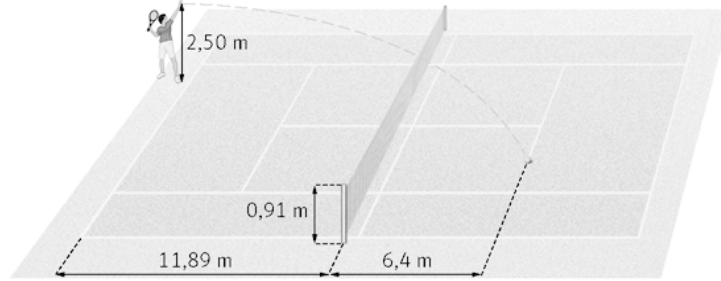
$$x = v_x t = (1,2 \text{ m s}^{-1}) \cdot (4,4 \text{ s}) = 5,3 \text{ m}$$

- b) El alcance horizontal será $1,7 \text{ m}$; esto es, la mitad de la longitud del colchón ya que cayeron en el centro del mismo.

$$x = v_x t \Rightarrow t = \frac{x}{v_x} = \frac{(1,7 \text{ m})}{(1,2 \text{ ms}^{-1})} = 1,4 \text{ s}$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = y_0 - \frac{1}{2}(9,8 \text{ ms}^{-2})(1,4 \text{ s})^2 \Rightarrow y_0 = 9,6 \text{ m}$$

46. Un jugador de tenis realiza un saque golpeando horizontalmente la bola. Con los datos de la figura, calcula la velocidad mínima de golpeo para que la pelota pase rozando la red e impacte en el cuadro del servicio.



Primero se calcula el tiempo que tarda la bola en pasar rozando la red.

Como el tiro es horizontal, $v_{0y} = 0 \text{ m s}^{-1}$. Resolviendo la ecuación de segundo grado se calcula el tiempo.

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0,91 \text{ m} = 2,5 \text{ m} - \frac{1}{2}(9,8 \text{ m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 0,57 \text{ s}$$

Llevando este valor al eje X se calcula la velocidad de lanzamiento: $x = v_x t \Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{(11,89 \text{ m})}{(0,57 \text{ s})} = 21 \text{ m s}^{-1}$

Para ver el punto en el que impacta, se calcula el tiempo de vuelo

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2,5 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 t^2 \Rightarrow t = 0,71 \text{ s}$$

El alcance horizontal: $x = v_x t = (21 \text{ m s}^{-1})(0,71 \text{ s}) = 15 \text{ m}$

El cuadro de servicio se encuentra entre 11,89 m y 18,29 m, luego sí impacta en el cuadro de servicio.

47. Una avioneta transporta ayuda humanitaria y vuela horizontalmente a 1500 m de altura. Lanza los paquetes a una distancia de 520 m sobre la vertical.

- Calcula la velocidad que debe llevar la avioneta para que caiga en el punto indicado.
 - Determina la velocidad con la que llega el paquete a tierra.
 - Si el avión no cambia de dirección ni de velocidad, ¿dónde se encontrará cuando la ayuda lleve 3,0 s por el aire? ¿Cuál es el vector posición de la ayuda, para ese instante, medido desde el suelo?
- a) Inicialmente el paquete tiene la velocidad de la avioneta; como ésta vuela en horizontal, la velocidad inicial según el eje Y es cero. Así, el tiempo de vuelo se calcula a través de la siguiente ecuación de posición:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 1500 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 t^2 \Rightarrow t = 17,5 \text{ s}$$

La velocidad de la avioneta se determina con el alcance: $x = v_x t \Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{(520 \text{ m})}{(17,5 \text{ s})} = 30 \text{ m s}^{-1}$

- b) El vector velocidad es: $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$

$$v_y = v_{0y} - gt = -(9,8 \text{ m s}^{-2}) \cdot (17,5 \text{ s}) = -172 \text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (30 \vec{i} - 172 \vec{j}) \text{ m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{30^2 + 172^2} = 175 \text{ m s}^{-1}$$

Obviamente, dada la velocidad con la que cae, es necesario utilizar un paracaídas para disminuir la velocidad y que el paquete no se rompa.

- c) Encima del paquete.

