

1. **[1 punto]** Usa la regla de Ruffini para factorizar el polinomio $p(x) = -x^4 + 5x^3 - x^2 - 21x + 18$ y resolver la ecuación $p(x) = 0$.

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente ecuación racional: $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$

3. **[2 puntos]** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. El primero tiene dos incógnitas y es no lineal. El segundo es lineal con tres incógnitas y debes resolverlo usando el método de Gauss.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases} ; \text{ b) } \begin{cases} -x + y - z = -6 \\ x - 2y - 3z = -4 \\ 2x - 3y - z = 8 \end{cases}$$

4. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Expresa la solución en forma de intervalo.

$$2x^2 - 4x - 1 \geq (x - 2)(x + 2)$$

5. **[1 punto]** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(4, -1)$.

6. Dada la función cuadrática: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$, hallar.

a) **[0,6 puntos]** Puntos de corte con los ejes.

b) **[0,6 puntos]** Vértice.

c) **[0,8 puntos]** Representación gráfica (para ello tendrás que confeccionar una tabla de valores adecuada).

7. Dada la función $f(x) = \frac{2x-3}{-x+1}$, hallar:

a) **[0,6 puntos]** Puntos de corte con los ejes.

b) **[0,6 puntos]** Asíntota horizontal y asíntota vertical.

c) **[0,8 puntos]** Tabla de valores y representación gráfica aproximada.

Soluciones

1. **[1 punto]** Usa la regla de Ruffini para factorizar el polinomio $p(x) = -x^4 + 5x^3 - x^2 - 21x + 18$ y resolver la ecuación $p(x) = 0$.

	-1	5	-1	-21	18	
1		-1	4	3	-18	
	-1	4	3	-18	0	
-2		2	-12	18		
	-1	6	-9	0		
3		-3	9			
	-1	3	0			
3		-3				
	-1	0				

La factorización del polinomio es: $p(x) = -1(x-1)(x+2)(x-3)^2$. Las soluciones de la ecuación $p(x) = 0$ coinciden con las raíces del polinomio, es decir: $x = 1$, $x = -2$ y $x = 3$ (doble).

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente ecuación racional: $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$

$$\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4 ; 12(x-2) + 2x(x+1) = 12x(x-2) ; 12x - 24 + 2x^2 + 2x = 12x^2 - 24x ;$$

$$-10x^2 + 38x - 24 = 0 .$$

El determinante de la ecuación de segundo grado es: $\Delta = 38^2 - 4 \cdot (-10) \cdot (-24) = 1444 - 960 = 484$. Por tanto:

$$x = \frac{-38 \pm \sqrt{484}}{2 \cdot (-10)} = \frac{-38 \pm 22}{-20} = \begin{cases} x_1 = \frac{-16}{-20} \Rightarrow x = \frac{4}{5} \\ x_2 = \frac{-60}{-20} \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

3. **[2 puntos]** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. El primero tiene dos incógnitas y es no lineal. El segundo es lineal con tres incógnitas y debes resolverlo usando el método de Gauss.

a) $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$. Despejando y en la primera ecuación tenemos que $y = 2x - 1$. Sustituyendo este valor

en la segunda ecuación: $x^2 - 7 = 2x - 1 + 2$; $x^2 - 2x - 8 = 0$. El discriminante de esta ecuación de segundo grado es $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$. Por tanto las soluciones para x son:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 6}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{8}{2} \Rightarrow x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{-4}{2} \Rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$$

Si $x_1 = 4$, $y_1 = 2 \cdot 4 - 1 \Rightarrow y_1 = 9$. Si $x_2 = -2$, $y_2 = 2 \cdot (-2) - 1 \Rightarrow y_2 = -3$.

$$b) \begin{cases} -x + y - z = -6 \\ x - 2y - 3z = -4 \\ 2x - 3y - z = 8 \end{cases} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -6 \\ 1 & -2 & -3 & -4 \\ 2 & -3 & -1 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2 + f_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -6 \\ 0 & -1 & -4 & -10 \\ 2 & -3 & -1 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3 + 2f_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -6 \\ 0 & -1 & -4 & -10 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3 - f_2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -6 \\ 0 & -1 & -4 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

El sistema asociado es $\begin{cases} -x + y - z = -6 \\ -y - 4z = -10 \\ z = 6 \end{cases}$, cuyas soluciones son: $z = 6$, $y = -14$, $x = -14$

4. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Expresa la solución en forma de intervalo.

$2x^2 - 4x - 1 \geq (x - 2)(x + 2)$; $2x^2 - 4x - 1 \geq x^2 - 4$; $x^2 - 4x + 3 \geq 0$. Resolvemos la ecuación de 2º grado:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Esto quiere decir que la inecuación de segundo grado es equivalente a $(x - 3)(x - 1) \geq 0$.

