

1. [4 puntos: 1 punto el apartado a); 1,5 puntos los apartados b) y c)]. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x^2-1}{2} - \frac{x+1}{4} = x + \frac{2x-6}{3}$

b)  $x + \sqrt{2x+3} = 6$

c)  $\frac{x}{x^2-4} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{3}{x-2} - 2$

2. [1,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 1 - y = 0 \\ x - 1 = y - 2 \end{cases}$$

3. [2 puntos, 1 punto por apartado] Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la solución en forma de intervalo.

a)  $1 - \frac{2x-5}{6} + \frac{1-4x}{2} - \frac{x-1}{3} < 0$

b)  $\frac{x+3}{x-7} \leq \frac{1}{2}$

4. [1,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{5-3x}{4} - 3(x+4) \leq \frac{3(x+2)}{2} + 2 \\ \frac{2(2x+1) - (x-1)}{3} - \frac{2x+1}{5} < 2 \end{cases}$$

5. [1 punto] Para resolver este problema es obligatorio plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado.

Entre Rosa y Beatriz tienen 124 euros. Si Rosa le diera a Beatriz 3 euros, entonces Rosa tendría el triple de euros que Beatriz. ¿Cuántos euros tiene cada una?

## Soluciones

1. [4 puntos: 1 punto el apartado a); 1,5 puntos los apartados b) y c)]. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+1}{4} &= x + \frac{2x-6}{3} \Rightarrow \frac{6(x^2-1)}{12} - \frac{3(x+1)}{12} = \frac{12x}{12} + \frac{4(2x-6)}{12} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 6x^2 - 6 - 3x - 3 = 12x + 8x - 24 \Rightarrow 6x^2 - 3x - 9 = 20x - 24 \Rightarrow 6x^2 - 23x + 15 = 0. \end{aligned}$$

$$\Delta = (-23)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 15 = 529 - 360 = 169. \text{ Entonces: } x = \frac{23 \pm 13}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{36}{12} \Rightarrow x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{10}{12} \Rightarrow x_2 = \frac{5}{6} \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x + \sqrt{2x+3} &= 6 \Rightarrow \sqrt{2x+3} = 6 - x \Rightarrow (\sqrt{2x+3})^2 = (6-x)^2 \Rightarrow 2x+3 = 36 - 12x + x^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0. \Delta = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 33 = 196 - 132 = 64. \text{ Entonces: } x = \frac{14 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = 11 \\ x_2 = 3 \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\text{Comprobemos: } \begin{cases} 11 + \sqrt{2 \cdot 11 + 3} = 6 \Rightarrow 11 + \sqrt{25} = 6 \Rightarrow 11 + 5 = 6 \Rightarrow 16 = 6 \\ 3 + \sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 6 \Rightarrow 3 + \sqrt{9} = 6 \Rightarrow 3 + 3 = 6 \end{cases}. \text{ De aqu\u00ed se deduce que } x = 11$$

no es soluci\u00f3n de la ecuaci\u00f3n, pero que  $x = 3$  s\u00ed que lo es.

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x}{x^2-4} + \frac{x-1}{x+2} &= \frac{3}{x-2} - 2 \Rightarrow \frac{x}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{3}{x-2} - 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{x}{(x+2)(x-2)} + \frac{(x-2)(x-1)}{(x+2)(x-2)} = \frac{3(x+2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{2(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x + x^2 - x - 2x + 2 = 3x + 6 - 2x^2 + 8 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = -2x^2 + 3x + 14 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 12 = 0. \end{aligned}$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12) = 25 + 144 = 169. \text{ Entonces: } x = \frac{5 \pm 13}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{18}{6} \Rightarrow x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{-8}{6} \Rightarrow x_2 = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

2. [1,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 1 - y = 0 \\ x - 1 = y - 2 \end{cases}. \text{ Despejando } y \text{ en la primera ecuaci\u00f3n tenemos que } y = \frac{1}{x} + 1. \text{ Sustituyendo este valor en la}$$

$$\text{segunda ecuaci\u00f3n: } x - 1 = \frac{1}{x} + 1 - 2; x^2 - x = 1 + x - 2x; x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Para } x = -1 \text{ es } y = \frac{1}{-1} + 1 \Rightarrow y = -1 + 1 \Rightarrow y = 0. \text{ Para } x = 1 \text{ es } y = \frac{1}{1} + 1 \Rightarrow y = 1 + 1 \Rightarrow y = 2.$$

