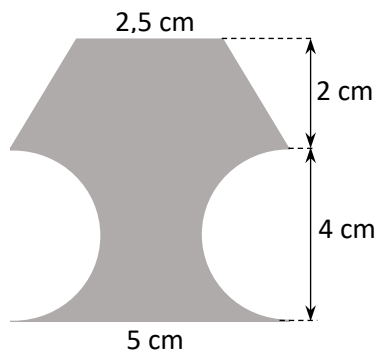


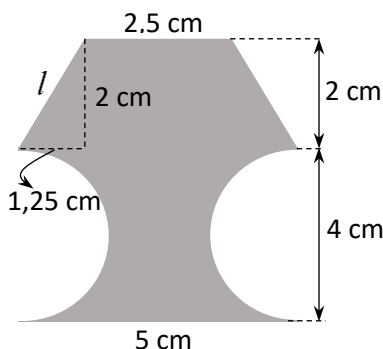
1. **[2 puntos]** Calcula el perímetro y el área de la siguiente región sombreada:



2. **[1 punto]** Calcula el volumen de una pirámide regular de 5 cm de altura y cuya base es un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
3. **[1 punto]** Dados los polinomios $p(x) = -x^5 + 3x^4 - x^2 + 3$, $q(x) = x^2 + 2x - 3$ y $r(x) = 4x^3 - x^2$, realiza la siguiente operación: $q(x) \cdot r(x) - p(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.
4. **[1 punto]** Simplifica usando las igualdades notables.
- a) $(3a + 2)(3a - 2) - (3a + 2)^2$; b) $\left(2a + \frac{a}{3}\right)^2$
5. **[1 punto]** Sacar factor común en las siguientes expresiones:
- a) $6a^3b - 3a^2b^2 + 9a^3b^2$; b) $(1 - 2x)x - (1 - 2x)(x + x^2)$
6. **[1 punto]** En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 17 cm y uno de sus ángulos agudos es de $28,07^\circ$. Hallar la longitud de los dos catetos y la medida del otro ángulo agudo. Realiza un dibujo del triángulo.
7. **[1 punto]** La tangente de un ángulo α del cuarto cuadrante es igual a $-1,28$. Hallar el seno y el coseno de α .
8. **[2 puntos]** El ángulo de elevación de una cometa sujeta con una cuerda de longitud 80 m es de 30° . El viento tensa la cuerda y la hace chocar con otra cometa cuyo ángulo de elevación es 60° . ¿Cuál es la altura de las cometas en ese instante? ¿Y la longitud de la cuerda que sujeta la segunda cometa? Realizar un dibujo adecuado de la situación.

Soluciones

1. [2 puntos] Calcula el perímetro y el área de la región sombreada.



La región sombreada está formada por un trapecio y un rectángulo. A este último se le suprimen, a ambos lados, dos semicírculos que, unidos, forman un círculo.

Para calcular el perímetro debemos calcular el lado l desconocido del trapecio usando el teorema de Pitágoras:

$l^2 = 2^2 + 1,25^2 \Rightarrow l^2 = 5,5625 \Rightarrow l \cong 2,36$ cm. De este modo el perímetro es la suma de los seis bordes que rodean la figura:
 $P = 2,5 + 2,36 + \pi \cdot 2 + 5 + \pi \cdot 2 + 2,36 \cong 24,79$ cm.

El área del trapecio es $A_T = \frac{(2,5+5) \cdot 2}{2} = 7,5$ cm². El área del

rectángulo es $A_R = 5 \cdot 4 = 20$ cm². El área de los dos semicírculos que, unidos, forman un círculo, es $A_C = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$. Por tanto, el área de la región sombreada es: $A = A_T + A_R - A_C = 7,5 + 20 - 4\pi \cong 14,93$ cm².

2. [1 punto] Calcula el volumen de una pirámide regular de 5 cm de altura y cuya base es un triángulo equilátero de 5 cm de lado.

El volumen de una pirámide regular viene dado por la fórmula $V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$, donde A_b es el área de la base y h es la altura de la pirámide. Como la base es un triángulo equilátero podemos hallar su altura, que llamaremos a , usando el teorema de Pitágoras: $a^2 + 2,5^2 = 5^2 \Rightarrow a^2 = 25 - 6,25 \Rightarrow a^2 = 18,75 \Rightarrow a \cong 4,33$. Por tanto, el área de la base es $A_b = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 4,33}{2} \cong 10,83$ cm². Por tanto: $V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10,83 \cdot 5 = 18,04$ cm³.

3. [1 punto] Dados los polinomios $p(x) = -x^5 + 3x^4 - x^2 + 3$, $q(x) = x^2 + 2x - 3$ y $r(x) = 4x^3 - x^2$, realiza la siguiente operación: $q(x) \cdot r(x) - p(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.

