

1. **[2 puntos]** Usa la regla de Ruffini para factorizar el polinomio $p(x) = -2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$ y resolver la ecuación $p(x) = 0$.

2. **[1,5 puntos]** Resuelve la siguiente ecuación racional: $\frac{4}{x+1} - \frac{3(x-1)}{x-2} = 2$

3. **[3 puntos]** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. El primero tiene dos incógnitas y es no lineal. El segundo es lineal con tres incógnitas y debes resolverlo usando el método de Gauss.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + 1 - y = 0 \\ x - 1 = y - 2 \end{cases} ; \text{ b) } \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ -x + 2y - z = 0 \\ x + 5y - 3z = 2 \end{cases}$$

4. **[1,5 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Expresa la solución en forma de intervalo.

$$x^2 - 3x + 5 < 2(x+1) - 1$$

5. **[2 puntos]** Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es $m = -\frac{1}{2}$ y pasa por el punto $(-1, -2)$. Representarla gráficamente.

Soluciones

1. **[2 puntos]** Usa la regla de Ruffini para factorizar el polinomio $p(x) = -2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$ y resolver la ecuación $p(x) = 0$.

	-2	4	10	-12	
1		-2	2	12	
	-2	2	12	0	
-2		4	-12		
	-2	6	0		
3		-6			
	-2	0			

La factorización del polinomio es: $p(x) = -2(x-1)(x+2)(x-3)$. Las soluciones de la ecuación $p(x) = 0$ coinciden con las raíces del polinomio, es decir: $x = 1$, $x = -2$ y $x = 3$.

2. **[1,5 puntos]** Resuelve la siguiente ecuación racional: $\frac{4}{x+1} - \frac{3(x-1)}{x-2} = 2$

$$\frac{4}{x+1} - \frac{3(x-1)}{x-2} = 2 ; 4(x-2) - 3(x+1)(x-1) = 2(x+1)(x-2) ; 4x - 8 - 3x^2 + 3 = 2x^2 - 2x - 4 ;$$

$$-5x^2 + 6x - 1 = 0.$$

El determinante de la ecuación de segundo grado es: $\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = 36 - 20 = 16$. Por tanto:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-6 \pm 4}{-10} = \begin{cases} x_1 = \frac{-2}{-10} \Rightarrow x = \frac{1}{5} \\ x_2 = \frac{-10}{-10} \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

3. **[3 puntos]** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. El primero tiene dos incógnitas y es no lineal. El segundo es lineal con tres incógnitas y debes resolverlo usando el método de Gauss.

a) $\begin{cases} \frac{1}{x} + 1 - y = 0 \\ x - 1 = y - 2 \end{cases}$. Despejando y en la primera ecuación tenemos que $y = \frac{1}{x} + 1$. Sustituyendo este valor en

la segunda ecuación: $x - 1 = \frac{1}{x} + 1 - 2$; $x^2 - x = 1 + x - 2x$; $x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Para $x = -1$ es $y = \frac{1}{-1} + 1 \Rightarrow y = -1 + 1 \Rightarrow y = 0$. Para $x = 1$ es $y = \frac{1}{1} + 1 \Rightarrow y = 1 + 1 \Rightarrow y = 2$.

b) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ -x + 2y - z = 0 \\ x + 5y - 3z = 2 \end{cases} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 6 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & -3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{2f_2 + f_1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \\ 1 & 5 & -3 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{2f_3 - f_1} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 11 & -8 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{3f_3 - 11f_2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -24 & -72 \end{pmatrix}$

El sistema asociado es $\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3y = 6 \\ -24z = -72 \end{cases}$, cuyas soluciones son: $z = 3$, $y = 2$, $x = 1$.

4. **[1,5 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Expresa la solución en forma de intervalo.

$x^2 - 3x + 5 < 2(x+1) - 1$; $x^2 - 3x + 5 < 2x + 2 - 1$; $x^2 - 5x + 4 > 0$. Resolvemos la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Esto quiere decir que la inecuación de segundo grado es equivalente a $(x-1)(x-4) < 0$.

	$(-\infty, 1)$	$(1, 4)$	$(4, +\infty)$
$x-1$	-	+	+
$x-4$	-	-	+
$(x-1)(x-4)$	+	-	+

Por tanto, la solución es el intervalo $(1, 4)$.

5. **[2 puntos]** Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es $m = -\frac{1}{2}$ y pasa por el punto $(-1, -2)$. Representarla gráficamente.

La ecuación de la recta es $y = mx + n$. Como la recta pasa por los puntos tiene pendiente $-\frac{1}{2}$, la ecuación la podemos escribir así: $y = -\frac{1}{2}x + n$. Además, como la recta pasa por el punto $(-1, -2)$, tenemos que si $x = -1$, entonces $y = -2$, es decir: $-2 = -\frac{1}{2}(-1) + n \Rightarrow -2 = \frac{1}{2} + n \Rightarrow n = -2 - \frac{1}{2} \Rightarrow n = -\frac{5}{2}$.

Por tanto, la ecuación de la recta es $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$. Su representación gráfica es la siguiente:

