

Examen de Matemáticas de 4º ESO

1. El cateto contiguo a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 4 cm. Además, el coseno de ese ángulo α es igual a 0,82.
 - a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.
 - b) **[1 punto]** Sin hallar previamente el ángulo α , calcular la medida del otro cateto y de la hipotenusa.
 - c) **[1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α . ¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?
2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
 - a) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el primer cuadrante y que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.
Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.
 - b) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el cuarto cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = -3$.
Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.
3. **[2 puntos]** *Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°* (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) reduce los siguientes ángulos al primer cuadrante y halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas.
 - a) $\cos 210^\circ$; b) $\sin 300^\circ$; c) $\operatorname{tg} 135^\circ$; d) $\sin(-30^\circ)$Hay que dar valores exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
4. **[1,5 puntos]** Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 56° (redondea los resultados a tres cifras decimales). Usa los resultados obtenidos para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 56° .

Problema

5. **[2 puntos]** Desde un punto a ras de suelo, al alzar la vista, se ve la azotea de un edificio con un ángulo 48° . Avanzando 20 metros en dirección al edificio, la azotea se ve ahora con un ángulo de 62° . Calcular la altura del edificio. Utiliza un dibujo para hacer el problema.

Soluciones

1. El cateto contiguo a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 4 cm. Además, el coseno de ese ángulo α es igual a 0,82.

a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.

b) **[1 punto]** Sin hallar previamente el ángulo α , calcular la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

c) **[1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α .
¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?

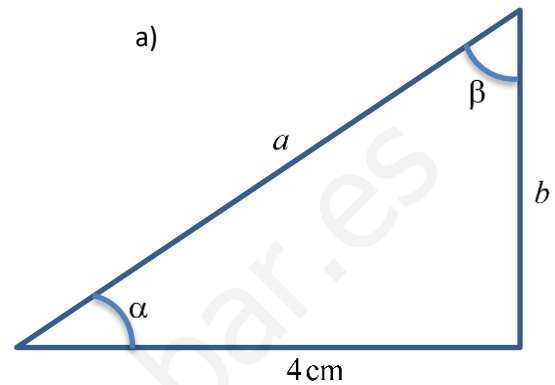
$$b) \cos \alpha = \frac{4}{a} \Rightarrow 0,82 = \frac{4}{a} \Rightarrow a = \frac{4}{0,82} \Rightarrow a = 4,88 \text{ cm}$$

$$4,88^2 = 4^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 4,88^2 - 4^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{4,88^2 - 4^2} \Rightarrow b = 2,8 \text{ cm}$$

$$c) \cos \alpha = 0,82 \Rightarrow \alpha = \arccos 0,82 \Rightarrow \alpha \cong 34,915^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - 34,915^\circ \Rightarrow \beta = 55,085^\circ.$$



2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).

a) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el primer cuadrante y que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{2}{16}} = \sqrt{1 - \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{8}}{8} = \frac{\sqrt{56}}{8} = \frac{2\sqrt{14}}{8} = \frac{\sqrt{14}}{4}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{14}/4}{\sqrt{2}/4} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{4\sqrt{14}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = \sqrt{7}.$$

b) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el cuarto cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = -3$.

Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow (-3)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 10 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = (-3) \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} = -\frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

3. **[2 puntos]** *Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°* (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) reduce los siguientes ángulos al primer cuadrante y halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas.

$$a) \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$b) \sin 300^\circ = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$c) \operatorname{tg} 135^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1.$$

$$d) \sin(-30^\circ) = \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}.$$

4. **[1,5 puntos]** Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 56° (redondea los resultados a tres cifras decimales). Usa los resultados obtenidos para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 56° .

Usando la calculadora, las razones trigonométricas de 56° son (redondeando a 3 decimales):

$\text{sen } 56^\circ = 0,829$, $\text{cos } 56^\circ = 0,559$ y $\text{tg } 56^\circ = 1,483$.

- El ángulo complementario de 56° es 34° (ambos suman 90°). Entonces:

$$\text{sen } 34^\circ = \text{cos } 56^\circ = 0,559, \text{ cos } 34^\circ = \text{sen } 56^\circ = 0,829, \text{ tg } 34^\circ = \frac{1}{\text{tg } 56^\circ} = \frac{1}{1,483} = 0,674.$$

- El ángulo suplementario de 56° es 124° (ambos suman 180°). Entonces:

$$\text{sen } 124^\circ = \text{sen } 56^\circ = 0,829, \text{ cos } 124^\circ = -\text{cos } 56^\circ = -0,559, \text{ tg } 124^\circ = -\text{tg } 56^\circ = -1,483.$$

- El ángulo opuesto de 56° es -56° (ambos suman 0°). Este último se puede identificar, si se quiere, con 304° . Entonces:

$$\text{sen } (-56^\circ) = \text{sen } 304^\circ = -\text{sen } 56^\circ = -0,829, \text{ cos } (-56^\circ) = \text{cos } 304^\circ = \text{cos } 56^\circ = 0,559,$$

$$\text{tg } (-56^\circ) = \text{tg } 304^\circ = -\text{tg } 56^\circ = -1,483.$$

Problema

5. **[2 puntos]** Desde un punto a ras de suelo, al alzar la vista, se ve la azotea de un edificio con un ángulo 48° . Avanzando 20 metros en dirección al edificio, la azotea se ve ahora con un ángulo de 62° . Calcular la altura del edificio. Utiliza un dibujo para hacer el problema.

Observando la figura de la derecha, de los dos triángulos rectángulos que se forman, podemos deducir lo siguiente:

$$\begin{cases} \text{tg } 48^\circ = \frac{h}{20+x} \Rightarrow h = (20+x) \cdot \text{tg } 48^\circ \\ \text{tg } 62^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \text{tg } 62^\circ \end{cases}$$

$$\text{Por igualdad, } (20+x) \cdot \text{tg } 48^\circ = x \cdot \text{tg } 62^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 \text{ tg } 48^\circ + x \text{ tg } 48^\circ = x \text{ tg } 62^\circ \Rightarrow 20 \text{ tg } 48^\circ = x \text{ tg } 62^\circ - x \text{ tg } 48^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 \text{ tg } 48^\circ = x (\text{tg } 62^\circ - \text{tg } 48^\circ) \Rightarrow x = \frac{20 \text{ tg } 48^\circ}{\text{tg } 62^\circ - \text{tg } 48^\circ} \Rightarrow x = 28,84 \text{ m.}$$

$$\text{Entonces, la altura del edificio es } h = x \cdot \text{tg } 62^\circ = 28,84 \cdot \text{tg } 62^\circ \Rightarrow h = 54,24 \text{ m.}$$

