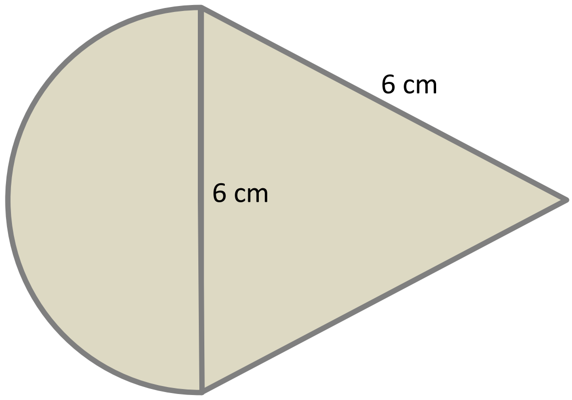
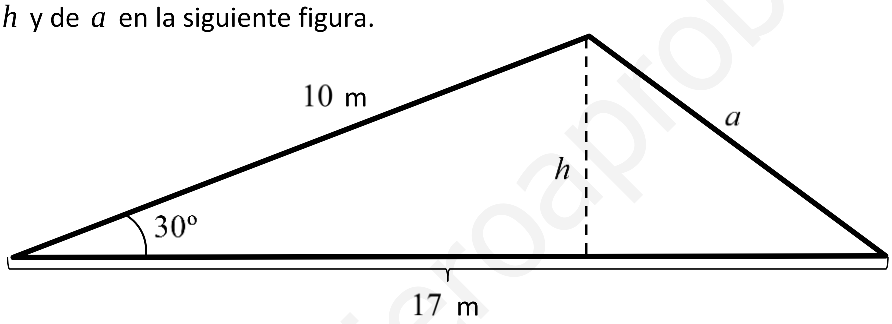
1. Calcular el área de la siguiente figura:



2. Dados los polinomios $p(x)=-x^5+2x^4-2x^2+1$, $q(x)=3x^2-6x-3$ y $r(x)=-2x^3+x$, realiza la siguiente operación: $p(x)\cdot r(x)-q(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.

3. Halla el valor de h y de a en la siguiente figura.



4. <u>Usando las propiedades de las potencias</u> simplifica las siguientes expresiones al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

$$\text{a) } 2^3\cdot 4^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot 16^{-2}\ ;\ \text{b) } \frac{3^{-1}\cdot\left(3^3\right)^5\cdot 4\cdot 3^{-10}}{27\cdot 2^{-2}\cdot 8}$$

5. Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

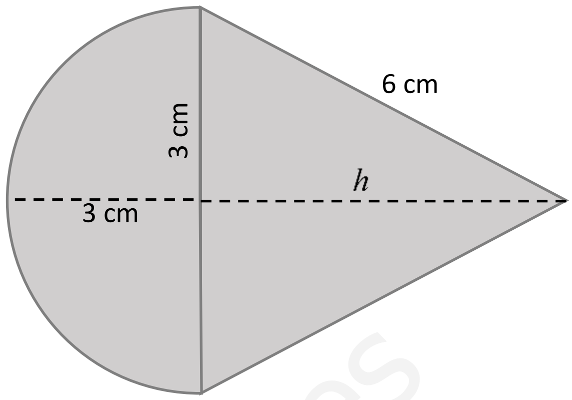
$$\text{a) } -5\sqrt{3}+2\sqrt{12}-\sqrt{75}\ ;\ \text{b) } \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{8}}$$

6. Racionaliza la siguiente expresión y simplifica el resultado: $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

<u>Nota</u>. Debes realizar 4 ejercicios: dos de entre los ejercicios 1, 2 y 3; y otros dos de entre los ejercicios 4, 5, y 6. Todos los ejercicios puntúan igual.

Soluciones

1. Calcular el área de la siguiente figura:



La altura h del triángulo la podemos hallar haciendo uso del teorema de Pitágoras:

$6^2 = h^2 + 3^2 \Rightarrow 36 = h^2 + 9 \Rightarrow h^2 = 27 \Rightarrow h = \sqrt{27} \cong 5,2$ cm

Entonces, el área del triángulo es

$$A_{Triángulo} = \frac{6 \cdot 5,2}{2} = \frac{31,2}{2} = 15,6 \text{ cm}^2$$

Claramente, el radio del semicírculo es 3 cm. Su área es

$$A_{Semicírculo} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2} \cong 14,14 \text{ cm}^2$$

