1. **[0,5 puntos]** Utiliza la regla de Ruffini para efectuar la división del polinomio x^4-8x^2+5x+5 entre el polinomio $x+3$. Escribe en cada caso el cociente y el resto de la división.

2. **[2 puntos; 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado. Si es posible, simplifica los resultados.

$$\text{a) } \frac{-x+2}{5}-\frac{1-2x}{3}=\frac{x-1}{2}-\frac{5-7x}{15} \quad ; \quad \text{b) } \frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3}+1\right)+x=\frac{3}{4}\left(x-\frac{2}{3}\right)$$

3. **[2 puntos; 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$\text{a) } \frac{x(x-1)}{3}-\frac{x(x+1)}{4}+\frac{3x+4}{12}=0 \quad ; \quad \text{b) } \frac{x(x-3)}{2}+\frac{x(x-2)}{4}=\frac{(3x-2)^2}{8}-1$$

Indicación: En el apartado b), debes desarrollar $(3x-2)^2$ usando una igualdad notable o haciendo el producto $(3x-2)\cdot(3x-2)$

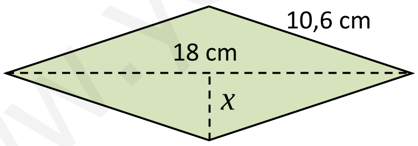
4. **[1 punto]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno.

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=x-\dfrac{5}{12} \\ \dfrac{y}{3}-\dfrac{x}{5}=\dfrac{1}{15}(x+y) \end{cases}$$

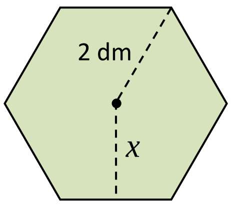
5. **[1 punto]** Se han consumido las $\frac{5}{7}$ partes de un bidón. Reponemos 8 litros y queda lleno en sus $\frac{2}{5}$ partes. Calcula la capacidad del bidón.

6. **[2 puntos; 1 punto por apartado]** Halla la longitud de x en cada una de las siguientes figuras. Para ello, utiliza adecuadamente el teorema de Pitágoras. Luego calcula el área de cada una de ellas.

a)

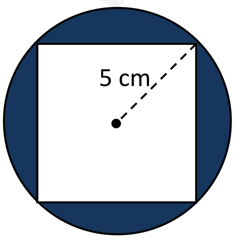


b)

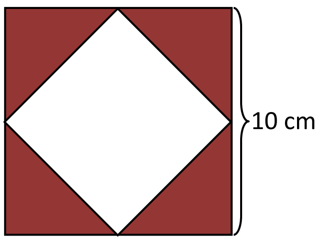


7. **[1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado]** Halla el perímetro y el área **de las regiones sombreadas** en estas figuras:

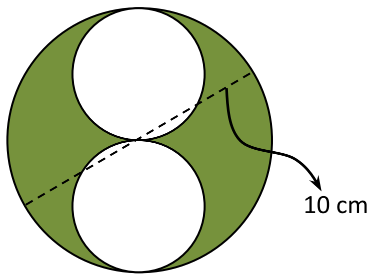
a)



b)



c)



Soluciones

1. Utiliza la regla de Ruffini para efectuar la división del polinomio x^4-8x^2+5x+5 entre el polinomio $x+3$. Escribe en cada caso el cociente y el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -8 & 5 & 5 \\ -3 & & -3 & 9 & -3 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & 1 & 2 & \boxed{-1} \end{array}$$

Cociente: x^3-3x^2+x+2 ; Resto: -1

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado. Si es posible, simplifica los resultados.

