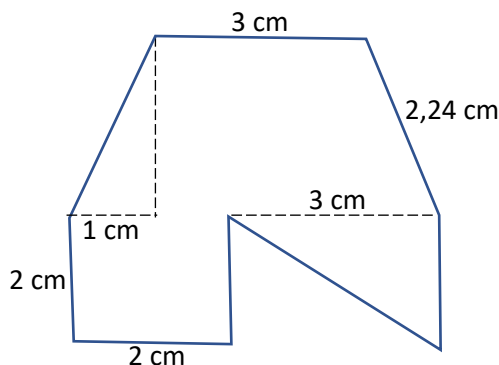


1. [1 punto] Calcular el área de esta figura:



2. [1 punto] Dados los polinomios $p(x) = 2x^5 - x^4 + x^2 - 2$, $q(x) = -x^2 - 3x + 1$ y $r(x) = 3x^3 - 2x^2$, realiza la siguiente operación: $p(x) - q(x) \cdot r(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.
3. [1 punto] Simplifica usando las igualdades notables: $(2 - 3x)^2 - (3 - 2x)^2$
4. [1 punto] La tangente de un ángulo α del cuarto cuadrante es igual a $-\frac{3}{4}$. Usa las fórmulas trigonométricas para hallar el valor exacto, racionalizado y simplificado del seno y del coseno de α .
5. [2 puntos] Dos excursionistas ven el monte Everest con un ángulo de inclinación de 60° . Se acercan a él 3549 m, y ahora lo observan con un ángulo de inclinación de 80° . Calcula la altura del Everest y la distancia a la que se encuentran ahora los excursionistas. Realizar un dibujo adecuado de la situación.
6. [1 punto] Realiza las operaciones usando las propiedades de las potencias hasta simplificar el resultado al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

$$\text{a) } 3^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 27^{-2} ; \text{ b) } \frac{2^{-1} \cdot (2^3)^5 \cdot 4 \cdot 5^3}{500 \cdot 2^{-2} \cdot 8}$$

7. [1 punto] Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

$$\text{a) } 3\sqrt{2} - 2\sqrt{18} - \sqrt{50} ; \text{ b) } 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{27x} - 5\sqrt[3]{x^4}$$

8. [1 punto] Usa las propiedades de los radicales para expresar el resultado en forma de un solo radical. Extrae factores del resultado final si es posible.

$$\text{a) } \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}} ; \text{ b) } \sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4}\right)^3$$

9. [1 punto] Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado.

$$\text{a) } \frac{10}{\sqrt[3]{5^2}} ; \text{ b) } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

Soluciones

1. [1 punto] Calcula el área de la figura.

La figura está formada por un trapecio, un cuadrado y un triángulo. Llamemos, respectivamente, A_1 , A_2 y A_3 al área del trapecio, del cuadrado y del triángulo. La altura h del trapecio se puede calcular usando el teorema de Pitágoras: $h^2 + 1^2 = 2,24^2 \Rightarrow h^2 = 5,0176 - 1 \Rightarrow h^2 = 4,0176 \Rightarrow h = 2,004$ cm. Así pues, el área del trapecio es

$$A_1 = \frac{(5+3) \cdot 2,004}{2} = 8,016 \text{ cm}^2. \text{ El área del cuadrado es } A_2 = 2^2 = 4 \text{ cm}^2. \text{ Finalmente, el área del triángulo es}$$

$$A_3 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ cm}^2. \text{ Por tanto, el área de la figura es } A = A_1 + A_2 + A_3 = 8,016 + 4 + 3 = 15,016 \text{ cm}^2.$$

2. [1 punto] Dados los polinomios $p(x) = 2x^5 - x^4 + x^2 - 2$, $q(x) = -x^2 - 3x + 1$ y $r(x) = 3x^3 - 2x^2$, realiza la siguiente operación: $p(x) - q(x) \cdot r(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.

$$\begin{aligned} p(x) - q(x) \cdot r(x) &= 2x^5 - x^4 + x^2 - 2 - (-x^2 - 3x + 1) \cdot (3x^3 - 2x^2) = \\ &= 2x^5 - x^4 + x^2 - 2 - (-3x^5 + 2x^4 - 9x^4 + 6x^3 + 3x^3 - 2x^2) = \\ &= 2x^5 - x^4 + x^2 - 2 + 3x^5 - 2x^4 + 9x^4 - 6x^3 - 3x^3 + 2x^2 = 5x^5 + 6x^4 - 9x^3 + 3x^2 - 2 \end{aligned}$$

3. [1 punto] Simplifica usando las igualdades notables: $(2-3x)^2 - (3-2x)^2$

$$(2-3x)^2 - (3-2x)^2 = (4-12x+9x^2) - (9-12x+4x^2) = 4-12x+9x^2-9+12x-4x^2 = 5x^2-5$$

4. [1 punto] La tangente de un ángulo α del cuarto cuadrante es igual a $-\frac{3}{4}$. Usa las fórmulas trigonométricas para hallar el valor exacto, racionalizado y simplificado del seno y del coseno de α .

