1. **[4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones (apartados a) y b)) y la siguiente inecuación de segundo grado (apartado c)). De la inecuación debes escribir la solución como intervalo o como unión de intervalos.

   a) $2\sqrt{x+7}-\sqrt{x+4}=3$; b) $\dfrac{3x}{x+2}+\dfrac{4+x}{x-2}=6$; c) $3\left(x^2+1\right)-4\le x\left(x-1\right)$

2. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones y el siguiente sistema de inecuaciones con una incógnita. Del sistema de inecuaciones debes de dar la solución en forma gráfica y en forma de intervalo.

   a) $\begin{cases} x+3y=7 \\ \dfrac{x-2y}{y}=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$; b) $\begin{cases} x+\dfrac{x+2}{6}>\dfrac{4x}{3} \\ \dfrac{2x}{3}+\dfrac{x+2}{6}<\dfrac{3x}{2}+1 \end{cases}$

3. De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos es 25° y que el cateto contiguo a este ángulo tiene una longitud de 6 cm.
   a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior. ¿Cuál es el valor del otro ángulo agudo?
   b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

4. **[1 punto]** De un ángulo desconocido α se sabe que $\cos\alpha=-\dfrac{2}{3}$ y que se encuentra en el tercer cuadrante. Hallar $\cos\alpha$ y $\operatorname{tg}\alpha$. Hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales)

www.yoquieroaprobar.es

Soluciones

1. **[4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones (apartados a) y b)) y la siguiente inecuación de segundo grado (apartado c)). De la inecuación debes escribir la solución como intervalo o como unión de intervalos.

a) $2\sqrt{x+7}-\sqrt{x+4}=3 \Rightarrow 2\sqrt{x+7}=3+\sqrt{x+4} \Rightarrow \left(2\sqrt{x+7}\right)^2=\left(3+\sqrt{x+4}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4(x+7)=9+6\sqrt{x+4}+x+4 \Rightarrow 4x+28=6\sqrt{x+4}+x+13 \Rightarrow 3x+15=6\sqrt{x+4} \Rightarrow$

$\Rightarrow (3x+15)^2=\left(6\sqrt{x+4}\right)^2 \Rightarrow 9x^2+90x+225=36x+144 \Rightarrow 9x^2+54x+81=0 \Rightarrow x^2+6x+9=0$.

El discriminante de la última ecuación es $\Delta=6^2-4\cdot1\cdot9=36-36=0$. Esto quiere decir que la solución es única: $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{2\cdot1}=\frac{-6}{2} \Rightarrow x=-3$.

b) $\frac{3x}{x+2}+\frac{4+x}{x-2}=6$. Multiplicando todos los términos de la ecuación por el mcm de los denominadores, que es $(x+2)(x-2)$, se tiene: $3x(x-2)+(4+x)(x+2)=6(x+2)(x-2) \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2-6x+4x+8+x^2+2x=6x^2-24 \Rightarrow 4x^2+8=6x^2-24 \Rightarrow 2x^2=32 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-4 \end{cases}$

c) $3\left(x^2+1\right)-4\le x(x-1) \Rightarrow 3x^2+3-4\le x^2-x \Rightarrow 2x^2+x-1\le 0$.

Resolvamos la ecuación de segundo grado:

$$2x^2+x-1=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot2\cdot(-1)}}{2\cdot2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{4}=\frac{-1\pm3}{4}=\begin{cases} x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \\ x=\frac{-4}{4}=-1 \end{cases}.$$

Ahora vamos a elaborar una tabla para decidir cuáles son las soluciones de la inecuación.

$(-\infty,-1)$	$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$
+	**−**	**+**

Por tanto, la solución es $x\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$.

2. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones y el siguiente sistema de inecuaciones con una incógnita. Del sistema de inecuaciones debes de dar la solución en forma gráfica y en forma de intervalo.

a) $\begin{cases} x+3y=7 \\ \frac{x-2y}{y}=-\frac{3}{2} \end{cases}$. Este sistema es equivalente a este otro: $\begin{cases} x+3y=7 \\ 2x-4y=-3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y=7 \\ 2x-y=0 \end{cases}$.

Multiplicando por 3 la segunda ecuación: $\begin{cases} x+3y=7 \\ 6x-3y=0 \end{cases}$. Sumando ambas ecuaciones: $7x=7 \Rightarrow x=1$.

Sustituyendo este valor de x en la primera ecuación: $1+3y=7 \Rightarrow 3y=6 \Rightarrow y=2$.

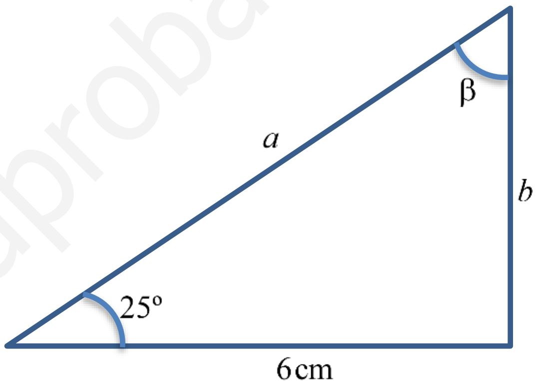
www.yoquieroaprobar.es

b) $\begin{cases} x+\dfrac{x+2}{6}>\dfrac{4x}{3} \\ \dfrac{2x}{3}+\dfrac{x+2}{6}<\dfrac{3x}{2}+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+x+2>8x \\ 4x+x+2<9x+6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x+x-8x>-2 \\ 4x+x-9x<6-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x>-2 \\ -4x<4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2 \\ x>-1 \end{cases}$

La solución gráfica del sistema de inecuaciones la podemos representar así:

La solución en forma de intervalo es $x\in(-1,2)$.

3. De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos es 25° y que el cateto contiguo a este ángulo tiene una longitud de 6 cm.
   a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior. ¿Cuál es el valor del otro ángulo agudo?
   Para el dibujo de la situación ver figura de la derecha.
   El otro ángulo es $\beta=90^{\circ}-25^{\circ}=65^{\circ}$.



   b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.
   Se tiene que $\cos 25^{\circ}=\dfrac{6}{a}\Rightarrow a=\dfrac{6}{\cos 25^{\circ}}\Rightarrow a\cong 6,62\text{ cm}$.
   Y también que $\operatorname{tg} 25^{\circ}=\dfrac{b}{6}\Rightarrow b=6\cdot\operatorname{tg} 25^{\circ}\Rightarrow b\cong 2,798\,\text{cm}$.

4. **[1 punto]** De un ángulo desconocido α se sabe que $\cos\alpha=-\dfrac{2}{3}$ y que se encuentra en el tercer cuadrante. Hallar $\cos\alpha$ y $\operatorname{tg}\alpha$. Hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).

Puesto que $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, se tiene que $\operatorname{sen}\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

Entonces $\operatorname{sen}\alpha=\sqrt{1-\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{1-\dfrac{4}{9}}=\sqrt{\dfrac{5}{9}}\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (se toma la raíz cuadrada negativa porque el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante, y en este cuadrante el seno es negativo).

Finalmente: $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha=\dfrac{-\dfrac{\sqrt{5}}{3}}{-\dfrac{2}{3}}=\dfrac{\cancel{3}\cdot\sqrt{5}}{\cancel{3}\cdot 2}\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

www.yoquieroaprobar.es