1. **[6 puntos; 2 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4-\dfrac{7-x}{12}=\dfrac{5x}{3}-\dfrac{5-3x}{4}$

b) $\sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2x-1}$

c) $\dfrac{x}{x-6}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{x}{6}-\dfrac{x+6}{x-6}$

2. **[4 puntos; 2 puntos por apartado]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} xy=12 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sqrt{x}+y=27 \\ x-y=105 \end{cases}$

Soluciones

1. **[6 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4-\frac{7-x}{12}=\frac{5x}{3}-\frac{5-3x}{4}\Rightarrow 48-(7-x)=20x-3(5-3x)\Rightarrow 48-7+x=20x-15+9x\Rightarrow$

$\Rightarrow x-20x-9x=-15-48+7\Rightarrow -28x=-56\Rightarrow x=\frac{56}{28}\Rightarrow x=2$.

b) $\sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2x-1}\Rightarrow\left(\sqrt{3x+1}\right)^2=\left(1+\sqrt{2x-1}\right)^2\Rightarrow 3x+1=1+2\sqrt{2x-1}+2x-1\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x+1-1-2x+1=2\sqrt{2x-1}\Rightarrow x+1=2\sqrt{2x-1}\Rightarrow (x+1)^2=\left(2\sqrt{2x-1}\right)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+2x+1=4(2x-1)\Rightarrow x^2+2x+1=8x-4\Rightarrow x^2-6x+5=0\Rightarrow$

$x=\frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{6\pm4}{2}=\begin{cases}x_1=5\\x_2=1\end{cases}$.

Comprobación:

- $\sqrt{3\cdot5+1}=\sqrt{16}=4$; $1+\sqrt{2\cdot5-1}=1+\sqrt{9}=1+3=4$. Entonces $x=5$ sí que es solución.
- $\sqrt{3\cdot1+1}=\sqrt{4}=2$; $1+\sqrt{2\cdot1-1}=1+\sqrt{1}=1+1=2$. Entonces $x=1$ también es solución.

c) $\frac{x}{x-6}-\frac{1}{2}=\frac{x}{6}-\frac{x+6}{x-6}$.

En primer lugar, hay que hacer notar que el mínimo común múltiplo de $x-6$, 2 y 6 es $6(x-6)$. Entonces, multiplicando todos los términos por $6(x-6)$, tenemos:

$6x-3(x-6)=(x-6)x-6(x+6)\Rightarrow 6x-3x+18=x^2-6x-6x-36\Rightarrow x^2-15x-54=0$.

El discriminante de esta última ecuación es $\Delta=(-15)^2-4\cdot1\cdot(-54)=225+216=441$.

Por tanto: $x=\frac{15\pm21}{2}=\begin{cases}x_1=18\\x_2=-3\end{cases}$.

2. **[4 puntos; 2 puntos por apartado]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} xy = 12 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$. Despejando y en la primera ecuación tenemos que $y = \frac{12}{x}$. Sustituyendo este valor en la segunda ecuación: $3x - 2\frac{12}{x} = 1 \Rightarrow 3x - \frac{24}{x} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 24 = x \Rightarrow 3x^2 - x - 24 = 0$. El discriminante de esta ecuación es $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-24) = 1 + 288 = 289$. Entonces: $x = \frac{1 \pm 17}{6} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{8}{3} \end{cases}$

Para $x = 3$, es $y = \frac{12}{3} \Rightarrow y = 4$. Para $x = -\frac{8}{3}$, es $y = \frac{12}{-8/3} \Rightarrow y = -\frac{36}{8} \Rightarrow y = -\frac{9}{2}$.

Por tanto, tenemos dos soluciones del sistema: $(3,4)$ y $\left(-\frac{8}{3}, -\frac{9}{2}\right)$.

b) $\begin{cases} \sqrt{x} + y = 27 \\ x - y = 105 \end{cases}$. De la segunda ecuación se obtiene que $x = 105 + y$. Sustituyendo este valor en la primera:

$\sqrt{105 + y} + y = 27 \Rightarrow \sqrt{105 + y} = 27 - y \Rightarrow \left(\sqrt{105 + y}\right)^2 = (27 - y)^2 \Rightarrow 105 + y = 729 - 54y + y^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow y^2 - 55y + 624 = 0$. El discriminante de esta ecuación es $\Delta = (-55)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 624 = 3025 - 2496 = 529$.

Entonces: $y = \frac{55 \pm 23}{2} = \begin{cases} y_1 = 39 \\ y_2 = 16 \end{cases}$

Si $y = 39$, $x = 105 + 39 \Rightarrow x = 144$. Si $y = 16$, $x = 105 + 16 \Rightarrow x = 121$.

Así, tenemos dos posibles soluciones: $(144, 39)$ y $(121, 16)$. Hagamos la comprobación con la primera ecuación:

- $\sqrt{144} + 39 = 12 + 39 = 51$, con lo que $(144, 39)$ no es solución.
- $\sqrt{121} + 16 = 11 + 16 = 27$, con lo que $(121, 16)$ sí que es solución.