

1. El cateto opuesto a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 2 cm y el seno de ese ángulo α es igual a 0,4.
 - a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.
 - b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.
 - c) **[1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α . ¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?

2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
 - a) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que es agudo y que $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.
 - b) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el cuarto cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = -2$. Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.

3. **[2 puntos]** *Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°* (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas. Hay que dar valores exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
 - a) $\cos 240^\circ$; b) $\sin 330^\circ$; c) $\operatorname{tg} 135^\circ$; d) $\sin(-60^\circ)$

4. **[2 puntos]** Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 78° (redondea los resultados a tres cifras decimales). Usa los resultados obtenidos para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 78° .

Problema

5. Una antena de telefonía móvil de altura h está sujeta al suelo por dos cables de acero anclados al suelo, ambos alineados con la base de la antena, uno a su izquierda y otro a su derecha, de tal forma que la distancia entre los anclajes de los dos cables es de 126 metros. Uno de los cables forma un ángulo de 45° con la parte más alta de la antena, y el otro un ángulo de 60° con la parte más alta. Se pide:
 - a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo en el que se aprecie de manera adecuada la situación expresada en el enunciado.
 - b) **[0,5 puntos]** Hallar la altura h de la antena.
 - c) **[0,5 puntos]** Hallar la longitud de los dos cables.

Pista: la antena divide al triángulo formado por los dos cables y el suelo en dos triángulos rectángulos, separados por la antena, y cuyos catetos horizontales suman 126 metros. La tangente de los ángulos relaciona la altura de la antena con cada uno de estos catetos.

Soluciones

1. El cateto opuesto a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 2 cm y el seno de ese ángulo α es igual a 0,4.

a) [0,5 puntos] Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.

b) [1 punto] Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

c) [1 punto] Usar la calculadora para hallar el ángulo α .

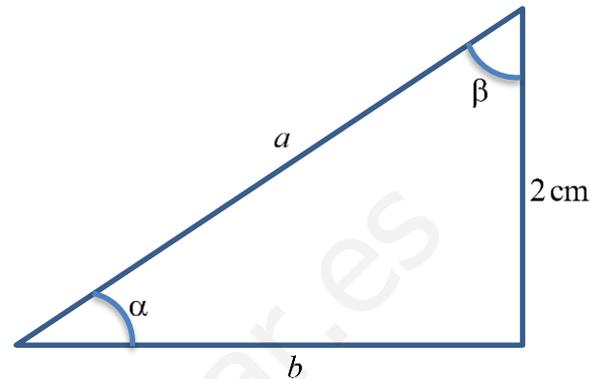
¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{2}{a} \Rightarrow 0,4 = \frac{2}{a} \Rightarrow a = \frac{2}{0,4} \Rightarrow a = 5 \text{ cm}$$

$$5^2 = 2^2 + b^2 \Rightarrow 25 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 21 \Rightarrow b = \sqrt{21} \cong 4,58 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = 0,4 \Rightarrow \alpha = \arcsen 0,4 \Rightarrow \alpha \cong 23,58^\circ$$

$$\beta = 90 - 23,58^\circ \Rightarrow \beta = 66,42^\circ.$$



2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).

a) [1 punto] De un ángulo desconocido α , se sabe que es agudo y que $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. Hallar $\operatorname{sen} \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{21}{25}} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}. \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{21}/5}{2/5} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

b) [1 punto] De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el cuarto cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = -2$.

Hallar $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$.

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow (-2)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 5 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = (-2) \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

3. [2 puntos] **Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°** (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas. Hay que dar valores exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).

a) $\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$

b) $\operatorname{sen} 330^\circ = \operatorname{sen}(360^\circ - 30^\circ) = -\operatorname{sen} 30^\circ = -\frac{1}{2}.$

c) $\operatorname{tg} 135^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1.$

d) $\operatorname{sen}(-60^\circ) = \operatorname{sen}(360^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{sen} 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

4. [2 puntos] Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 78° (redondea los resultados a tres cifras decimales). **Usa los resultados obtenidos** para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 78° .

Usando la calculadora, las razones trigonométricas de 40° son (redondeando a 3 decimales):

$\text{sen } 78^\circ = 0,978$, $\text{cos } 78^\circ = 0,208$ y $\text{tg } 78^\circ = 4,705$.

- El ángulo complementario de 78° es 12° (ambos suman 90°). Entonces:

$$\text{sen } 12^\circ = \text{cos } 78^\circ = 0,208, \text{ cos } 12^\circ = \text{sen } 78^\circ = 0,978, \text{ tg } 12^\circ = \frac{1}{\text{tg } 78^\circ} = 0,213$$

- El ángulo suplementario de 78° es 102° (ambos suman 180°). Entonces:

$$\text{sen } 102^\circ = \text{sen } 78^\circ = 0,978, \text{ cos } 102^\circ = -\text{cos } 78^\circ = -0,208, \text{ tg } 102^\circ = -\text{tg } 78^\circ = -4,705$$

- El ángulo opuesto de 78° es -78° (ambos suman 0°). Este último se puede identificar, si se quiere, con 282° . Entonces:

$$\text{sen}(-78^\circ) = \text{sen } 282^\circ = -\text{sen } 78^\circ = -0,978, \text{ cos}(-78^\circ) = \text{cos } 282^\circ = \text{cos } 78^\circ = 0,208,$$

$$\text{tg}(-78^\circ) = \text{tg } 282^\circ = -\text{tg } 78^\circ = -4,705$$

Problema

5. Una antena de telefonía móvil de altura h está sujeta al suelo por dos cables de acero anclados al suelo, ambos alineados con la base de la antena, uno a su izquierda y otro a su derecha, de tal forma que la distancia entre los anclajes de los dos cables es de 126 metros. Uno de los cables forma un ángulo de 45° con la parte más alta de la antena, y el otro un ángulo de 60° con la parte más alta. Se pide:

- [0,5 puntos] Realizar un dibujo en el que se aprecie de manera adecuada la situación expresada en el enunciado.
- [0,5 puntos] Hallar la altura h de la antena.
- [0,5 puntos] Hallar la longitud de los dos cables.

En el triángulo rectángulo de la izquierda se tiene que

$$\text{tg } 45^\circ = \frac{h}{a} \Rightarrow 1 = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a.$$

En el triángulo rectángulo de la derecha se tiene que

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{h}{b} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{b} \Rightarrow h = \sqrt{3} \cdot b \Rightarrow h = 1,73 \cdot b.$$

De lo anterior se deduce que $a = 1,73b$, pero como $a + b = 126$, entonces:

$$1,73b + b = 126 \Rightarrow 2,73b = 126 \Rightarrow b = 46,15 \text{ m.}$$

$$\text{Por tanto, } h = 1,73 \cdot 46,15 \Rightarrow h = 79,84 \text{ m.}$$

Finalmente, las longitudes de los cables son:

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\text{sen } 45^\circ} \Rightarrow x = \frac{79,84}{0,71} \Rightarrow x = 112,45 \text{ m.}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{h}{y} \Rightarrow y = \frac{h}{\text{sen } 60^\circ} = \frac{79,84}{0,87} \Rightarrow y = 91,77 \text{ m.}$$

