

1. **[1 punto]** Supongamos que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{8}}{6}$ y que el ángulo α está en el tercer cuadrante.

Hallar $\operatorname{sen} \alpha$ y $\operatorname{cos} \alpha$. Dar el resultado exacto, racionalizado y simplificado.

2. **[2 puntos]** Desde un acantilado, situado a 32 metros sobre el nivel del mar, se divisan dos embarcaciones. Halla la distancia entre las mismas si ambas embarcaciones se ven bajo ángulos de 36° y 25° . Realizar un dibujo adecuado de la situación.

3. **[1 punto]** Usa las propiedades de las potencias para operar y simplificar el resultado.

$$\text{a) } 7^8 : \left[\left(\frac{1}{7} \right)^2 \right]^{-3} ; \text{ b) } \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{4} \right)^2}{2^{-1}}$$

4. **[2 puntos]** Realiza las operaciones usando las propiedades de las potencias hasta simplificar el resultado al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

Consejo: factoriza previamente los números que no sean primos.

$$\text{a) } \frac{6 \cdot 12^3 \cdot 18^2 \cdot 3^2}{27^2 \cdot 3^{-2} \cdot 16^{-1} \cdot 36} ; \text{ b) } \frac{\frac{3^2 \cdot 25}{2^{-1}} \cdot \frac{2^2}{3 \cdot 5}}{2^{-2}}$$

5. **[1 punto]** Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

$$\text{a) } \frac{\sqrt{45}}{2} - \frac{5\sqrt{20}}{4} ; \text{ b) } \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{18} + 3\sqrt{162}) - \sqrt{8}$$

6. **[2 puntos]** Usa las propiedades de los radicales para expresar el resultado en forma de un solo radical. Extrae factores del resultado final si es posible.

$$\text{a) } \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[9]{64} ; \text{ b) } \frac{(\sqrt{2})^5}{\sqrt{\sqrt{8}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[3]{2}}$$

7. **[1 punto]** Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado extrayendo factores si fuera necesario.

$$\text{a) } \frac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{8}} ; \text{ b) } \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+1}$$

Soluciones

1. [1 punto] Supongamos que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{8}}{6}$ y que el ángulo α está en el tercer cuadrante.

Hallar $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$. Dar el resultado exacto, racionalizado y simplificado.

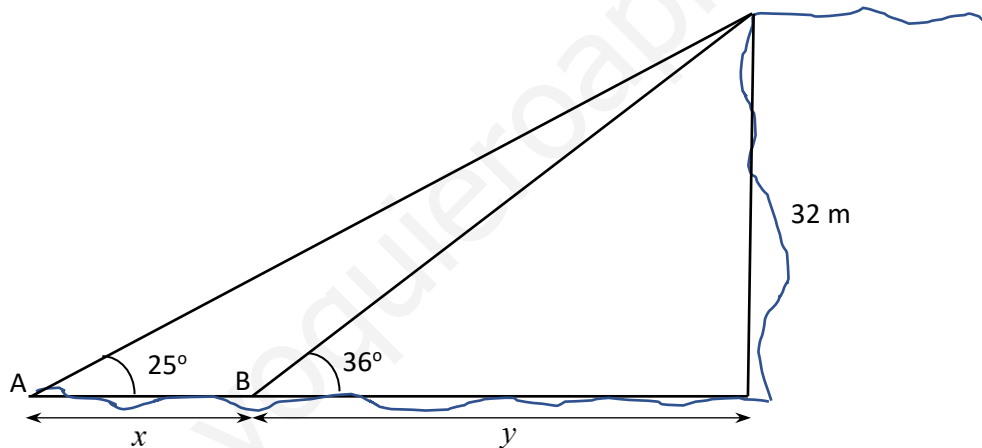
$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{\sqrt{8}}{6} \right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{8}{36} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{44}{36} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{36}{44} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{11} \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{\frac{9}{11}} = -\frac{3}{\sqrt{11}} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{11}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{8}}{6} \cdot \left(-\frac{3\sqrt{11}}{11} \right) \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{3\sqrt{88}}{66} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{3\sqrt{2^3 \cdot 11}}{66} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{3 \cdot 2 \sqrt{2 \cdot 11}}{66} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{6\sqrt{22}}{66} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{22}}{11}$$

2. [2 puntos] Desde un acantilado, situado a 32 metros sobre el nivel del mar, se divisan dos embarcaciones. Halla la distancia entre las mismas si ambas embarcaciones se ven bajo ángulos de 36° y 25° . Realizar un dibujo adecuado de la situación.



Supongamos que una embarcación se encuentra en el punto A y otra en el punto B. Hemos llamado x a la distancia entre las dos embarcaciones. También hemos llamado y a la distancia de la embarcación que se encuentra en B a la base del acantilado. Entonces, según la figura anterior, podemos plantear el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 25^\circ = \frac{32}{x+y} \\ \operatorname{tg} 36^\circ = \frac{32}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,47 = \frac{32}{x+y} \\ 0,73 = \frac{32}{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,47(x+y) = 32 \\ 0,73y = 32 \end{cases}$$

De la segunda ecuación podemos despejar y : $y = \frac{32}{0,73} \Rightarrow y = 43,84$.

