Ejercicios de rectas:

Resumen de teoría:

Ecuación vectorial.

$$\boxed{\begin{array}{c}\overline{r} = \overline{r}_0 + \overline{v}_0 t \\ (x, y) = (x_0, y_0) + (v_x, v_y)t\end{array}}$$

Ecuación paramétrica.

$$\boxed{\left.\begin{array}{l}x = x_0 + v_x t \\ y = y_0 + v_y t\end{array}\right\}}$$

Ecuación continua.

$$\boxed{\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}}$$

Ecuación punto pendiente.

$$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y} \rightarrow y - y_0 = \frac{v_y}{v_x}(x - x_0)$$

$$\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$$

Ecuación explícita.

$$y = mx - mx_0 + y_0 \rightarrow \boxed{y = mx + n}$$

Ecuación implícita:

$$\boxed{ax + by + c = 0}$$

Ecuación de la recta que pasa por 2 puntos:

$$\boxed{\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}}$$

Pendiente de una recta:

$$\boxed{m = -\frac{a}{b} = \frac{v_y}{v_x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}$$

Ejercicios de tipos de rectas:

1º Encuentra la ecuación vectorial, paramétrica y continua de la recta que pasa por los puntos A = (3, 2) y B = (1, –1).
Sol: $(x, y) = (3, 2) + t\cdot(2, 3)$; $\{x = 3 + 2\cdot t;\ y = 2 + 3\cdot t\}$; $(x – 3)/2 = (y – 2)/3$.

2º Escribe en formas explícita y continua la ecuación de la recta: $2x + 3y = 6$.
Sol: $y = (–2/3)x + 2$; $(x – 3)/3 = y/(–2)$.

3º Dada la recta r: $x + 3y + 2 = 0$, en forma implícita, escribirla en forma explícita, continua y vectorial. **Sol:** $y = (–1/3)x-2/3$; $(x – 1)/3 = (y + 1)/(–1)$; $(x, y) = (1, –1)+ t\cdot(3, –1)$.

4º ¿Cuál es la ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos P = (2, 1) y Q = (1, –2). ¿Para qué valores del parámetro se obtienen los puntos P y Q y el punto medio de P y Q?. **Sol:** $\{x = 2 + t;\ y = 1 + 3\cdot t\}$; $t = 0$; $t = –1$; $t = –1/2$.

5º Dada la recta r: $x + y + 1 = 0$, en forma implícita, escribirla en forma explícita, continua y vectorial. **Sol:** $y = – x – 1$; $(x – 1)/1 = y/(–1)$; $(x, y) = (1, 0)+ t\cdot(1, –1)$.

6º Escribe en forma explícita e implícita la ecuación de la recta $2x + y = 2$.
Sol: $y = – 2x + 2$; $2x + y – 2 = 0$.

7º Escribe la ecuación paramétrica y continua de la recta: $x + 2y = 4$.
Sol: $\{x = – 2\cdot t;\ y = 2 + t\}$; b) $x/(–2) = (y – 2)/1$

8º
a) ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(2, 2) y B(0, 4)?
b) Escribe las ecuaciones explícita e implícita de la recta que pasa por los puntos P(1, 4) y Q(2, 3).

Sol: a) $m = –1$; b) $y = –x + 5$; $x + y – 5 = 0$.

Elementos y características de la recta:

9º ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(0, 1) y B(3, 4)? **Sol:** $m = 1$.

10º ¿Cuál es el vector de dirección y la pendiente de las siguientes rectas?:
a) $y = 3x - 2$. b) $(x - 1)/2 = (y + 2)/4$
Sol: a) $\overline{v} = (1, 3)$; $m = 3$; b) $\overline{v} = (2, 4)$; $m = 2$.

Ejercicios de rectas que pasan por dos puntos:

11º Deduce la ecuación de la recta cuyos puntos de intersección con los ejes son A(6, 0) y B(0, –2). **Sol:** $x - 3y - 6 = 0$.

12º ¿Pertenece el punto P(3, 3) a la recta que pasa por los puntos A(1, –1) y B(2, 1)? **Sol:** Sí.

13º Determina el valor de k para que los puntos A(2, –1), B(1, 4) y C(k, 9) estén alineados.
Sol: $k = 0$.