a) $$\frac{-x+2}{5}-\frac{1-2x}{3}=\frac{x-1}{2}-\frac{5-7x}{15}\Rightarrow 6(-x+2)-10(1-2x)=15(x-1)-2(5-7x)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -6x+12-10+20x=15x-15-10+14x\Rightarrow -6x+20x-15x-14x=-15-10-12+10\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -15x=-27\Rightarrow x=\frac{-27}{-15}\Rightarrow x=\frac{9}{5}$$

b) $$\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3}+1\right)+x=\frac{3}{4}\left(x-\frac{2}{3}\right)\Rightarrow\frac{3x-3}{15}+\frac{3}{5}+x=\frac{3x}{4}-\frac{6}{12}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4(3x-3)+12\cdot 3+60x=15\cdot 3x-5\cdot 6\Rightarrow 12x-12+36+60x=45x-30\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 12x+60x-45x=-30+12-36\Rightarrow 27x=-54\Rightarrow x=\frac{-54}{27}\Rightarrow x=-2$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $$\frac{x(x-1)}{3}-\frac{x(x+1)}{4}+\frac{3x+4}{12}=0\Rightarrow 4x(x-1)-3x(x+1)+3x+4=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x^2-4x-3x^2-3x+3x+4=0\Rightarrow x^2-4x+4=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{4\pm 0}{2}=\frac{4}{2}\Rightarrow x=2$$

b) $$\frac{x(x-3)}{2}+\frac{x(x-2)}{4}=\frac{(3x-2)^2}{8}-1\Rightarrow\frac{x^2-3x}{2}+\frac{x^2-2x}{4}=\frac{9x^2-12x+4}{8}-1\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4\left(x^2-3x\right)+2\left(x^2-2x\right)=9x^2-12x+4-8\Rightarrow 4x^2-12x+2x^2-4x=9x^2-12x+4-8\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -3x^2-4x+4=0\Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot(-3)\cdot 4}}{2\cdot(-3)}=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{-6}=\frac{4\pm\sqrt{64}}{-6}=$$
$$=\frac{4\pm 8}{-6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{4+8}{-6}=\dfrac{12}{-6}\Rightarrow x_1=-2 \\ x_2=\dfrac{4-8}{-6}=\dfrac{-4}{-6}\Rightarrow x_2=\dfrac{2}{3}\end{cases}$$

4. Resuelve el siguiente sistemas de ecuaciones por el método que consideres más oportuno.

$$\begin{cases}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=x-\dfrac{5}{12} \\ \dfrac{y}{3}-\dfrac{x}{5}=\dfrac{1}{15}(x+y)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x+3y=12x-5 \\ 5y-3x=x+y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-8x+3y=-5 \\ -4x+4y=0\end{cases}$$. Despejando x de la segunda ecuación se tiene: $-4x=-4y\Rightarrow x=\frac{-4y}{-4}\Rightarrow x=y$. Sustituyendo en la primera: $-8x+3x=-5\Rightarrow -5x=-5\Rightarrow x=1$.

Por tanto las soluciones son $x=1$, $y=1$.

5. Se han consumido las $5/7$ partes de un bidón. Reponemos 8 litros y queda lleno en sus $2/5$ partes. Calcula la capacidad del bidón.

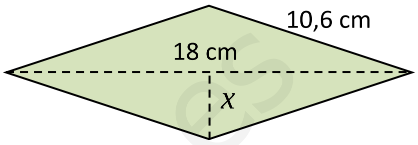
Sea x la capacidad del bidón. Si se han consumido $5/7$ partes del mismo, quedan $2/7$ partes. Por tanto, según el enunciado, podemos plantear la siguiente ecuación: $\frac{2}{7}x+8=\frac{2}{5}x$. Resolviéndola:

$$\frac{2}{7}x+8=\frac{2}{5}x \Rightarrow 10x+280=14x \Rightarrow 10x-14x=-280 \Rightarrow -4x=-280 \Rightarrow x=\frac{-280}{-4} \Rightarrow x=70$$

Por tanto, la capacidad del bidón es de 70 litros.