3. [2 puntos, 1 punto por apartado] Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la soluci\u00f3n en forma de intervalo.

$$\begin{aligned} \text{a) } 1 - \frac{2x-5}{6} + \frac{1-4x}{2} - \frac{x-1}{3} &< 0 \Rightarrow 6 - 2x + 5 + 3 - 12x - 2x + 2 < 0 \Rightarrow -16x + 16 < 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -16x < -16 \Rightarrow x > \frac{-16}{-16} \Rightarrow x > 1. \text{ La soluci\u00f3n en forma de intervalo es } x \in (1, +\infty). \end{aligned}$$

$$b) \frac{x+3}{x-7} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+3}{x-7} - \frac{1}{2} \leq 0 \Rightarrow \frac{2(x+3)}{2(x-7)} - \frac{1 \cdot (x-7)}{2(x-7)} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x+6-x+7}{2(x-7)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x+13}{2(x-7)} \leq 0.$$

La raíz del numerador es  $x = -13$  y la del denominador  $x = 7$ . Hagamos una tabla y estudiemos los signos en cada uno de los intervalos:

	$(-\infty, -13)$	$(-13, 7)$	$(7, +\infty)$
$\frac{x+13}{2(x-7)}$	<b>+</b>	<b>-</b>	<b>+</b>

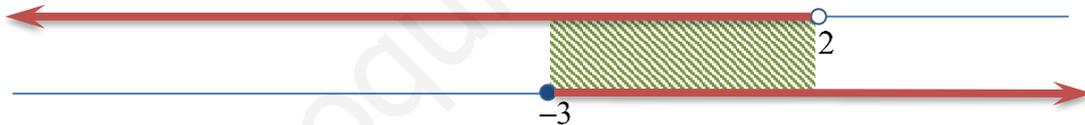
De este modo, la solución en forma de intervalo es:  $x \in [-13, 7)$ .

4. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{5-3x}{4} - 3(x+4) \leq \frac{3(x+2)}{2} + 2 \\ \frac{2(2x+1) - (x-1)}{3} - \frac{2x+1}{5} < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5-3x-12(x+4) \leq 6(x+2)+8 \\ 10(2x+1)-5(x-1)-3(2x+1) < 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5-3x-12x-48 \leq 6x+12+8 \\ 20x+10-5x+5-6x-3 < 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x-43 \leq 6x+20 \\ 9x+12 < 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x-6x \leq 20+43 \\ 9x < 30-12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -21x \leq 63 \\ 9x < 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < 2 \end{cases}. \text{ Gráficamente:}$$



La solución final en forma de intervalo es:  $x \in [-3, 2)$ .

5. **[1 punto]** Para resolver este problema es obligatorio plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado.

Entre Rosa y Beatriz tienen 124 euros. Si Rosa le diera a Beatriz 3 euros, entonces Rosa tendría el triple de euros que Beatriz. ¿Cuántos euros tiene cada una?

Supongamos que Rosa tiene  $x$  euros y que Beatriz tiene  $y$  euros. Si Rosa le diera a Beatriz 3 euros, entonces Rosa tendría  $x-3$  euros y Beatriz tendría  $y+3$ . En este momento Rosa tendría el triple de euros que Beatriz, es decir  $x-3 = 3(y+3)$ . Podemos pues plantear el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+y=124 \\ x-3=3(y+3) \end{cases}$$

De la primera ecuación  $y = 124 - x$ . Sustituyendo en la segunda:

$$x-3 = 3(124-x+3) \Rightarrow x-3 = 372-3x+9 \Rightarrow x+3x = 372+9+3 \Rightarrow 4x = 384 \Rightarrow x = 96.$$

Sustituyendo este valor en  $y = 124 - x$  tenemos que  $y = 124 - 96 \Rightarrow y = 28$ .

Por tanto, Rosa tiene 96 euros y Beatriz tiene 28 euros.