

1. Dada la función lineal $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$, se pide:
- [0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y .
 - [0,4 puntos]** Punto de corte con el eje X .
 - [0,3 puntos]** Hallar la imagen de los puntos $x = -2$, $x = 6$ y $x = \frac{3}{2}$.
 - [0,6 puntos]** Representación gráfica.
2. Dada la función cuadrática $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$, se pide:
- [0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y .
 - [0,4 puntos]** Puntos de corte con el eje X .
 - [0,5 puntos]** Vértice.
 - [0,3 puntos]** Imagen de los puntos $x = -5$, $x = 1$ y $x = -4$.
 - [0,6 puntos]** Representación gráfica.
3. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la recta (es decir, de la forma $y = mx + n$) que pasa por los puntos $(-4, -2)$ y $(2, 3)$.
4. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la parábola (es decir, de la forma $y = ax^2 + x + c$) que pasa por los puntos $(2, 3)$, $(-1, 6)$ y $(4, 11)$.
5. **[2 puntos]** Hallar el dominio de las siguientes funciones:
- $f(x) = \frac{2x-1}{3x^2-x-2}$
 - $g(x) = \sqrt{-x^2+4x}$
6. **[1,5 puntos]** Representa la siguiente función definida por trozos: $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x-1 & \text{si } x < -2 \\ x^2-4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Soluciones

1. Dada la función lineal $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$, se pide:

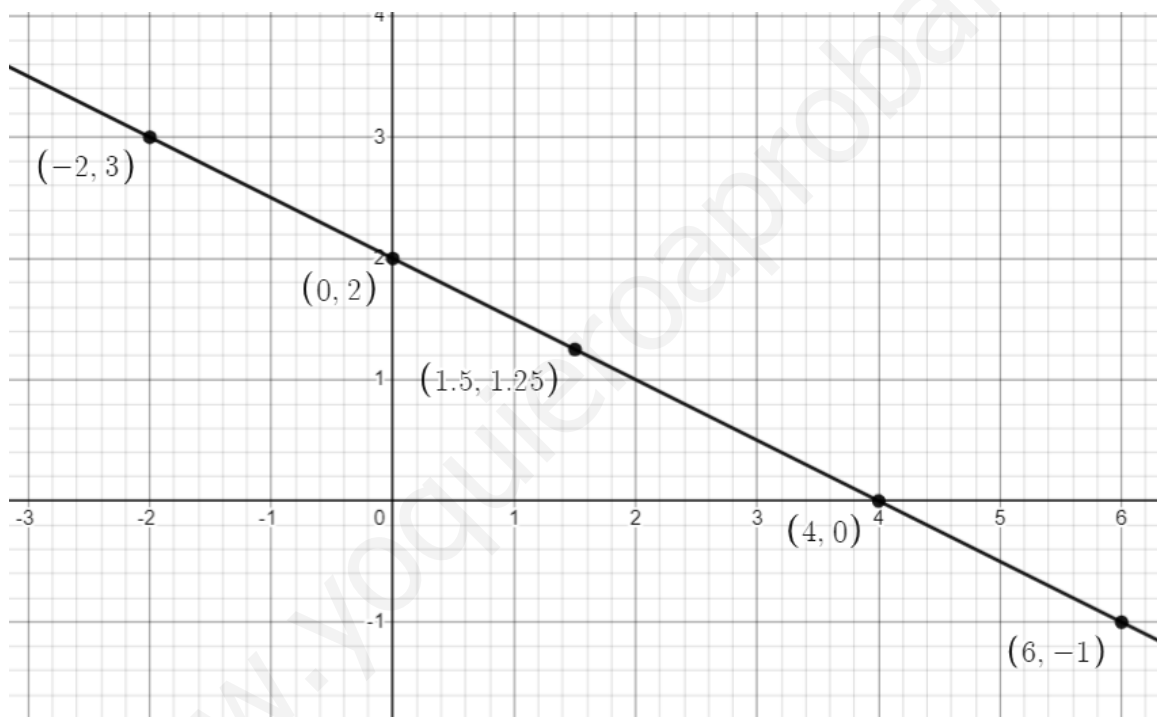
a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y : $(0, n) = (0, 2)$.

b) **[0,4 puntos]** Punto de corte con el eje X : $\left(\frac{-n}{m}, 0\right) = \left(\frac{-2}{-1/2}, 0\right) = (4, 0)$.

c) **[0,3 puntos]** Hallar la imagen de los puntos $x = -2$, $x = 6$ y $x = \frac{3}{2}$.

$$f(-2) = -\frac{1}{2}(-2) + 2 = 1 + 2 = 3; \quad f(6) = -\frac{1}{2} \cdot 6 + 2 = -3 + 2 = -1, \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + 2 = -\frac{3}{4} + 2 = \frac{5}{4}.$$

d) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.