El avión se mueve con *mru*: $x = v t = (30 \text{ m s}^{-1})(3 \text{ s}) = 90 \text{ m}$

La componente x de la ayuda lanzada es la misma, $x = 90 \text{ m}$

La componente y: $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 1500 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 3,00^2 \Rightarrow y = 1456 \text{ m}$

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} = (90 \vec{i} + 1456 \vec{j}) \text{ m}$$

Lanzamientos oblicuos

48. En la película *Speed* un grupo de personas van en un autobús que lleva una bomba que explotará si el autobús lleva una velocidad inferior a $80,0 \text{ km h}^{-1}$. El autobús tiene que cruzar un puente en obras que tiene un agujero de 16 m . Al llegar a él deciden saltar con el autobús. La inclinación del puente es de $5,0^\circ$. Al iniciar el salto el velocímetro marca 108 km h^{-1} . El autobús consigue saltar y las personas sobreviven.

¿Crees que el guionista ideó esta secuencia pensando que esta situación era correcta desde el punto de vista de la Física?

Se debe averiguar si con la velocidad de 108 km h^{-1} ($30,0 \text{ m s}^{-1}$) el autobús salta el agujero.

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 30,0 \cos 5,0^\circ = 29,9 \text{ m s}^{-1}$$

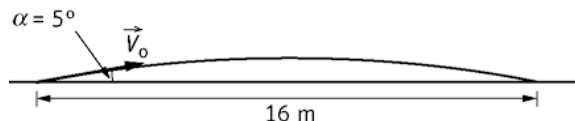
$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 30,0 \sin 5,0^\circ = 2,61 \text{ m s}^{-1}$$

El tiempo de vuelo se calcula con $y = 0$: $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2,61t - \frac{1}{2}9,81t^2$

Que despejando da dos posibles valores del tiempo; siendo válido únicamente el señalado:

$$t = \frac{2 \cdot (2,61 \text{ m s}^{-1})}{(9,81 \text{ m s}^{-2})} = 0,532 \text{ s}$$

En ese tiempo recorre una distancia: $x = v_x t = (30 \text{ m s}^{-1})(0,532 \text{ s}) = 15,9 \text{ m}$. Lo salta muy ajustado.



49. Jan Zelezny está considerado como el mejor lanzador de jabalina de todos los tiempos. Ostenta el récord del mundo con $98,48 \text{ m}$. Cuando lanzó la jabalina ésta se encontraba a $1,89 \text{ m}$ del suelo y realizó el lanzamiento con un ángulo de 40° sobre la horizontal.

a) Calcula la velocidad con la que la lanzó.

b) Indica el valor numérico de la velocidad cuando la jabalina llegó al suelo.

c) ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó?

- a) Como el dato de menor número de cifras significativas posee tres; se trabaja con la aceleración de la gravedad igual a $9,81 \text{ m s}^{-2}$, en lugar de con $9,8 \text{ m s}^{-2}$.

Conocemos el ángulo de lanzamiento y el alcance máximo. Así:

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha t = v_0 \cos 40^\circ t \Rightarrow 98,48 = v_0 \cos 40^\circ t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 1,89 + v_0 \sin 40^\circ t - \frac{1}{2} \cdot 9,81t^2$$

Despejando el tiempo en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda

$$0 = 1,89 + v_0 \sin 40^\circ \frac{98,48}{v_0 \cos 40^\circ} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{98,48}{v_0 \cos 40^\circ} \right)^2 \Rightarrow t = 4,16 \text{ s}; v_0 = \frac{x}{\cos 40^\circ t} = 30,9 \text{ m s}^{-1}$$

- b) $v_x = v_0 \cos \alpha = (30,9 \text{ m s}^{-1}) \cos 40^\circ = 23,7 \text{ m s}^{-1}$

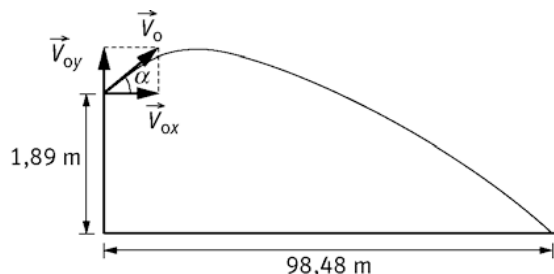
$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha - gt = (30,9 \text{ m s}^{-1}) \sin 40^\circ - (9,81 \text{ m s}^{-2})(4,16 \text{ s}) = -21,3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (23,7 \vec{i} + 21,3 \vec{j}) \text{ m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{23,7^2 + 21,3^2} = 31,9 \text{ m s}^{-1}$$

- c) El tiempo de altura máxima se calcula sabiendo que en la altura máxima $v_y = 0$