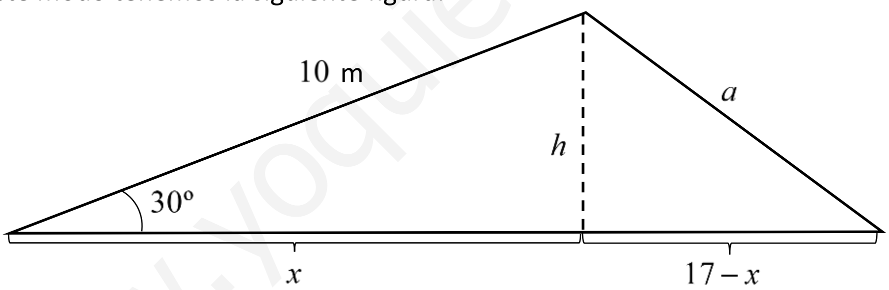
Por tanto, el área de la figura será: $A_{Figura} = A_{Triángulo} + A_{Semicírculo} = 15,6 + 14,14 = 29,74$ cm^2.

2. Dados los polinomios $p(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^2 + 1$, $q(x) = 3x^2 - 6x - 3$ y $r(x) = -2x^3 + x$, realiza la siguiente operación: $p(x) \cdot r(x) - q(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.

$$p(x) \cdot r(x) - q(x) = \left(-x^5 + 2x^4 - 2x^2 + 1\right)\left(-2x^3 + x\right) - \left(3x^2 - 6x - 3\right) =$$
$$= 2x^8 - x^6 - 4x^7 + 2x^5 + 4x^5 - 2x^3 - 2x^3 + x - 3x^2 + 6x + 3 = 2x^8 - 4x^7 - x^6 + 6x^5 - 4x^3 - 3x^2 + 7x + 3$$

3. Halla el valor de h y de a en la siguiente figura.

La altura h divide al triángulo en dos triángulos rectángulos, uno a la izquierda y otro a la derecha de la altura. Como la base del triángulo es 17 m, las bases de los dos triángulos rectángulos medirán, una de ellas x, y la otra $17 - x$. De este modo tenemos la siguiente figura:



En el triángulo de la izquierda, claramente, $\operatorname{sen} 30^{\circ} = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10 \cdot \operatorname{sen} 30^{\circ} = 10 \cdot 0,5 \Rightarrow h = 5$ m. También, en el triángulo de la izquierda: $\cos 30^{\circ} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 10 \cdot \cos 30^{\circ} \Rightarrow 8,66$ m.

En el triángulo de la derecha nos falta hallar la hipotenusa a. Los catetos miden $17 - x = 17 - 8,66 = 8,34$ m y $h = 5$ m. Aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = 5^2 + 8,34^2 \Rightarrow a^2 = 94,56 \Rightarrow a = \sqrt{94,56} \Rightarrow a = 9,72$ m.

4. <u>Usando las propiedades de las potencias</u> simplifica las siguientes expresiones al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

a) $2^3 \cdot 4^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot 16^{-2} = 2^3 \cdot \left(2^2\right)^2 \cdot \left(2^{-1}\right)^{-3} \cdot \left(2^4\right)^{-2} = 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^{-8} = 2^2 = 4$

b) $\dfrac{3^{-1} \cdot \left(3^3\right)^5 \cdot 4 \cdot 3^{-10}}{27 \cdot 2^{-2} \cdot 8} = \dfrac{3^{-1} \cdot 3^{15} \cdot 2^2 \cdot 3^{-10}}{3^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^3} = \dfrac{3^4 \cdot 2^2}{3^3 \cdot 2^1} = 3^1 \cdot 2^1 = 3 \cdot 2 = 6$

5. Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

a) $-5\sqrt{3}+2\sqrt{12}-\sqrt{75}=-5\sqrt{3}+2\sqrt{2^2\cdot 3}-\sqrt{3\cdot 5^2}=-5\sqrt{3}+2\cdot 2\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}-5\sqrt{3}=$

$=(-5+4-5)\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

b) b) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{8}}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[4]{2^3}}=\dfrac{\sqrt[12]{2^6}\cdot\sqrt[12]{2^{16}}}{\sqrt[12]{2^9}}=\sqrt[12]{\dfrac{2^6\cdot 2^{16}}{2^9}}=\sqrt[12]{\dfrac{2^{22}}{2^9}}=\sqrt[12]{2^{13}}=2\sqrt[12]{2}$

6. Racionaliza la siguiente expresión y simplifica el resultado:

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}=\frac{2\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2}=\frac{2\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{5-3}=$$

$$=\frac{2\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}=\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{10}+\sqrt{6}$$