

1. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación combinada con números enteros:

$$12 - 12 : \left[2 - (-8 : 2 - (-3)) + (-3)^2 \right] \cdot |-\sqrt{81}|$$

2. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación con fracciones y simplifica el resultado.

$$\frac{1}{35} : \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5} \right) - \frac{4}{13} \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \right]$$

3. **[1 punto]** Juan ha gastado $18/45$ de sus ahorros, María $21/35$ y Pedro $4/5$. ¿Quién ha gastado más? (no vale pasar a decimal).

4. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes decimales, indicar de qué tipo se trata (exacto, periódico mixto o periódico puro), y hallar su fracción generatriz:

a) $2,21$; b) $2,0\overline{3}$; c) $20,5$

5. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes números, indicar si son racionales o irracionales, indicando el porqué.

a) $2,\overline{6}$; b) $\sqrt{2}$; c) $\frac{5}{3}$; d) π

6. **[1 punto]** Calcula, indicando todos los pasos necesarios, y **expresa el resultado en notación científica**.

a) $(2 \cdot 10^3)^5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-7}$; b) $\frac{5 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^{-6}}$

7. **[3 puntos]** Operaciones con polinomios:

a) Opera y simplifica: $(2x^2 + x - 2)(x^2 - 3x + 2) - (5x^3 - 3x^2 + 4)$

b) Dados $P(x) = 4x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 1$ y $Q(x) = 4x^3 - 4x^2 + 2x$ efectúa la división $P(x) : Q(x)$ e indica explícitamente el cociente y el resto de la misma.

c) Efectuar la división $(2x^4 - 4x^3 + 2x - 2) : (x + 2)$ por Ruffini, indicando explícitamente el cociente y el resto.

8. **[4 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones:

a) $4x^2 - 9x = 0$; b) $2x^2 - 7x - 4 = 0$;

c) $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$ (por reducción) ; d) $\begin{cases} 3x - y = -9 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ (por sustitución o igualación)

9. **[1 punto]** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1,1)$ y $(7,3)$.

10. **[1 punto]** Dada la parábola $y = x^2 - 6x + 5$, se pide:

- a) Puntos de corte con los ejes.
b) Vértice.
c) Representación gráfica.

Soluciones

1. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación combinada con números enteros:

$$12 - 12 : \left[2 - (-8 : 2 - (-3)) + (-3)^2 \right] \cdot |-\sqrt{81}| = 12 - 12 : \left[2 - (-4 + 3) + 9 \right] \cdot |-9| = 12 - 12 : \left[2 - (-1) + 9 \right] \cdot 9 = \\ = 12 - 12 : [2 + 1 + 9] \cdot 9 = 12 - 12 : 12 \cdot 9 = 12 - 1 \cdot 9 = 12 - 9 = 3$$

2. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación con fracciones y simplifica el resultado.

$$\frac{1}{35} : \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5} \right) - \frac{4}{13} \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \right] = \frac{1}{35} : \left(\frac{15}{35} - \frac{14}{35} \right) - \frac{4}{13} \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{4} \right) \right] = \frac{1}{35} : \frac{1}{35} - \frac{4}{13} \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(-\frac{3}{4} \right) \right] = \\ = \frac{1 \cdot 35}{35 \cdot 1} - \frac{4}{13} \cdot \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right] = \frac{35}{35} - \frac{4}{13} \cdot \left[\frac{4}{12} + \frac{9}{12} \right] = 1 - \frac{4}{13} \cdot \frac{13}{12} = 1 - \frac{4}{12} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

3. **[1 punto]** Juan ha gastado $18/45$ de sus ahorros, María $21/35$ y Pedro $4/5$. ¿Quién ha gastado más? (no vale pasar a decimal).

El mínimo común múltiplo de 45, 35 y 5 es 315. Reduciendo las tres fracciones a común denominador tenemos:

$$\frac{18}{45} = \frac{126}{315} ; \frac{21}{35} = \frac{189}{315} ; \frac{4}{5} = \frac{252}{315} . \text{ Ahora está claro que } \frac{126}{315} < \frac{189}{315} < \frac{252}{315} . \text{ Entonces: } \frac{18}{45} < \frac{21}{35} < \frac{4}{5} .$$

Por tanto, el que más ha gastado ha sido Pedro.

4. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes decimales, indicar de qué tipo se trata (exacto, periódico mixto o periódico puro), y hallar su fracción generatriz:

a) $2,21$. Periódico puro. Fracción generatriz: $\frac{221 - 2}{99} = \frac{219}{99}$.

b) $2,0\bar{3}$. Periódico mixto. Fracción generatriz: $\frac{203 - 20}{90} = \frac{183}{90} = \frac{61}{30}$.

c) $20,5$. Decimal exacto. Fracción generatriz: $\frac{205}{10} = \frac{41}{2}$.

5. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes números, indicar si son racionales o irracionales, indicando el porqué.

a) $2,\bar{6}$. Racional, porque todo decimal periódico se puede poner en forma de fracción.

b) $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$ Irracional, porque tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente.

c) $\frac{5}{3}$. Es claramente un número racional (una razón entre dos números naturales).

d) $\pi = 3,141592654\dots$ Irracional, porque tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente.