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = v_{0y} - gt \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin 40^\circ}{g} = 2,02 \text{ s}$$

$$\text{Así: } y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (1,89 \text{ m}) + (30,9 \text{ m s}^{-1}) \sin 40^\circ (2,02 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,81 \text{ m s}^{-2})(2,02 \text{ s})^2 = 22,1 \text{ m}$$



50. Un gran peñasco descansa sobre un barranco, por encima de un pueblo. Se encuentra en una posición tal que si rodase saldría despedido con una velocidad de 20 m s^{-1} , a 80 m de altura como se indica en la figura. Las casas del pueblo se encuentran a 50 m del borde del barranco. ¿Tiene la población motivos para sentirse insegura? Si el peñasco cayera, ¿cuánto tiempo estaría en el aire? ¿Cuál es el módulo de la velocidad al impactar en el suelo?

Se calcula el tiempo de vuelo del peñasco y se determina el alcance del peñasco.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \sin 30^\circ = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{0y} = v_0 \cos 30^\circ = -17 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{Así: } y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 80 - 17t - \frac{1}{2} \cdot 9,8t^2 \Rightarrow t = 2,7 \text{ s}$$

Para saber si está en peligro se calcula la distancia que recorre en el eje X:

$$x = v_{0x}t = (10 \text{ m s}^{-1})(2,7 \text{ s}) = 27 \text{ m}$$

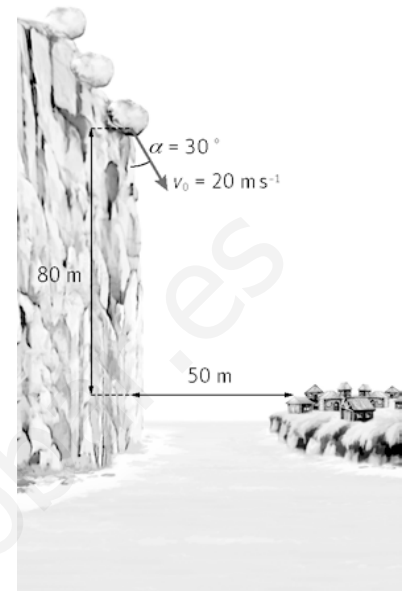
Al ser menor de 50 m no se encuentran en peligro

Para calcular la velocidad:

$$v_{0x} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = (-17 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})(2,7 \text{ s}) = -43 \text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (10 \vec{i} - 43 \vec{j}) \text{ m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{10^2 + 43^2} = 44 \text{ m s}^{-1}$$



51. Un portero de fútbol golpea la pelota con una velocidad de 15 m s^{-1} y un ángulo de lanzamiento de 60° . Halla los instantes en que el vector velocidad forma ángulos de 45° y -45° con la horizontal. Escribe las coordenadas de las posiciones de la pelota en esos instantes.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = (15 \text{ m s}^{-1}) \cos 60^\circ = 7,5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = (15 \text{ m s}^{-1}) \sin 60^\circ = 13 \text{ m s}^{-1}$$

Sabemos que $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ y $\text{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$. Como $\text{tg} 45^\circ = 1$; $v_x = v_y = 7,5 \text{ m s}^{-1}$

El tiempo que tarda la pelota en llegar al punto donde la velocidad forma el ángulo de 45° es:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow (7,5 \text{ m s}^{-1}) = (13 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})t \Rightarrow t = 0,56 \text{ s}$$

Las coordenadas en ese instante;

$$x = v_{0x}t = (7,5 \text{ m s}^{-1})(0,56 \text{ s}) = 4,2 \text{ m}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (13 \text{ m s}^{-1})(0,56 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,81 \text{ m s}^{-2})(0,56 \text{ s})^2 = 5,7 \text{ m}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (4,2\vec{i} + 5,7\vec{j}) \text{ m}$$

En el segundo caso $\text{tg}(-45^\circ) = -1$; con lo que $v_y = -v_x = 7,5 \text{ m s}^{-1}$ y el balón está bajando. Procediendo de forma análoga al caso anterior:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow (-7,5 \text{ m s}^{-1}) = (13 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})t \Rightarrow t = 2,1 \text{ s}$$

$$x = v_{0x}t = (7,5 \text{ m s}^{-1})(2,1 \text{ s}) = 16 \text{ m}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (13 \text{ m s}^{-1})(2,1 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9,81 \text{ m s}^{-2})(2,1 \text{ s})^2 = 5,7 \text{ m}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (16\vec{i} + 5,7\vec{j}) \text{ m}$$

