

1. [1 punto] Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros.

a) $10 + 4 \cdot [6 - 3 \cdot (5 - 2)] + 12 : (4 - 2)^2$ b) $[11 - 5 \cdot \sqrt{9} + 8 : (-4)]^2 \cdot [60 + 5 - 7 \cdot (-3)^2]$

2. Contesta a los dos apartados siguientes relacionados con fracciones equivalentes.

a) [0,6 puntos] Copia y completa, razonadamente, los términos que faltan: $\frac{\quad}{4} = \frac{15}{60} = \frac{\quad}{-84} = \frac{60}{\quad}$

b) [0,4 puntos] Calcula, razonadamente, la fracción irreducible de $\frac{660}{900}$

3. [1,5 puntos] Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas.

a) $2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right)$ b) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5} - \frac{2}{3 - \frac{1}{2}}$ c) $1 + \frac{3}{4} \cdot \left[\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)\right]$

4. [1,5 puntos] Di qué tipo de decimal es cada uno de los siguientes y, en su caso, di cual es el período. Finalmente, exprésalos en forma de fracción.

a) 1,023

b) 0,105

c) 2,57

5. [1 punto] Indica cuál es el **menor conjunto numérico** al que pertenecen los siguientes números (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q}). Si crees que alguno no pertenece a \mathbb{Q} indícalo también, diciendo que es irracional.

a) $\sqrt{81}$

b) 1,23

c) 1,01001000100001...

d) -200

e) $0,\hat{9}$

6. [2 puntos] Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo.**

Sugerencia: a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos. ¡¡Utilízala en los apartados b) y d)!!

a) $\frac{(-5)^{-4}}{(5^2)^3 \cdot (-5)^{-8}}$

b) $\frac{9^2 \cdot 2^9 \cdot 8^{-1}}{4^3 \cdot 12 \cdot 3^{-6} \cdot 8}$

c) $\left[(-2)^{-3}\right]^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-3}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4^{-1}}\right)^6 \cdot 4^{-3}$

7. [1 punto] Opera y expresa el resultado en notación científica.

a) $0,41 \cdot 10^{10} + 63 \cdot 10^8 - 0,5 \cdot 10^9$

b) $\frac{4 \cdot 10^6}{(1,5 \cdot 10^{-8} + 0,25 \cdot 10^{-7}) \cdot (2 \cdot 10^{12})}$

Problema

8. [1 punto] De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. El ayuntamiento expropió los 3200 m² restantes para un parque público. ¿Cuál era la superficie del solar?



Soluciones

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros.

$$\begin{aligned} \text{a) } 10 + 4 \cdot [6 - 3 \cdot (5 - 2)] + 12 : (4 - 2)^2 &= 10 + 4 \cdot [6 - 3 \cdot 3] + 12 : 2^2 = 10 + 4 \cdot [6 - 9] + 12 : 4 = \\ &= 10 + 4 \cdot (-3) + 3 = 10 - 12 + 3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } [11 - 5 \cdot \sqrt{9} + 8 : (-4)]^2 \cdot [60 + 5 - 7 \cdot (-3)^2] &= [11 - 5 \cdot 3 + 8 : (-4)]^2 \cdot [60 + 5 - 7 \cdot 9] = \\ &= [11 - 15 - 2]^2 \cdot [60 + 5 - 63] = (-6)^2 \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72 \end{aligned}$$

2. Contesta a los dos apartados siguientes relacionados con fracciones equivalentes.

a) Se utiliza el concepto de fracciones equivalentes (si se multiplica en cruz los resultados coinciden).

$$\frac{1}{4} = \frac{15}{60} = \frac{-21}{-84} = \frac{60}{240}$$

b) Se puede hacer dividiendo sucesivamente entre divisores comunes al numerador o al denominador, o se puede hacer de una sola vez dividiendo entre el máximo común divisor:

$$\frac{660}{900} = \frac{330}{450} = \frac{165}{225} = \frac{55}{75} = \frac{11}{15} \quad (\text{en este caso se ha dividido sucesivamente entre 2, entre 3 y entre 5}).$$

$$\frac{660}{900} = \frac{11}{15} \quad (\text{en este caso se ha dividido directamente entre el máximo común divisor de 660 y 900, que es 60}).$$

3. Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right) &= 2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{5}{6} \right) = 2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{6} = 2 + \frac{15}{8} - \frac{6}{12} = \\ &= \frac{48}{24} + \frac{45}{24} - \frac{12}{24} = \frac{81}{24} = \frac{27}{8} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} : \frac{4}{5} - \frac{2}{3 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} : \frac{4}{5} - \frac{2}{\frac{6-1}{2}} = \frac{1}{2} : \frac{4}{5} - \frac{2}{\frac{5}{2}} = \frac{5}{8} - \frac{4}{5} = \frac{25}{40} - \frac{32}{40} = -\frac{7}{40}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 1 + \frac{3}{4} \cdot \left[\left(2 - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - 1 \right) \right] &= 1 + \frac{3}{4} \cdot \left[\left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{3} \right) \right] = 1 + \frac{3}{4} \cdot \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \right] = \\ &= 1 + \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{9}{4} + \frac{3}{12} \right] = 1 + \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{27}{12} + \frac{3}{12} \right] = 1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{30}{12} = 1 + \frac{90}{48} = \frac{48}{48} + \frac{90}{48} = \frac{138}{48} = \frac{23}{8} \end{aligned}$$