Sustituyendo el valor anterior en la primera ecuación podemos despejar la incógnita x .

$$0,47(x + 43,84) = 32 \Rightarrow 0,47x + 20,6 = 32 \Rightarrow 0,47x = 11,4 \Rightarrow x = \frac{11,4}{0,47} \Rightarrow x = 24,26$$

Por tanto, la distancia entre las dos embarcaciones es de 24,26 metros.

3. [1 punto] Usa las propiedades de las potencias para operar y simplificar el resultado.

$$a) 7^8 : \left[\left(\frac{1}{7} \right)^2 \right]^{-3} = 7^8 : \left[(7^{-1})^2 \right]^{-3} = 7^8 : 7^6 = 7^2 = 49$$

$$b) \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{4} \right)^2}{2^{-1}} = \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2^2} \right)^2}{2^{-1}} = \frac{(2^{-1})^{-3} \cdot (2^{-2})^2}{2^{-1}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-4}}{2^{-1}} = \frac{2^{-1}}{2^{-1}} = 2^0 = 1$$

4. [2 puntos] Realiza las operaciones usando las propiedades de las potencias hasta simplificar el resultado al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

Consejo: factoriza previamente los números que no sean primos.

$$a) \frac{6 \cdot 12^3 \cdot 18^2 \cdot 3^2}{27^2 \cdot 3^{-2} \cdot 16^{-1} \cdot 36} = \frac{2 \cdot 3 \cdot (2^2 \cdot 3)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)^2 \cdot 3^2}{(3^3)^2 \cdot 3^{-2} \cdot (2^4)^{-1} \cdot 2^2 \cdot 3^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 3^2}{3^6 \cdot 3^{-2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^2 \cdot 3^2} = \frac{2^9 \cdot 3^{10}}{2^{-2} \cdot 3^6} = 2^{11} \cdot 3^4$$

$$b) \frac{\frac{3^2 \cdot 25}{2^{-1}} \cdot \frac{2^2}{3 \cdot 5}}{\frac{9 \cdot 5}{2^{-2}}} = \frac{\frac{3^2 \cdot 5^2}{2^{-1}} \cdot \frac{2^2}{3 \cdot 5}}{\frac{3^2 \cdot 5}{2^{-2}}} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-2} \cdot 2^2}{3^2 \cdot 5 \cdot 2^{-1} \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^0}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^{-1}} = 3^{-1} \cdot 5^0 \cdot 2^1 = 3^{-1} \cdot 2^1 = \frac{2}{3}$$

5. [1 punto] Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

$$a) \frac{\sqrt{45}}{2} - \frac{5\sqrt{20}}{4} = \frac{1}{2} \sqrt{3^2 \cdot 5} - \frac{5}{4} \sqrt{2^2 \cdot 5} = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} - \frac{5}{4} \cdot 2\sqrt{5} = \left(\frac{3}{2} - \frac{10}{4} \right) \sqrt{5} = -\frac{4}{4} \sqrt{5} = -1\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

$$b) \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{18} + 3\sqrt{162}) - \sqrt{8} = \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{3^2 \cdot 2} + 3\sqrt{2 \cdot 3^4}) - \sqrt{2^3} = \frac{1}{3} \cdot (3\sqrt{2} + 3 \cdot 3^2 \sqrt{2}) - 2\sqrt{2} = \\ = \frac{1}{3} \cdot (3\sqrt{2} + 27\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} = \frac{1}{3} \cdot 30\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

6. [2 puntos] Usa las propiedades de los radicales para expresar el resultado en forma de un solo radical. Extrae factores del resultado final si es posible.

$$a) \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[9]{64} = \sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt[6]{2^4} \cdot \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[18]{3^{24}} \cdot \sqrt[18]{2^{12}} \cdot \sqrt[18]{2^{12}} = \sqrt[18]{3^{24} \cdot 2^{24}} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 2^4} = 3 \cdot 2 \sqrt[3]{3 \cdot 2} = 6 \sqrt[3]{6}$$

$$b) \frac{(\sqrt{2})^5}{\sqrt{\sqrt{8}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt{2^5}}{\sqrt[4]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[4]{\frac{2^{10}}{2^3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{2^{10}}{2}} = \sqrt[4]{2^7} \cdot \sqrt[6]{2^9} = \sqrt[12]{2^{21}} \cdot \sqrt[12]{2^{18}} = \sqrt[12]{2^{39}} = 2^{3\frac{1}{4}} \sqrt[4]{2^3} = 8\sqrt[4]{2}$$

7. [1 punto] Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado extrayendo factores si fuera necesario.

$$a) \frac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \frac{-4\sqrt{3}\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{-4\sqrt{24}}{(\sqrt{8})^2} = \frac{-4\sqrt{2^3 \cdot 3}}{8} = \frac{-4 \cdot 2\sqrt{2 \cdot 3}}{8} = \frac{-8\sqrt{6}}{8} = -\sqrt{6}$$

$$b) \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}^2 - 1^2} = \frac{4 - 3\sqrt{2}}{1} = 4 - 3\sqrt{2}$$