1. **[4 puntos: 1 punto el apartado a); 1,5 puntos los apartados b) y c)]**. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{2(x-1)}{3}-\dfrac{3(x-2)}{4}=\dfrac{4(x-3)}{5}-\dfrac{3}{10}$

b) $4+\sqrt{2x+1}=x+3$

c) $\dfrac{2+x}{x}-\dfrac{5(x-2)}{2x-1}=8$

2. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x+y=4 \\ \dfrac{x-1}{y}=y+1 \end{cases}$$

3. **[2 puntos, 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la solución en forma de intervalo.

a) $\dfrac{2x-5}{6}-\dfrac{1-4x}{2}+\dfrac{x-1}{3}>-1$

b) $\dfrac{x+3}{x}-x\leq 3$

4. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \dfrac{x-15}{2}\leq 5-2x \\ 2-x<\dfrac{1-x}{2} \end{cases}$$

5. **[1 punto]** *<u>Para resolver este problema es obligatorio plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado</u>.*

Una señora paga por una figura de cerámica y una lámpara 1000 euros. Si le hubieran hecho un descuento del 25 % en la figura y del 30 % en la lámpara se hubiera ahorrado 285 euros. ¿Cuánto pagó por cada objeto?

Soluciones

1. **[4 puntos: 1 punto el apartado a); 1,5 puntos los apartados b) y c)]**. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{2(x-1)}{3}-\dfrac{3(x-2)}{4}=\dfrac{4(x-3)}{5}-\dfrac{3}{10}\Rightarrow\dfrac{40(x-1)}{60}-\dfrac{45(x-2)}{60}=\dfrac{48(x-3)}{60}-\dfrac{18}{60}\Rightarrow$

$\Rightarrow 40x-40-45x+90=48x-144-18\Rightarrow 40x-45x-48x=-144-18+40-90\Rightarrow$

$\Rightarrow -53x=-212\Rightarrow x=\dfrac{-212}{-53}\Rightarrow x=4$.

b) $4+\sqrt{2x+1}=x+3\Rightarrow\sqrt{2x+1}=x+3-4\Rightarrow\sqrt{2x+1}=x-1\Rightarrow\left(\sqrt{2x+1}\right)^2=(x-1)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow 2x+1=x^2-2x+1\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow x(x-4)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=4\end{cases}$.

Si $x=0$, $4+\sqrt{2\cdot 0+1}=0+3\Rightarrow 4+\sqrt{1}=3\Rightarrow 4+1=3\Rightarrow 5=3$. Por tanto, $x=0$ no es solución.

Si $x=4$, $4+\sqrt{2\cdot 4+1}=4+3\Rightarrow 4+\sqrt{9}=7\Rightarrow 4+3=7\Rightarrow 7=7$. Por tanto, $x=4$ sí es solución.

c) $\dfrac{2+x}{x}-\dfrac{5(x-2)}{2x-1}=8\Rightarrow\dfrac{(2+x)(2x-1)}{x(2x-1)}-\dfrac{5x(x-2)}{x(2x-1)}=\dfrac{8x(2x-1)}{x(2x-1)}\Rightarrow$

$\Rightarrow 4x-2+2x^2-x-5x^2+10x=16x^2-8x\Rightarrow -3x^2+13x-2=16x^2-8x\Rightarrow 19x^2-21x+2=0$.

El discriminante de la ecuación de segundo grado es $\Delta=(-21)^2-4\cdot 19\cdot 2=441-152=289$. Entonces:

$$x=\frac{21\pm\sqrt{289}}{2\cdot 19}=\frac{21\pm 17}{38}=\begin{cases}x_1=\dfrac{38}{38}\Rightarrow x_1=1\\[2mm] x_2=\dfrac{4}{38}\Rightarrow x_2=\dfrac{2}{19}\end{cases}.$$

2. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$\begin{cases}x+y=4\\ \dfrac{x-1}{y}=y+1\end{cases}$. De la primera ecuación $y=4-x$. Sustituyendo en la segunda:

$\dfrac{x-1}{4-x}=4-x+1\Rightarrow\dfrac{x-1}{4-x}=5-x\Rightarrow x-1=(4-x)(5-x)\Rightarrow x-1=20-4x-5x+x^2\Rightarrow x^2-10x+21=0$. El discriminante de la ecuación de segundo grado es $\Delta=(-10)^2-4\cdot 1\cdot 21=100-84=16$. Entonces:

$x=\dfrac{10\pm\sqrt{16}}{2\cdot 1}=\dfrac{10\pm 4}{2}=\begin{cases}x_1=7\\x_2=3\end{cases}$. Si $x=7$, $y=4-7\Rightarrow y=-3$. Y si $x=3$, $y=4-3\Rightarrow y=1$.