2. Dada la función cuadrática $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$, se pide:

a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y : $(0, c) = (0, -6)$.

b) **[0,4 puntos]** Puntos de corte con el eje X .

$$\frac{1}{2}x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (1/2) \cdot (-6)}}{2 \cdot 1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{1} = \frac{-2 \pm 4}{1} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{cases}.$$

Entonces los puntos de corte con el eje X son $(2, 0)$ y $(-6, 0)$.

c) **[0,5 puntos]** La coordenada x del vértice es $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2}{2 \cdot (1/2)} = \frac{-2}{1} \Rightarrow x = -2$. La coordenada y del

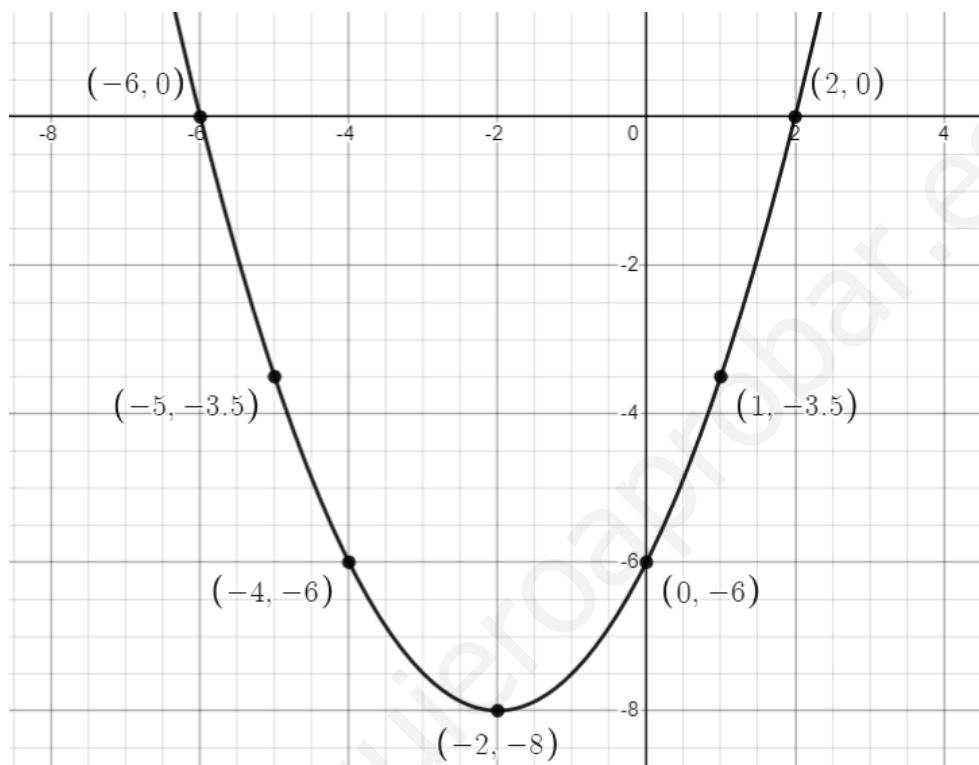
vértice es $y = f(-2) = \frac{1}{2}(-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 6 = 2 - 4 - 6 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow$ el vértice es el punto $V(-2, -8)$.

d) **[0,3 puntos]** Imagen de los puntos $x = -5$, $x = 1$ y $x = -4$.

$$f(-5) = \frac{1}{2}(-5)^2 + 2 \cdot (-5) - 6 = \frac{25}{2} - 10 - 6 = \frac{25}{2} - 16 = -\frac{7}{2};$$

$$f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 6 = \frac{1}{2} + 2 - 6 = \frac{1}{2} - 4 = -\frac{7}{2}; \quad f(-4) = \frac{1}{2}(-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 6 = 8 - 8 - 6 = -6.$$

e) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.



3. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la recta (es decir, de la forma $y = mx + n$) que pasa por los puntos $(-4, -2)$ y $(2, 3)$.

La ecuación de la recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) es de la siguiente forma:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1. \text{ En este caso:}$$

$$y = \frac{3 - (-2)}{2 - (-4)} \cdot (x - (-4)) + (-2) \Rightarrow y = \frac{5}{6}(x + 4) - 2 \Rightarrow y = \frac{5}{6}x + \frac{20}{6} - 2 \Rightarrow y = \frac{5}{6}x + \frac{8}{6} \Rightarrow y = \frac{5}{6}x + \frac{4}{3}.$$

4. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la parábola (es decir, de la forma $y = ax^2 + x + c$) que pasa por los puntos $(2, 3)$, $(-1, 6)$ y $(4, 11)$.

$$y = p + m(x - x_1) + n(x - x_1)(x - x_2). \text{ Entonces: } y = p + m(x - 2) + n(x - 2)(x + 1).$$

$$3 = p;$$

$$6 = 3 + m(-1 - 2) \Rightarrow 3 = -3m \Rightarrow m = -1;$$

$$11 = 3 + (-1)(4 - 2) + n(4 - 2)(4 + 1) \Rightarrow 11 = 3 - 2 + 10n \Rightarrow 10 = 10n \Rightarrow n = \frac{10}{10} \Rightarrow n = 1$$

$$\text{Entonces: } y = 3 + (-1)(x - 2) + 1(x - 2)(x + 1) \Rightarrow y = 3 - x + 2 + 1(x^2 - x - 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 3 - x + 2 + x^2 - x - 2 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 3.$$

5. [1 punto] Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x-1}{3x^2-x-2}$

$$3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{4}{6} \Rightarrow x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Entonces $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{1, -\frac{2}{3}\right\}$.

b) $g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$; $-x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(-x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Hallems ahora las soluciones de la inecuación $-x^2 + 4x \geq 0$, que constituirán el dominio de la función.

	$(-\infty, 0)$	$(0, 4)$	$(4, +\infty)$
$x(x-2)$	—	+	—

Entonces: $\text{Dom } g = [0, 4]$.

6. Representa la siguiente función definida por trozos: $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x-1 & \text{si } x < -2 \\ x^2-4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

