1. **[1 punto]** Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros:

   a) $19-\left[2\cdot\left(8-\left(29-3\cdot 2^{3}\right)\right)-\sqrt{16}\right]$; b) $\sqrt{144}-\left(2^{2}-10^{2}:\sqrt{25}\right)+\left(-6\right)^{2}:4$

2. **[1 punto]** Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas.

   a) $-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{7}-\frac{2}{14}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}$; b) $2-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{2}{1+\frac{1}{2}}$

3. **[1 punto]** Expresa en forma de fracción cada uno de los siguientes números decimales periódicos:

   a) $2{,}134$; b) $1{,}502$

4. **[1 punto]** <u>Utiliza las propiedades de las potencias</u> para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo.**

   a) $\frac{12\cdot 6^{2}\cdot\left(2^{-2}\right)^{2}}{9\cdot 3^{-1}\cdot 4^{2}}$; b) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{2}}{2^{-1}}$

5. **[1 punto]** Opera y **expresa el resultado en notación científica**: $\frac{\left(3\cdot 10^{15}\right):\left(2\cdot 10^{7}\right)}{4\cdot 10^{3}+2\cdot 10^{3}}$

6. **[1 punto]** De un bidón de 48 litros y medio lleno de agua se ha sado 37 frascos de tres cuartos de litro cada uno. Con el agua que queda en el bidón, ¿cuántas botellas de un litro puedo llenar enteras?

7. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes operaciones en las que aparecen radicales y simplifica el resultado (para ello quizá tengas que extraer factores fuera del radical).

   a) $\sqrt{2x^{3}}\cdot\sqrt{2x}$; b) $-2\sqrt{12}\cdot 3\sqrt{6}\cdot\sqrt{18}$; c) $\frac{\sqrt{a^{3}b^{5}}}{\sqrt{ab^{3}}}$

8. **[1 punto]** Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.
   Nota: *recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.*

   a) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}$; b) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}$

9. En una progresión geométrica de razón $r=\frac{1}{2}$, el término que ocupa el quinto lugar es $a_5=40$. Hallar:
   a) **[0,5 puntos]** El primer término y el término general de la progresión.
   b) **[0,5 puntos]** ***<u>Usar la fórmula de la suma</u>*** para hallar la suma de los cuatro primeros términos.
   c) **[0,5 puntos]** La suma de todos los términos de la progresión (valor exacto).

Soluciones

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros:

a) $19-\left[2\cdot\left(8-\left(29-3\cdot 2^{3}\right)\right)-\sqrt{16}\right]=19-\left[2\cdot\left(8-\left(29-3\cdot 8\right)\right)-4\right]=19-\left[2\cdot\left(8-\left(29-24\right)\right)-4\right]=$
$=19-\left[2\cdot\left(8-5\right)-4\right]=19-\left[2\cdot 3-4\right]=19-\left[6-4\right]=19-2=17$

b) $\sqrt{144}-\left(2^{2}-10^{2}:\sqrt{25}\right)+\left(-6\right)^{2}:4=12-\left(4-100:5\right)+36:4=12-\left(4-20\right)+9=$
$=12-\left(-16\right)+9=12+16+9=37$

2. Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas.

a) $-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{7}-\frac{2}{14}\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}=-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{8}{14}-\frac{2}{14}\right)+\frac{5}{14}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{14}+\frac{5}{14}=-\frac{6}{28}+\frac{5}{14}=-\frac{6}{28}+\frac{10}{28}=\frac{4}{28}=\frac{1}{7}$

b) $2-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{2}{1+\frac{1}{2}}=2+\frac{2}{6}-\frac{2}{\frac{2}{2}+\frac{1}{2}}=2+\frac{2}{6}-\frac{2}{\frac{3}{2}}=2+\frac{2}{6}-\frac{4}{3}=\frac{12}{6}+\frac{2}{6}-\frac{8}{6}=\frac{6}{6}=1$

3. Expresa en forma de fracción cada uno de los siguientes números decimales periódicos:

a) $x=2,134\ ;\ \left.\begin{array}{r}1000x=2134,343434...\\ 10x=\quad 21,343434...\end{array}\right\}\Rightarrow 990x=2113\Rightarrow x=\frac{2113}{990}$

b) $x=1,502\ ;\ \left.\begin{array}{r}1000x=1502,502502502...\\ x=\quad 1,502502502...\end{array}\right\}\Rightarrow 999x=1501\Rightarrow x=\frac{1501}{999}$