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{9}{16} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{3}{5}$$

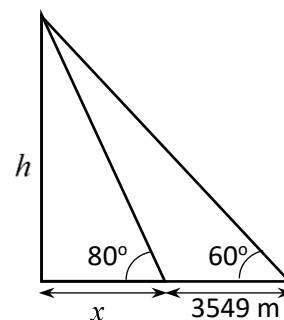
5. [2 puntos] Dos excursionistas ven el monte Everest con un ángulo de inclinación de 60° . Se acercan a él 3549 m, y ahora lo observan con un ángulo de inclinación de 80° . Calcula la altura del Everest y la distancia a la que se encuentran ahora los excursionistas. Realizar un dibujo adecuado de la situación.

Llamemos h a la altura del Everest y x a la distancia a la que se encuentran ahora los excursionistas. Entonces, según el dibujo de la derecha tenemos:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{x+3549} \\ \operatorname{tg} 80^\circ = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,73 = \frac{h}{x+3549} \\ 5,67 = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 1,73(x+3549) \\ h = 5,67x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} h = 1,73x + 6139,77 \\ h = 5,67x \end{cases} \Rightarrow 1,73x + 6139,77 = 5,67x \Rightarrow -3,94x = -6139,77 \Rightarrow x = 1558,32 \text{ m.}$$

$$h = 5,67x \Rightarrow h = 5,67 \cdot 1558,32 \Rightarrow h = 8835,67 \text{ m.}$$



6. **[1 punto]** Realiza las operaciones usando las propiedades de las potencias hasta simplificar el resultado al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

$$a) \quad 3^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 27^{-2} = 3^2 \cdot (3^2)^3 \cdot (3^{-1})^{-4} \cdot (3^3)^{-2} = 3^2 \cdot 3^6 \cdot 3^4 \cdot 3^{-6} = 3^6$$

$$b) \quad \frac{2^{-1} \cdot (2^3)^5 \cdot 4 \cdot 5^3}{500 \cdot 2^{-2} \cdot 8} = \frac{2^{-1} \cdot 2^{15} \cdot 2^2 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 5^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^3} = \frac{2^{16} \cdot 5^3}{2^3 \cdot 5^3} = 2^{13}$$

7. **[1 punto]** Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

$$a) \quad 3\sqrt{2} - 2\sqrt{18} - \sqrt{50} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 5^2} = 3\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -8\sqrt{2}$$

$$b) \quad 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{27x} - 5\sqrt[3]{x^4} = 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{3^3 x} - 5\sqrt[3]{x^4} = 2\sqrt[3]{x} + 3 \cdot 3\sqrt[3]{x} - 5x\sqrt[3]{x} = \\ = 2\sqrt[3]{x} + 9\sqrt[3]{x} - 5x\sqrt[3]{x} = (11 - 5x)\sqrt[3]{x}$$

8. **[1 punto]** Usa las propiedades de los radicales para expresar el resultado en forma de un solo radical. Extrae factores del resultado final si es posible.

$$a) \quad \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[12]{2^8} \cdot \sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[12]{2^3}} = \sqrt[12]{\frac{2^8 \cdot 2}{2^3}} \cdot \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{6^6} = \sqrt{6}$$

$$b) \quad \sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4}\right)^3 = \sqrt{2} \cdot \left(\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}\right)^3 = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^9} \cdot \sqrt[12]{2^{24}} = \sqrt[12]{2^{39}} = 2^3 \sqrt[12]{2^3} = 8\sqrt[12]{2}$$

9. **[1 punto]** Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado.

$$a) \quad \frac{10}{\sqrt[7]{5^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt[7]{5^5}}{\sqrt[7]{5^2} \cdot \sqrt[7]{5^5}} = \frac{10 \cdot \sqrt[7]{5^5}}{\sqrt[7]{5^7}} = \frac{10 \cdot \sqrt[7]{5^5}}{5} = 2\sqrt[7]{5^5}$$

$$b) \quad \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(2\sqrt{2} - \sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{6} + 3 + 4 + \sqrt{6}}{(2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{7 + 3\sqrt{6}}{8 - 3} = \frac{7 + 3\sqrt{6}}{5}$$