52. Un jugador de baloncesto lanza a canasta desde 2,00 m de altura, con una velocidad de $10,7 \text{ m s}^{-1}$ y un ángulo de $40,0^\circ$. La pelota tarda 1,22 s en llegar a la canasta.

a) Calcula la altura máxima que alcanza la pelota.

b) Determina la velocidad de la pelota a los 0,72 s.

a) Las componentes cartesianas de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = (10,7 \text{ m s}^{-1}) \cos 40,0^\circ = 8,20 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = (10,7 \text{ m s}^{-1}) \sin 40,0^\circ = 6,88 \text{ m s}^{-1}$$

La altura máxima se obtiene determinando primero el tiempo:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = (6,88 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})t \Rightarrow t = 0,701 \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 2,00 + 6,88 \cdot 0,701 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 0,701^2 = 4,41 \text{ m}$$

b) $v_x = v_{0x} = 8,20 \text{ m s}^{-1}$

$$v_y = v_{0y} - gt = (6,88 \text{ m s}^{-1}) - (9,8 \text{ m s}^{-2})(0,701 \text{ s}) = -0,18 \text{ m s}^{-1}$$

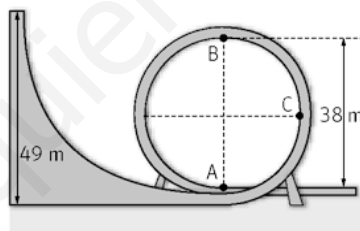
$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (8,20 \vec{i} - 0,18 \vec{j}) \text{ m s}^{-1}$$

Movimiento circular

53. El *Dragón Khan* de Port Aventura tiene un bucle de 38,0 m. Tras una caída de 49 m de pendiente, el tren alcanza una velocidad de $30,6 \text{ m s}^{-1}$ en el punto A, velocidad con la que comienza el bucle. En el punto más alto, B, la velocidad es de $13,8 \text{ m s}^{-1}$.

a) Calcula la aceleración normal en ambos puntos.

b) Calcula la aceleración tangencial en C (en medio del trayecto entre A y B) y la aceleración angular.



a) El radio del bucle es 19,0 m; ya que el diámetro es 38 m.

En el punto A la aceleración normal es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(30,6 \text{ m s}^{-1})^2}{(19,0 \text{ m})} = 49,3 \text{ m s}^{-2}$$

En el punto B:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(13,8 \text{ m s}^{-1})^2}{(19,0 \text{ m})} = 10,0 \text{ m s}^{-2}$$

b) La aceleración tangencial en el punto C, coincide con el valor de la gravedad, ya que dicha aceleración es tangente a la trayectoria y dirigida hacia abajo. La respuesta es $9,81 \text{ m s}^{-2}$.

La aceleración angular se obtiene:

$$a_t = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{(9,81 \text{ m s}^{-2})}{(19,0 \text{ m})} = 0,516 \text{ rad s}^{-2}$$

54. En una marcha cicloturística, un ciclista mantiene una velocidad constante de $26,2 \text{ m s}^{-1}$. Se sabe además que el diámetro de la rueda es de 559 mm .

a) ¿Cuántas vueltas habrán dado sus ruedas en $15,2$ minutos?

b) ¿Qué velocidad angular llevan?

a) La distancia recorrida por un punto de la rueda es $x = vt = (26,2 \text{ m s}^{-1}) \left(15,2 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = 2,39 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$

Sabemos que $1 \text{ vuelta} = 2\pi R$, luego el número de vueltas es:

$$n.^\circ \text{ vueltas} = \frac{(2,39 \cdot 10^3 \text{ m})}{2\pi R} = 1,36 \cdot 10^4 \text{ vueltas}$$

b) La velocidad angular, $v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{(26,2 \text{ m s}^{-1})}{\left(\frac{0,559}{2}\right) \text{ m}} = 93,7 \text{ rad s}^{-1}$

55. Una rueda, puesta en movimiento por un motor, ha girado $0,50$ radianes durante el primer segundo.

a) ¿Cuántas vueltas dará la rueda en los $10,0$ primeros segundos si suponemos que la aceleración angular es constante durante ese tiempo?

b) ¿Cuál será la velocidad lineal de un punto de la llanta en ese momento si el radio de la rueda es de $50,0 \text{ cm}$?

c) Calcula la aceleración angular de frenado si el motor deja de funcionar cuando la rueda gira a 120 rpm y esta tarda 6 min en pararse?