	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, +\infty)$
$x - 1$	—	+	+
$x - 3$	—	—	+
$(x - 1)(x - 3)$	+	—	+

Por tanto, la solución es $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$.

5. **[1 punto]** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(4, -1)$.

La ecuación de la recta es $y = mx + n$. Como la recta pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(4, -1)$, podemos plantear

el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 3 = -2m + n \\ -1 = 4m + n \end{cases}$. Restando ambas ecuaciones tenemos $4 = -6m$; $m = \frac{4}{-6}$;

$m = -\frac{2}{3}$. Sustituyendo en la primera ecuación: $3 = -2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + n$; $3 = \frac{4}{3} + n$; $n = 3 - \frac{4}{3}$; $n = \frac{5}{3}$. Así pues, la

ecuación de la recta es $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

6. Dada la función cuadrática: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$, hallar.

- a) **[0,6 puntos]** Puntos de corte con los ejes.

Puntos de corte con el eje X . Hacemos $y = 0$: $\frac{1}{2}x^2 + x - 4 = 0$; $x^2 + 2x - 8 = 0$. Resolviendo esta ecuación de segundo grado se obtiene las soluciones $x = -4$ y $x = 2$. Por tanto, los puntos de corte con el eje X son $(-4, 0)$ y $(2, 0)$.

Punto de corte con el eje Y . Hacemos $x = 0$. Entonces $y = -4$, con lo que el punto de corte con el eje Y será $(0, -4)$.

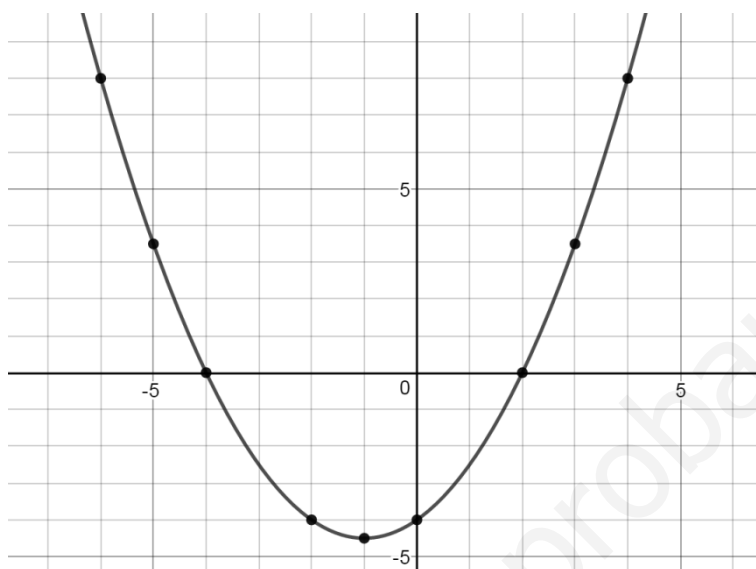
- b) **[0,6 puntos]** Vértice.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow x = -1. y = \frac{1}{2}(-1)^2 + (-1) - 4 = \frac{1}{2} - 1 - 4 = \frac{1}{2} - 5 = -\frac{9}{2}. \text{ Entonces } V\left(-1, -\frac{9}{2}\right).$$

c) **[0,8 puntos]** Representación gráfica (para ello tendrás que confeccionar una tabla de valores adecuada).

Tabla de valores con, al menos, 7 puntos, incluidos los cuatro puntos hallados en los apartados a) y b):

x	-4	2	0	-1	-2	-5	3	-6	4
y	0	0	-4	$-9/2$	-4	$7/2$	$7/2$	8	8



7. Dada la función $f(x) = \frac{2x-3}{-x+1}$, hallar:

a) **[0,6 puntos]** Puntos de corte con los ejes.

Si $y=0$: $\frac{2x-3}{-x+1} = 0$; $2x-3=0$; $2x=3$; $x=\frac{3}{2}$. Por tanto, el punto de corte con el eje X es $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

Si $x=0$: $y = \frac{2 \cdot 0 - 3}{0 + 1} = \frac{-3}{1} = -3$. Entonces el punto de corte con el eje Y es $(0, -3)$.

b) **[0,6 puntos]** Asíntota horizontal y asíntota vertical.

Asíntota horizontal: $y = \frac{2}{-1}$; $y = -2$. Asíntota vertical: $x = \frac{-1}{-1}$; $x = 1$.

c) **[0,8 puntos]** Tabla de valores y representación gráfica aproximada.

x	$3/2$	0	2	3	5	$1/2$	-1	-2	-4
y	0	-3	-1	$-3/2$	$-7/4$	-4	$-5/2$	$-7/3$	$-11/5$