Rectas paralelas y perpendiculares:

Pendiente en paralelas: $\boxed{m_{\parallel} = m}$ Pendiente en perpendiculares: $\boxed{m_{\perp} = -1/m}$

14º Calcula la ecuación de la recta perpendicular a r que pasa por el punto P en los casos:
a) $r \equiv \{x = 2 - 3t;\ y = 1 + t\}$ P(3, 1) b) $r \equiv \dfrac{(x-1)}{2} = \dfrac{y}{3}$ P(0, 5)
c) $r \equiv y = 2x - 1$ P(1, 2) d) $r \equiv 2x - 3y + 2 = 0$ P(0, 0)
Expresar los resultados en forma explicita.
Sol: a) $y = 3x - 8$; b) $y = -\dfrac{2}{3}x + 5$; c) $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{2}$; d) $y = -\dfrac{3}{2}x$.

15º Halla la ecuación de s que es perpendicular a $r \equiv x + y - 1 = 0$ y pasa por el punto A(2, 1).
Sol: $x - y - 1 = 0$.

16º Hallar la ecuación de la recta que pasa por B(3, 1) y es paralela a la que pasa por los puntos A(2, 0) y C(2, –1). **Sol:** $y = 1$.

17º Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la recta $x + y - 1 = 0$ que pasa por el punto A(2, 1). **Sol:** $x - y - 1 = 0$.

18º Halla la ecuación de la recta perpendicular a la recta $x + y - 1 = 0$ en el punto de abscisa 3.
Sol: $x - y - 5 = 0$.

19º Halla la ecuación de la recta perpendicular al vector $\overline{w}(2, 1)$ y que corta a $y = x - 2$ en el punto de ordenada 3. **Sol:** $2x + y - 13 = 0$

20º Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, –1) que es paralela a la que pasa por los puntos (2, 0) y (1, 3). **Sol:** $3x + y - 7 = 0$.

21º Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas:
$2x + 3y + 1 = 0$ $x - y - 2 = 0$
y es perpendicular a la recta $3x + 5y = 15$. **Sol:** Pto corte: (1, –1); $5x - 3y + 5 = 0$.

22º Halla la ecuación de la recta perpendicular a la $3x - 4y + 1 = 0$ que pasa por el punto (1, 0). **Sol:** $4x + 3y - 4 = 0$.

24º Calcula el valor de a y b para que las rectas:

$$r_1 \equiv ax - y + 2 = 0 \qquad r_2 \equiv bx + 6y - 9 = 0$$

sean perpendiculares y, además, la segunda pase por el punto P(1, 1). **Sol:** $a = 2$; $b = 3$.

25º Calcula el valor de m para que las rectas:

$$r_1 \equiv mx + 2y + 6 = 0 \qquad r_2 \equiv 2x + y - 1 = 0 \qquad r_3 \equiv x - y - 5 = 0$$

Pasen, las tres, por un mismo punto. **Sol:** $m = 0$; P(2, –3).

26º Determina m y n sabiendo que la recta $2x + ny = 0$ pasa por el punto (1, 2) y es paralela a la recta $mx - 2y + 3 = 0$. **Sol:** $m = 4$; $n = -1$.

27º Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv 3x + y - 3 = 0 \qquad r_2 \equiv -2x + ay - 8 = 0$$

Determinar *"a"* para que forman un ángulo de 45º. **Sol:** $a = 1$.

28º Dada la recta $mx - 3y + m - 4 = 0$. Calcular m para que:

a) Dicha recta pase por el punto (1, –2).
b) Dicha recta sea paralela a la recta (x – 1)/3 = (y – 2)/2.

Sol: a) $m = -1$; b) $m = 2$.

29º Hallar el valor de "a" y de "b" para que las rectas:

$$r_1 \equiv ax + 2y - 8 = 0 \qquad r_2 \equiv 2x + by - 3 = 0$$

se corten en el punto (2, 1). **Sol:** $a = 3$; $b = -1$.

30º Los puntos B(1,4) y C(8,3) son vértices de un triángulo rectángulo. Si BC es la hipotenusa, hallar el vértice A, sabiendo que está en la recta $y = x - 1$. **Sol:** (2,1), (7,6).

