

1. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes operaciones en las que aparecen radicales.

a) $(-3\sqrt{2})^2$; b) $-5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{7}$; c) $\frac{4\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{5}}{(2\sqrt{2})^2}$

2. **[1 puntos]** Extrae de la raíz todos los factores que sea posible. Para ello tienes que factorizar previamente el radicando.

a) $\sqrt{648}$; b) $\sqrt{6750}$

3. **[1 punto]** Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.

Nota: recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.

a) $5\sqrt{18} - \sqrt{8} + 2\sqrt{72}$; b) $2\sqrt{24} - 5\sqrt{54} + 12\sqrt{600}$

4. En una progresión aritmética se sabe que el término que ocupa el tercer lugar es 1 y el término que ocupa el séptimo lugar es 13. Calcula:

a) **[1 punto]** La diferencia, el primer término y el término general.

b) **[1 punto]** La suma de los veinte primeros términos.

5. Dada la progresión geométrica: $6 ; 4 ; \frac{8}{3} ; \frac{16}{9} ; \frac{32}{27} ; \dots$, calcula:

a) **[1 punto]** La razón y el término que ocupa el séptimo lugar (debes expresarlos simplificados en forma de fracción).

b) **[1 punto]** Usar la fórmula de la suma para calcular la suma de los cinco primeros términos (valor exacto).

c) **[1 punto]** La suma de todos los términos de la progresión (valor exacto).

Problema

6. Un balón de baloncesto se deja caer desde una altura de 50 metros y cada vez que bota sube a una altura igual a $\frac{3}{5}$ de la máxima altura conseguida anteriormente.

a) **[0,5 puntos]** Escribe los cinco primeros términos de la sucesión de las alturas que alcanza el balón antes de volver a caer.

b) **[0,5 puntos]** Cuando toca el suelo por décima vez, ¿cuántos metros ha recorrido el balón?

Indicación: para hacer este apartado usa la calculadora con un redondeo a cinco cifras decimales.

c) **[0,5 punto]** Si el balón estuviera botando “infinitamente”, ¿cuántos metros recorrería?

Soluciones

1. Realiza las siguientes operaciones en las que aparecen radicales.

$$a) (-3\sqrt{2})^2 = (-3)^2 \sqrt{2}^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

$$b) -5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{7} = -10\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{7} = -40\sqrt{42}$$

$$c) \frac{4\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{5}}{(2\sqrt{2})^2} = \frac{64\sqrt{15}}{2^2 \sqrt{2}^2} = \frac{64\sqrt{15}}{4 \cdot 2} = \frac{64\sqrt{15}}{8} = 8\sqrt{15}$$

2. Extrae de la raíz todos los factores que sea posible. Para ello tienes que factorizar previamente el radicando.

$$a) \sqrt{648} = \sqrt{2^3 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3^2 \sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

$$b) \sqrt{6750} = \sqrt{2 \cdot 3^3 \cdot 5^3} = 3 \cdot 5 \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5} = 15\sqrt{30}$$

3. Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.

$$a) 5\sqrt{18} - \sqrt{8} + 2\sqrt{72} = 5\sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2^3} + 2\sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 5 \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} = \\ = 15\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = (15 - 2 + 12)\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$$

$$b) 2\sqrt{24} - 5\sqrt{54} + 12\sqrt{600} = 2\sqrt{2^3 \cdot 3} - 5\sqrt{2 \cdot 3^3} + 12\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2} = \\ = 2 \cdot 2\sqrt{2 \cdot 3} - 5 \cdot 3\sqrt{2 \cdot 3} + 12 \cdot 2 \cdot 5\sqrt{2 \cdot 3} = 4\sqrt{6} - 15\sqrt{6} + 120\sqrt{6} = 109\sqrt{6}$$

4. En una progresión aritmética se sabe que el término que ocupa el tercer lugar es 1 y el término que ocupa el séptimo lugar es 13. Calcula:

a) La diferencia, el primer término y el término general.