4. <u>Utiliza las propiedades de las potencias</u> para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo.**

a) $\frac{12\cdot 6^{2}\cdot\left(2^{-2}\right)^{2}}{9\cdot 3^{-1}\cdot 4^{2}}=\frac{12\cdot 6^{2}\cdot 2^{-4}}{9\cdot 3^{-1}\cdot 4^{2}}=\frac{2^{2}\cdot 3\cdot\left(2\cdot 3\right)^{2}\cdot 2^{-4}}{3^{2}\cdot 3^{-1}\cdot\left(2^{2}\right)^{2}}=\frac{2^{2}\cdot 3\cdot 2^{2}\cdot 3^{2}\cdot 2^{-4}}{3^{2}\cdot 3^{-1}\cdot 2^{4}}=\frac{2^{0}\cdot 3^{3}}{2^{4}\cdot 3^{1}}=\frac{3^{2}}{2^{4}}=\frac{9}{16}$

b) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{2}}{2^{-1}}=\frac{2^{3}\cdot\left(\frac{1}{2^{2}}\right)^{2}}{2^{-1}}=\frac{2^{3}\cdot\frac{1}{2^{4}}}{2^{-1}}=\frac{2^{-1}}{2^{-1}}=2^{0}=1$

5. Opera y **expresa el resultado en notación científica**:

$$\frac{\left(3\cdot 10^{15}\right):\left(2\cdot 10^{7}\right)}{4\cdot 10^{3}+2\cdot 10^{3}}=\frac{1,5\cdot 10^{8}}{6\cdot 10^{3}}=0,25\cdot 10^{5}=2,5\cdot 10^{4}$$

6. De un bidón de 48 litros y medio lleno de agua se ha sado 37 frascos de tres cuartos de litro cada uno. Con el agua que queda en el bidón, ¿cuántas botellas de un litro puedo llenar enteras?

37 frascos de tres cuartos de litro cada uno son un total de $37\cdot\frac{3}{4}=\frac{111}{4}=27,75$ litros. Por tanto en el bidón quedan $48,5-27,75=20,75$ litros.

Esto quiere decir que puedo llenar otras 20 botellas de un litro enteras y aún sobran 0,75 litros (tres cuartos de litro).

7. Realiza las siguientes operaciones en las que aparecen radicales y simplifica el resultado (para ello quizá tengas que extraer factores fuera del radical).

   a) $\sqrt{2x^3}\cdot\sqrt{2x}=\sqrt{4x^4}=\sqrt{2^2x^4}=2x^2$

   b) $-2\sqrt{12}\cdot 3\sqrt{6}\cdot\sqrt{18}=\left(-2\cdot 3\right)\cdot\sqrt{12\cdot 6\cdot 18}=-6\sqrt{1296}=-6\cdot 36=-216$

   c) $\dfrac{\sqrt{a^3b^5}}{\sqrt{ab^3}}=\sqrt{\dfrac{a^3b^5}{ab^3}}=\sqrt{a^2b^2}=ab$

8. Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.

   a) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}=27\sqrt{3}-5\sqrt{3^3}-9\sqrt{2^2\cdot 3}=27\sqrt{3}-5\cdot 3\sqrt{3}-9\cdot 2\sqrt{3}=$

   $=27\sqrt{3}-15\sqrt{3}-18\sqrt{3}=\left(27-15-18\right)\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

   b) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=\sqrt{2^3\cdot 3}-5\sqrt{6}+\sqrt{2\cdot 3^5}=2\sqrt{2\cdot 3}-5\sqrt{6}+3^2\sqrt{2\cdot 3}=$

   $=2\sqrt{6}-5\sqrt{6}+9\sqrt{6}=\left(2-5+9\right)\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

9. En una progresión geométrica de razón $r=\dfrac{1}{2}$, el término que ocupa el quinto lugar es $a_5=40$. Hallar:

   a) El primer término y el término general de la progresión.

   Primer término: $a_n=a_1\cdot r^{n-1}\Rightarrow 40=a_1\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\Rightarrow 40=a_1\cdot\dfrac{1}{16}\Rightarrow a_1=640$

   Término general: $a_n=a_1\cdot r^{n-1}\Rightarrow a_n=640\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

   b) ***<u>Usar la fórmula de la suma</u>*** para hallar la suma de los cuatro primeros términos.

   Usaremos la fórmula $S=\dfrac{a_1\left(r^n-1\right)}{r-1}$. En nuestro caso, como son los 4 primeros términos, $n=4$. Así que:

$$S=\frac{640\cdot\left(\left(\frac{1}{2}\right)^4-1\right)}{\frac{1}{2}-1}=\frac{640\cdot\left(\frac{1}{16}-1\right)}{-\frac{1}{2}}=\frac{640\left(-\frac{15}{16}\right)}{-\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{9600}{16}}{-\frac{1}{2}}=\frac{19200}{16}=1200$$

   c) La suma de todos los términos de la progresión (valor exacto).

   Como la razón es menor que uno podemos aplicar la siguiente fórmula: $S=\dfrac{a_1}{1-r}$. Entonces:

$$S=\frac{640}{1-\frac{1}{2}}=\frac{640}{\frac{1}{2}}=\frac{640\cdot 2}{1}=\frac{1280}{1}=1280.$$