Por un lado, tenemos que:

$$q(x) \cdot r(x) = (x^2 + 2x - 3) \cdot (4x^3 - x^2) = 4x^5 - x^4 + 8x^4 - 2x^3 - 12x^3 + 3x^2 = 4x^5 + 7x^4 - 14x^3 + 3x^2$$

Por tanto:

$$q(x) \cdot r(x) - p(x) = 4x^5 + 7x^4 - 14x^3 + 3x^2 - (-x^5 + 3x^4 - x^2 + 3) = 4x^5 + 7x^4 - 14x^3 + 3x^2 + x^5 - 3x^4 + x^2 - 3 = 5x^5 + 4x^4 - 14x^3 + 4x^2 - 3$$

4. [1 punto] Simplifica usando las igualdades notables.

$$\begin{aligned} \text{a) } (3a+2)(3a-2) - (3a+2)^2 &= (3a)^2 - 2^2 - ((3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 2 + 2^2) = \\ &= 9a^2 - 4 - (9a^2 + 12a + 4) = 9a^2 - 4 - 9a^2 - 12a - 4 = -12a - 8 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left(2a + \frac{a}{3}\right)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot \frac{a}{3} + \left(\frac{a}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{4a^2}{3} + \frac{a^2}{9} = \frac{36a^2 + 12a^2 + a^2}{9} = \frac{49a^2}{9}$$

5. [1 punto] Sacar factor común en las siguientes expresiones:

$$\text{a) } 6a^3b - 3a^2b^2 + 9a^3b^2 = 3a^2b(2a - b + 3ab)$$

$$\text{b) } (1-2x)x - (1-2x)(x+x^2) = (1-2x)(x - (x+x^2)) = (1-2x)(x - x - x^2) = (1-2x)(-x^2) = x^2(2x-1)$$

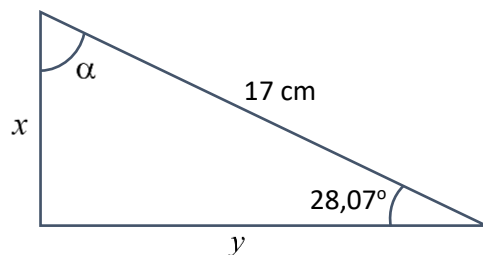
6. **[1 punto]** En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 17 cm y uno de sus ángulos agudos es de $28,07^\circ$. Hallar la longitud de los dos catetos y la medida del otro ángulo agudo. Realiza un dibujo del triángulo.

El ángulo que falta mide $\alpha = 90^\circ - 28,07^\circ = 61,93^\circ$.

Además:

$$\operatorname{sen} 28,07^\circ = \frac{x}{17} \Rightarrow 0,47 = \frac{x}{17} \Rightarrow x = 0,47 \cdot 17 \Rightarrow x = 7,99 \cong 8 \text{ cm.}$$

$$\cos 28,07^\circ = \frac{y}{17} \Rightarrow 0,88 = \frac{y}{17} \Rightarrow y = 0,88 \cdot 17 \Rightarrow y = 14,96 \cong 15 \text{ cm.}$$



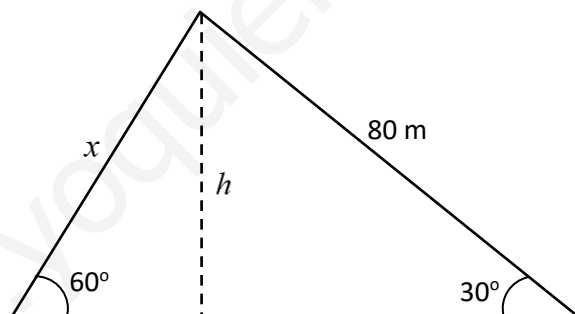
7. **[1 punto]** La tangente de un ángulo α del cuarto cuadrante es igual a $-1,28$. Hallar el seno y el coseno de α .

$$\text{Por un lado: } 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + (-1,28)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 1,6384 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{2,6384} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{2,6384}} \Rightarrow \cos \alpha = 0,62$$

$$\text{Y, por otro lado: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow -1,28 = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{0,62} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -1,28 \cdot 0,62 \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -0,79$$

8. **[2 puntos]** El ángulo de elevación de una cometa sujeta con una cuerda de longitud 80 m es de 30° . El viento tensa la cuerda y la hace chocar con otra cometa cuyo ángulo de elevación es 60° . ¿Cuál es la altura de las cometas en ese instante? ¿Y la longitud de la cuerda que sujeta la segunda cometa? Realizar un dibujo adecuado de la situación.



Hemos llamado h a la altura de las cometas en el instante en que chocan entre sí. También hemos llamado x a la longitud de la cuerda que sujeta la segunda cometa.

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h}{80} \Rightarrow h = 80 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ \Rightarrow h = 80 \cdot 0,5 \Rightarrow h = 40 \text{ m.}$$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow \operatorname{sen} 60^\circ = \frac{40}{x} \Rightarrow 0,87 = \frac{40}{x} \Rightarrow x = \frac{40}{0,87} \Rightarrow x = 45,98 \text{ m.}$$

Por tanto, la altura de las cometas en el instante en que chocan entre sí es de 40 metros, y la longitud de la cuerda que sujeta la segunda cometa es de 45,98 metros.