4. Di qué tipo de decimal es cada uno de los siguientes y, en su caso, di cual es el período. Finalmente, exprésalos en forma de fracción.

a) 1,023. Es decimal periódico mixto. El período es 23. Hallemos su expresión en forma de fracción:

$$\left. \begin{aligned} 1000x &= 1023,232323\dots \\ 10x &= 10,232323\dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow 990x = 1013 \Rightarrow x = \frac{1013}{990}$$

b) 0,105. Es decimal periódico puro. El período es 105. Hallemos su expresión en forma de fracción:

$$\left. \begin{aligned} 1000x &= 105,105105105\dots \\ x &= 0,105105105\dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow 999x = 105 \Rightarrow x = \frac{105}{999} = \frac{35}{333}$$

c) 2,57. Es decimal exacto. En forma de fracción es: $2,57 = \frac{257}{100}$



5. Indica cuál es el **menor conjunto numérico** al que pertenecen los siguientes números (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q}). Si crees que alguno no pertenece a \mathbb{Q} indícalo también, diciendo que es irracional.

a) $\sqrt{81} = 9 \in \mathbb{N}$.

b) $1,23 = \frac{122}{99} \in \mathbb{Q}$, porque es decimal periódico puro y por tanto tendrá una expresión en forma de fracción.

c) 1,01001000100001... es irracional porque tiene infinitas cifras decimales sin formar período (no se puede poner en forma de fracción).

d) $-200 \in \mathbb{Z}$.

e) $0,\hat{9} = \frac{9}{9} = 1 \in \mathbb{N}$.

6. Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo.

a) $\frac{(-5)^{-4}}{(5^2)^3 \cdot (-5)^{-8}} = \frac{5^{-4}}{5^6 \cdot 5^{-8}} = \frac{5^{-4}}{5^{-2}} = 5^{-4-(-2)} = 5^{-2}$

b) $\frac{9^2 \cdot 2^9 \cdot 8^{-1}}{4^3 \cdot 12 \cdot 3^{-6} \cdot 8} = \frac{(3^2)^2 \cdot 2^9 \cdot (2^3)^{-1}}{(2^2)^3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3^{-6} \cdot 2^3} = \frac{3^4 \cdot 2^9 \cdot 2^{-3}}{2^6 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3^{-6} \cdot 2^3} = \frac{2^6 \cdot 3^4}{2^{11} \cdot 3^{-5}} = 2^{-5} \cdot 3^9$

c) $\left[(-2)^{-3}\right]^2 \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-3} = 2^6 \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-3} = 2^1 = 2$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4^{-1}}\right)^6 \cdot 4^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{(2^2)^{-1}}\right)^6 \cdot (2^2)^{-3} = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^{-12}} \cdot 2^{-6} = \frac{2^{-6}}{2^{-10}} = 2^{-6-(-10)} = 2^4 = 16$

7. Opera y expresa el resultado en notación científica.

a) $0,41 \cdot 10^{10} + 63 \cdot 10^8 - 0,5 \cdot 10^9 = 41 \cdot 10^8 + 63 \cdot 10^8 - 5 \cdot 10^8 = 99 \cdot 10^8 = 9,9 \cdot 10^9$

b) $\frac{4 \cdot 10^6}{(1,5 \cdot 10^{-8} + 0,25 \cdot 10^{-7}) \cdot (2 \cdot 10^{12})} = \frac{4 \cdot 10^6}{(1,5 \cdot 10^{-8} + 2,5 \cdot 10^{-8}) \cdot (2 \cdot 10^{12})} = \frac{4 \cdot 10^6}{(4 \cdot 10^{-8}) \cdot (2 \cdot 10^{12})} = \frac{4 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^4} = 0,5 \cdot 10^2 = 5 \cdot 10^1$

Problema

8. De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. El ayuntamiento expropió los 3200 m² restantes para un parque público. ¿Cuál era la superficie del solar?

Si se vendieron $\frac{2}{3}$, quedó $\frac{1}{3}$ de la superficie del solar.

Luego se vendieron $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba, es decir, $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}$, que es $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.

La fracción del solar que quedó fue de $1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{9}{9} - \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$, que son 3200 m².

Por tanto la superficie del solar es de $9 \cdot 3200 = 28800$ m².