$$a_7 = a_3 + (7-3)d \Rightarrow 13 = 1 + 4d \Rightarrow 12 = 4d \Rightarrow d = 3.$$

$$a_7 = a_1 + (7-1)d \Rightarrow 13 = a_1 + 6 \cdot 3 \Rightarrow 13 = a_1 + 18 \Rightarrow a_1 = -5.$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -5 + (n-1) \cdot 3 \Rightarrow a_n = -5 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n - 8.$$

b) La suma de los veinte primeros términos.

$$a_{20} = a_1 + (20-1)d \Rightarrow a_{20} = -5 + 19 \cdot 3 \Rightarrow a_{20} = -5 + 57 \Rightarrow a_{20} = 52.$$

$$S = \frac{(a_1 + a_{20})20}{2} = \frac{(-5 + 52)20}{2} = \frac{47 \cdot 20}{2} = \frac{940}{2} = 470.$$

5. Dada la progresión geométrica: $6 ; 4 ; \frac{8}{3} ; \frac{16}{9} ; \frac{32}{27} ; \dots$, calcula:

a) La razón y el término que ocupa el séptimo lugar (debes expresarlos simplificados en forma de fracción).

$$r = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$a_7 = a_1 \cdot r^{7-1} \Rightarrow a_7 = 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 6 \cdot \frac{64}{729} = \frac{384}{729} = \frac{128}{243}$$

El término que ocupa el séptimo lugar también se puede calcular multiplicando por la razón el quinto y luego el sexto:

$$a_5 = \frac{32}{27} \Rightarrow a_6 = \frac{32}{27} \cdot \frac{2}{3} = \frac{64}{81} \Rightarrow a_7 = \frac{64}{81} \cdot \frac{2}{3} = \frac{128}{243}$$

- b) Usar la fórmula de la suma para calcular la suma de los cinco primeros términos (valor exacto).

$$S = \frac{6 \cdot \left(\left(\frac{2}{3} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{6 \left(\frac{32}{243} - 1 \right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{6 \left(\frac{32}{243} - \frac{243}{243} \right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{6 \left(-\frac{211}{243} \right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1266}{243}}{-\frac{1}{3}} = \frac{3798}{243} = \frac{422}{27}$$

- c) La suma de todos los términos de la progresión (valor exacto).

Como la razón es menor que uno podemos aplicar la siguiente fórmula: $S = \frac{a_1}{1-r}$. Entonces:

$$S = \frac{6}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = \frac{6 \cdot 3}{1} = \frac{18}{1} = 18.$$

Problema

6. Un balón de baloncesto se deja caer desde una altura de 50 metros y cada vez que bota sube a una altura igual a $\frac{3}{5}$ de la máxima altura conseguida anteriormente.

- a) Escribe los cinco primeros términos de la sucesión de las alturas que alcanza el balón antes de volver a caer.

$$a_1 = 50 ; a_2 = 50 \cdot \frac{3}{5} = \frac{150}{5} = 30 ; a_3 = 30 \cdot \frac{3}{5} = \frac{90}{5} = 18 ; a_4 = 18 \cdot \frac{3}{5} = \frac{54}{5} ; a_5 = \frac{54}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{162}{25}$$

Por tanto, los 5 primeros términos son: 50 ; 30 ; 18 ; $\frac{54}{5}$; $\frac{162}{25}$

- b) Cuando toca el suelo por décima vez, ¿cuántos metros ha recorrido el balón?

Indicación: para hacer este apartado usa la calculadora con un redondeo a cinco cifras decimales.

Tenemos que calcular la suma de los 10 primeros términos de la progresión.

$$S = \frac{50 \cdot \left(\left(\frac{3}{5} \right)^{10} - 1 \right)}{\frac{3}{5} - 1} = \frac{50 \cdot (0,6^{10} - 1)}{0,6 - 1} = \frac{50 \cdot (0,00605 - 1)}{-0,4} = \frac{50 \cdot (-0,99395)}{-0,4} = \frac{-49,6975}{-0,4} = 124,24375$$

Por tanto, el balón ha recorrido 124,24375 metros.

- c) Si el balón estuviera botando “infinitamente”, ¿cuántos metros recorrería?

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{50}{1-0,6} = \frac{50}{0,4} = 125 \text{ metros.}$$