6. **[1 punto]** Calcula, indicando todos los pasos necesarios, y **expresa el resultado en notación científica**.

a) $(2 \cdot 10^3)^5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-7} = 2^5 \cdot 10^{15} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} = 2^4 \cdot 10^8 = 16 \cdot 10^8 = 1,6 \cdot 10^9$

b) $\frac{5 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^{-6}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{10^7}{10^{-6}} = 2,5 \cdot 10^{7-(-6)} = 2,5 \cdot 10^{13}$

7. [3 puntos] Operaciones con polinomios:

a) Opera y simplifica:

$$\begin{aligned} & (2x^2 + x - 2)(x^2 - 3x + 2) - (5x^3 - 3x^2 + 4) = \\ & = 2x^4 - 6x^3 + 4x^2 + x^3 - 3x^2 + 2x - 2x^2 + 6x - 4 - 5x^3 + 3x^2 - 4 = 2x^4 - 10x^3 + 2x^2 + 8x - 8 \end{aligned}$$

b) Dados $P(x) = 4x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 1$ y $Q(x) = 4x^3 - 4x^2 + 2x$ efectúa la división $P(x):Q(x)$ e indica explícitamente el cociente y el resto de la misma.

$$\begin{array}{r} 4x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 0x + 1 \quad \Big| \quad 4x^3 - 4x^2 + 2x \\ -4x^4 + 4x^4 - 2x^3 \\ \hline -4x^4 + 0x^3 + 2x^2 + 0x + 1 \\ +4x^4 - 4x^3 + 2x^2 \\ \hline -4x^3 + 4x^2 + 0x + 1 \\ +4x^3 - 4x^2 + 2x \\ \hline +2x + 1 \end{array}$$

El cociente es $C(x) = x^2 - x - 1$ y el resto es $R(x) = 2x + 1$.

c) Efectuar la división $(2x^4 - 4x^3 + 2x - 2):(x + 2)$ por Ruffini, indicando explícitamente el cociente y el resto.

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 \\ -2 & & -4 & 16 & -32 & 60 \\ \hline & 2 & -8 & 16 & -30 & 58 \end{array}$$

El cociente es $C(x) = 2x^3 - 8x^2 + 16x - 30$ y el resto es $R(x) = 58$.

8. [4 puntos] Resolver las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones:

a) $4x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(4x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4x - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{9}{4} \end{cases}$

b) $2x^2 - 7x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} =$
 $= \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{16}{4} \Rightarrow x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{-2}{4} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$ (por reducción). Multiplicando la segunda ecuación por dos: $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 6x - 2y = -12 \end{cases}$. Ahora, sumando ambas ecuaciones tenemos: $8x = -8 \Rightarrow x = -1$. Sustituyendo en la primera ecuación: $2x + 2(-1) = 4 \Rightarrow \Rightarrow 2x - 2 = 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$.

d) $\begin{cases} 3x - y = -9 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ (por sustitución o igualación). Despejando y de la primera ecuación: $y = 3x + 9$. Sustituyendo en la segunda ecuación: $2x + 3x + 9 = -1 \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2$. Sustituyendo a su vez este valor en, por ejemplo, la primera ecuación: $3(-2) - y = -9 \Rightarrow -6 - y = -9 \Rightarrow -6 + 9 = y \Rightarrow y = 3$.

9. [1 punto] Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1,1)$ y $(7,3)$.

La ecuación de la recta es de la forma $y = mx + n$. Como pasa por los puntos $(1,1)$ y $(7,3)$ podemos formar el siguiente sistema: $\begin{cases} 1 = m + n \\ 3 = 7m + n \end{cases}$. Restando ambas ecuaciones: $-2 = -6m \Rightarrow m = \frac{-2}{-6} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$. Sustituyendo m

en la primera ecuación: $1 = \frac{1}{3} + n \Rightarrow n = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow n = \frac{2}{3}$. Así pues, la ecuación de la recta es $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

10. [1 punto] Dada la parábola $y = x^2 - 6x + 5$, se pide:

a) Puntos de corte con los ejes.

Con el eje X , hacemos $y = 0$. Entonces $x^2 - 6x + 5 = 0$. Las soluciones de la ecuación de segundo grado anterior son $x = 5$ y $x = 1$. Por tanto, los puntos de corte con el eje X son $(5,0)$ y $(1,0)$.

Con el eje Y , hacemos $x = 0$. Entonces $y = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 \Rightarrow y = 5$. Por tanto, el punto de corte con el eje Y es el $(0,5)$.

b) Vértice.

La coordenada x del vértice viene dada por la expresión $x = -\frac{b}{2a}$. Entonces $x = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$. Para hallar la coordenada y de la parábola sustituimos la coordenada $x = 3$ en la ecuación de tal parábola: $y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 - 18 + 5 \Rightarrow y = -4$. Por tanto, el vértice es el punto $V(3, -4)$.

c) Representación gráfica.