a) Se trata de un *mcua*:

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow 0,5 \text{ rad} = \frac{1}{2} \alpha (1 \text{ s})^2 \Rightarrow \alpha = 1 \text{ rad s}^{-2}$$

El ángulo descrito es: $\varphi = \frac{1}{2} \alpha t = \frac{1}{2} (1 \text{ rad s}^{-2}) (10,0 \text{ s})^2 = 50,0 \text{ rad}$

El número de vueltas: $\frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} \cdot 50 \text{ rad} = 7,96 \text{ vueltas}$

b) Para calcular la velocidad lineal se necesita conocer la ω en ese instante. Para ello suponemos que la aceleración angular es la que da el motor en los primeros segundos,

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (1 \text{ rad s}^{-2}) (10,0 \text{ s}) = 10,0 \text{ rad s}^{-1}$$

$$v = \omega R = (10,0 \text{ rad s}^{-1}) (0,500 \text{ m}) = 5,00 \text{ m s}^{-1}$$

c) Para calcular la aceleración de frenado, primero se transforma al SI la velocidad angular inicial

$$\frac{120 \text{ vueltas}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 4\pi \text{ rad s}^{-1}$$

Como la velocidad angular final es nula, la aceleración angular se determina despejándola de esta ecuación:

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$$

$$\alpha = -\frac{\omega_0}{t} = -\frac{(4\pi \text{ rad s}^{-1})}{6 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = -3,49 \cdot 10^{-2} \text{ rad s}^{-2}$$

56. Actividad smSaviadigital.com RESUELVE

57. Actividad smSaviadigital.com RESUELVE

La física y... el baloncesto

1. Marca en una pared una señal con tu brazo estirado, salta en vertical y en lo más alto haz otra marca, mide la distancia entre ambas. Calcula tu tiempo de permanencia en el aire.

Respuesta abierta.

2. Un jugador de 1,90 m realiza un mate elevándose en vertical 0,83 m. Otro jugador de 2,04 m realiza el mismo mate, pero elevándose 0,74 m. ¿Cuál de los dos permanece más tiempo en el aire?

$$t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (0,83 \text{ m})}{(9,8 \text{ m s}^{-2})}} = 0,41 \text{ s}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (0,74 \text{ m})}{(9,8 \text{ m s}^{-2})}} = 0,39 \text{ s}$$

El jugador de 1,90 m, permanece 0,82 s en el aire y el de 2,04 m, 0,78 s. El de 1,90 m de altura permanece más tiempo en el aire.

Autoevaluación

1. En un lanzamiento horizontal, el objeto:
- No está en caída libre.
 - Está en caída libre.
 - No se puede saber si está en caída libre.
 - Solo está en caída libre si $v_0 = 0$.
- b
2. En un lanzamiento oblicuo:
- La $y_{\text{máx.}}$ se alcanza en la mitad del tiempo de vuelo.
 - La $y_{\text{máx.}}$ se alcanza al final del tiempo de vuelo.
 - La $x_{\text{máx.}}$ no depende de la velocidad inicial.
 - La $x_{\text{máx.}}$ no depende del ángulo de lanzamiento.
- La respuesta correcta es la a, siempre que y_0 sea cero.
3. Los lanzamientos rasantes y por elevación con igual alcance:
- Tienen distinta velocidad inicial.
 - Tienen distinto ángulo de lanzamiento.
 - Tienen igual altura máxima.
 - Tienen igual tiempo de vuelo.
- b
4. Indica, de forma razonada, la afirmación correcta para un avión en vuelo horizontal que deja caer un objeto
- Un observador situado en el avión observa que el objeto describe una trayectoria parabólica.
 - El objeto se mantiene durante su caída en la misma vertical que el avión.
 - Un observador situado en el avión observa que el objeto cae con un *mru*.
 - Un observador que cae junto con el objeto observa que este cae con un *mrua*.
- b
5. Un tubo de ensayo en una centrifugadora que frena:
- Solo tienen a_n .
 - Solo tiene a_t .
 - Tiene a_n y a_t .
 - No tiene aceleración.
- c
6. Una canica se introduce por un tubo circular de 76 cm de diámetro, apoyado en una mesa, con $v = 2,5 \text{ m s}^{-1}$. Su aceleración 1,0 cm después de salir del tubo es:
- $8,2 \text{ m s}^{-2}$
 - $16,4 \text{ m s}^{-2}$
 - 0
 - $0,082 \text{ m s}^{-2}$
- c