Ejercicios de distancias entre rectas:

31º Calcula la distancia entre las recta paralelas:

a) $r_1 \equiv x + y - 2 = 0$ y $r_2 \equiv x + y + 1 = 0$
b) $r_1 \equiv y - x + 3 = 0$ y $r_2 \equiv x - y + 2 = 0$

Sol: a) $3/\sqrt{2}$; b) $5/\sqrt{2}$.

32º Calcula la distancia entre las rectas paralelas:

$$r_1 \equiv 3x + 4y - 15 = 0 \qquad r_2 \equiv 3x + 4y - 40 = 0$$

Sol: 5.

33º Hallar la distancia entre las rectas:

$$r_1 \equiv 12x - 5y + 2 = 0 \qquad r_2 \equiv 12x - 5y + 5 = 0$$

Sol: 3/13.

34º Hallar un punto de la recta $r \equiv x + y - 2 = 0$ que equidiste de los puntos A(1, 3) y B(1, 1). **Sol:** (0, 2).

Problemas geométricos con puntos, segmentos y rectas:

35º Busca todos aquellos puntos P que estando situados sobre el segmento AB, A(1, 2) y B(4, –1) dividan a este en dos partes de tal forma que una parte sea el doble que la otra.
Sol: P = (2, 1); P' = (3, 0).

36º Las coordenadas del punto medio del segmento AB son (2, 1). Calcula las coordenadas del punto A sabiendo que las coordenadas de B son (1, 2). **Sol:** (3, 0).

37º Sabiendo que A(2, 4) y C(6, 0). Hallar las coordenadas del punto B de modo que:

$$\overline{CA} = \frac{\overline{CB}}{4}$$

Sol: (3, 3).

38º Se tiene el cuadrilátero ABCD con A(3, 2); B(1, –2); C(–1, –1); D(1, 3). Comprueba que es un paralelogramo y calcula su centro y su área. **Sol:** (1,1/2); A = 10 u^2.

39º Calcula el área del cuadrilátero de vértices A(2,0), B(4,4), C(0,3) y D(-2,-1). **Sol:** 14 u^2.

40º Dados los puntos:

A(1, 3) B(5, 7) C(7, 5) D(3, 1)

Calcula los puntos medios de sus lados y comprueba que forman un paralelogramo.
Sol: $P_{m,\mathrm{AB}} = (3,5)$, $P_{m,\mathrm{BC}} = (6,6)$, $P_{m,\mathrm{CD}} = (5,3)$, $P_{m,\mathrm{DA}} = (2,2)$.

41º Un cuadrado de vértice A en el punto (0, 1) y su centro el punto (2, 1). Calcula las coordenadas de los otros tres vértices. **Sol:** (2, 3), (4, 1), (2, –1)

42º De un cuadrado ACBD conocemos 2 vértices opuestos A(1, 2) y B(8, 3) Hallar sus otros dos vértices. **Sol:** C(4, 6), D(5, –1).

43º Un cuadrado tiene por vértices contiguos los puntos A(0, 3) y B(2, 5). Calcula sus otros 2 vértices. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?
Sol: Dos soluciones: C(2, 1), D(4, 3); C'(–2, 5), D'(0, 7).

44º Determina el vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que A(1, –2); B(3, –1) y C(0, 3). **Sol:** D(–2, 2).

45º Sean las rectas:

$$r_1 \equiv 2x + 3y - 4 = 0 \qquad r_2 \equiv x - 2y - 2 = 0$$
$$r_3 \equiv -4x - 6y + 22 = 0 \qquad r_4 \equiv 2x - 4y + 10 = 0$$

¿determinan un paralelogramo? En caso afirmativo calcular sus vértices.
Sol: (–1, 2), (1, 3), (4, 1), (2, 0).

46º Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv 2x - 3y - 3 = 0 \qquad r_2 \equiv 3x - y - 1 = 0 \qquad r_3 \equiv \{x = 3 - 4t;\ y = 1 + 2t\}$$

Calcula el área del triángulo que determinan. **Sol:** 5/2.

47º Calcula el área del triángulo que tiene sus vértices en los puntos A(1, 4), B(3, –2) y C(–1, 0). **Sol:** 10 u^2.