3. **[2 puntos, 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la solución en forma de intervalo.

a) $\dfrac{2x-5}{6}-\dfrac{1-4x}{2}+\dfrac{x-1}{3}>-1\Rightarrow\dfrac{2x-5}{6}-\dfrac{3(1-4x)}{6}+\dfrac{2(x-1)}{6}>\dfrac{-6}{6}\Rightarrow 2x-5-3+12x+2x-2>-6\Rightarrow$

$\Rightarrow 16x-10>-6\Rightarrow 16x>4\Rightarrow x>\dfrac{4}{16}\Rightarrow x>\dfrac{1}{4}$. Solución: $x\in\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$.

b) $\frac{x+3}{x}-x\le 3\Rightarrow \frac{x+3}{x}-x-3\le 0\Rightarrow \frac{x+3}{x}-\frac{x^2}{x}-\frac{3x}{x}\le 0\Rightarrow \frac{-x^2-2x+3}{x}\le 0\Rightarrow \frac{x^2+2x-3}{x}\ge 0\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{x}\ge 0$. Las raíces del numerador son $x=1$ y $x=-3$, y la raíz del denominador es $x=0$.

Hagamos una tabla y estudiemos los signos en cada uno de los intervalos:

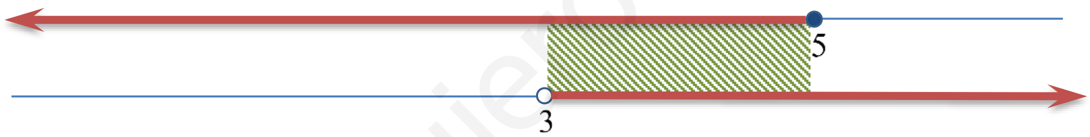
	$(-\infty,\,-3)$	$(-3,\,0)$	$(0,1)$	$(1,\,+\infty)$
$\frac{(x-1)(x+3)}{x}$	**–**	**+**	**–**	**+**

De este modo, la solución en forma de intervalo es: $x\in(-3,\,0)\cup(1,\,+\infty)$.

4. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases}\frac{x-15}{2}\le 5-2x\\ 2-x<\frac{1-x}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-15\le 10-4x\\ 4-2x<1-x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x\le 25\\ -x<-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\le 5\\ x>3\end{cases}$$

Gráficamente:



La solución final en forma de intervalo es: $x\in(3,\,5]$.

5. **[1 punto]** *Para resolver este problema es obligatorio plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado.* Una señora paga por una figura de cerámica y una lámpara 1000 euros. Si le hubieran hecho un descuento del 25 % en la figura y del 30 % en la lámpara se hubiera ahorrado 285 euros. ¿Cuánto pagó por cada objeto?

Supongamos que la figura de cerámica vale x euros y que la lámpara vale y euros. Entonces, según el enunciado, podemos pues plantear el siguiente sistema:

$$\begin{cases}x+y=1000\\ x-\frac{25}{100}x+y-\frac{30}{100}y=1000-285\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=1000\\ 100x-25x+100y-30y=100000-28500\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=1000\\ 75x+70y=71500\end{cases}$$

De la primera ecuación $y=1000-x$. Sustituyendo en la segunda:

$75x+70(1000-x)=71500\Rightarrow 75x+70000-70x=71500\Rightarrow 5x=1500\Rightarrow x=300$.

Sustituyendo este valor en $y=1000-x$ tenemos que $y=1000-300\Rightarrow y=700$.

Por tanto, la figura de cerámica vale 300 euros y la lámpara cuesta 700 euros.