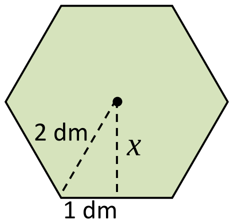
6. Halla la longitud de x en cada una de las siguientes figuras. Para ello, utiliza adecuadamente el teorema de Pitágoras. Luego calcula el área de cada una de ellas.

a) Aplicando el teorema de Pitágoras en cualquiera de los triángulos de la parte de abajo, tenemos: $10,6^2=x^2+9^2 \Rightarrow x^2=10,6^2-9^2 \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2=112,36-81 \Rightarrow x^2=31,36 \Rightarrow x=5,6$ cm



Por tanto, el área del rombo es: $A=\frac{D\cdot d}{2}=\frac{18\cdot 11,2}{2}=100,8$ cm².

b) Recordemos en primer lugar que, en el hexágono, la longitud del lado es igual a la longitud del radio. Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo formado por el radio, la apotema y la mitad del lado tenemos:



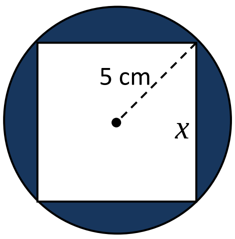
$$2^2=x^2+1^2 \Rightarrow 4=x^2+1 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=1,73\,\text{dm}$$

El perímetro del hexágono es $2\cdot 6=12$ cm. Por tanto, el área del hexágono es

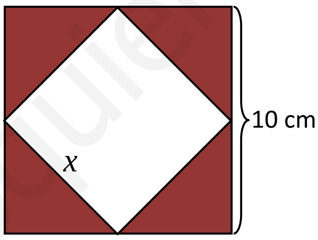
$$A=\frac{perímetro\cdot apotema}{2}=\frac{12\cdot 1,73}{2}=10,38\,\text{dm}^2.$$

7. Halla el perímetro y el área **<u>de las regiones sombreadas</u>** en estas figuras:

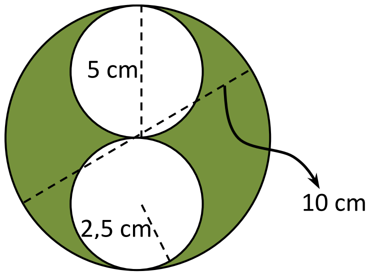
a)



b)



c)



En todos los casos llamaremos A_{RS} al área de la región sombreada y P a su perímetro.

a) Llamemos x al lado del cuadrado. Entonces: $10^2=x^2+x^2 \Rightarrow 2x^2=100 \Rightarrow x^2=50 \Rightarrow x=7,07$ cm. Por tanto, el área y el perímetro de la región sombreada son:

$$A_{RS}=A_{círculo}-A_{cuadrado}=\pi\cdot 5^2-7,07^2=78,54-50=28,54\text{ cm}^2$$
$$P=P_{círculo}+P_{cuadrado}=2\cdot\pi\cdot 5+4\cdot 7,07=31,42+28,28=59,7\text{ cm}$$

b) Llamemos x al lado del cuadrado del interior. Entonces $x^2=5^2+5^2=25+25=50 \Rightarrow x=7,07$ cm. El área A_{RS} de la parte sombreada es igual al área del cuadrado grande menos el área del cuadrado pequeño:

$$A_{RS}=10^2-7,07^2=100-50=50\text{ cm}^2$$

El perímetro será igual a la suma de los perímetros del cuadrado grande y del cuadrado pequeño:

$$P=4\cdot 10+4\cdot 7,07=40+28,28=68,28\text{ cm}$$

c) El área del círculo grande, A_{CG}, es $A_{CG}=\pi\cdot 5^2=78,54$ cm²

El área del círculo pequeño, A_{CP}, es $A_{CP}=\pi\cdot 2,5^2=19,63$ cm²

Por tanto, el área y el perímetro de la región sombreada son:

$$A_{RS}=A_{CG}-2\cdot A_{CP}=78,54-2\cdot 19,63=78,54-39,26=39,28\text{ cm}^2$$
$$P=P_{CG}+2P_{CP}=2\cdot\pi\cdot 5+2\left(2\cdot\pi\cdot 2,5\right)=31,42+31,42=62,84\text{ cm}$$