

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 4 puntos = 2 + 2)

a) Se conocen los siguientes datos de un triángulo $a = 42$ cm, $b = 32$ cm y $A = 40^\circ$. Resolverlo, si es posible, hallando todas las soluciones. Calcular el área o áreas.

b) Dos montañeros que han ascendido en fines de semana

sucesivos a dos picos querían saber que distancia hay entre dichos picos. Para ello han medido desde la base del pico A los ángulos $\alpha_1 = 85^\circ$ y $\alpha_2 = 30^\circ$, después han caminado hasta la base del pico B y han medido los ángulos $\beta_1 = 40^\circ$ y $\beta_2 = 93^\circ$. La distancia que hay entre dichas bases (CD) es 600 m. ¿Puedes calcularla?



Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos = 1.5 + 1.5)

a) Hallar m con la condición de que $z = \frac{m+i}{2-3i}$ sea un número real.

b) Calcular, dejando el resultado en forma polar (sin desarrollar el resultado que se obtiene de módulo), la siguiente potencia: $\left(1 - \frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{12}$

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 3 puntos = 1.5 + 1.5)

a) Calcular $\sqrt{\frac{z_2 \cdot z_2}{z_1^2}}$ siendo $z_1 = 2(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$; $z_2 = 3_{240^\circ}$ y $z_2 = -1-i$

b) Factorizar el siguiente polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$ en $\mathbb{C}$.

① a) DATOS INCÓGNITAS

$$a = 42 \text{ cm}$$

$$b = 32 \text{ cm}$$

$$A = 40^\circ$$

$$c, C, B, S$$

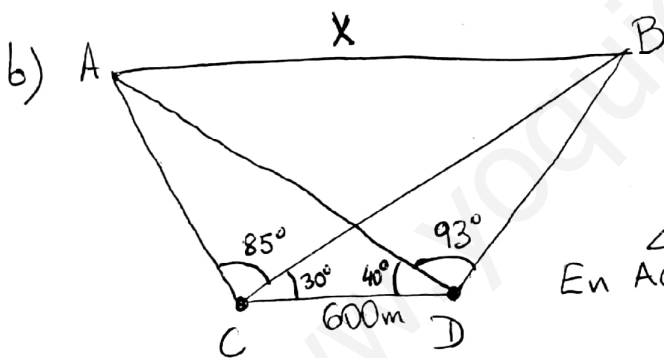
$$\frac{42}{\sin 40^\circ} = \frac{32}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{32 \cdot \sin 40^\circ}{42} = 0,4897$$

$$B = \begin{cases} 29,3209^\circ = B_1 \\ 150,6791^\circ = B_2 \end{cases} \text{ NO VALE pues } B_2 + A > 180^\circ$$

$$C_1 = 180 - (40 + 29,3209) = 110,6791^\circ$$

$$\frac{42}{\sin 40^\circ} = \frac{c}{\sin 110,6791^\circ} \Rightarrow c = \frac{42 \cdot \sin 110,6791^\circ}{\sin 40^\circ} = 61,1307 \text{ cm}$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 32 \cdot \sin 110,6791^\circ = 628,705 \text{ cm}^2$$



En $\triangle BCD$ $\begin{cases} C = 30^\circ \\ D = 93^\circ + 40^\circ = 133^\circ \\ B = 180^\circ - (133^\circ + 30^\circ) = 17^\circ \end{cases}$

$$\frac{600}{\sin 17^\circ} = \frac{BD}{\sin 30^\circ} \Rightarrow BD = \frac{600 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 17^\circ} = 1026,091 \text{ m}$$

En $\triangle ACD$ $\begin{cases} D = 40^\circ \\ C = 30^\circ + 85^\circ = 115^\circ \\ A = 180^\circ - (40^\circ + 115^\circ) = 25^\circ \end{cases}$

$$\frac{600}{\sin 25^\circ} = \frac{AD}{\sin 115^\circ} \Rightarrow AD = \frac{600 \cdot \sin 115^\circ}{\sin 25^\circ} = 1286,7041 \text{ m}$$

En $\triangle ADB$ $\Rightarrow X^2 = AD^2 + DB^2 - 2AD \cdot DB \cdot \cos 93^\circ =$
 $= 1286,7041^2 + 1026,091^2 - 2 \cdot 1286,7041 \cdot 1026,091 \cdot (-0,0523) =$
 $= 2846571,2169 \Rightarrow X = \sqrt{2846571,2169} = 1687,1784 \text{ m}$

② a) $z \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \frac{m+i}{2-3i} = \frac{(m+i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{2m+3mi+2i+3i^2}{3^2 - (3i)^2} = \frac{(2m-3) + (3m+2)i}{4+9}$
 $\text{Im}(z) = 0 \Rightarrow \frac{3m+2}{13} = 0$

Luego $\frac{3m+2}{13} = 0 \Rightarrow 3m+2 = 0 \Rightarrow 3m = -2 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

$$b) \left(1 - \frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2-\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{12} = (*)$$

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4-4\sqrt{3}+3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{8-4\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$\alpha = \arctg \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} = \arctg \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \begin{cases} 75^\circ \\ 255^\circ \end{cases} A \in I$$

$$(*) = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}_{75^\circ}\right)^{12} = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{12}_{75 \cdot 12} = (2-\sqrt{3})^6_{900^\circ} = \boxed{(2-\sqrt{3})^6_{180^\circ}} = \boxed{0,0004_{180^\circ}}$$

$$③ a) \sqrt[4]{\frac{3_{240^\circ} \cdot (-1-i)}{[2 \cdot (\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)]^3}} = (*)$$

$$(-1-i) \Rightarrow \begin{cases} \rho = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \\ \alpha = \arctg \frac{-1}{-1} = \arctg 1 = \begin{cases} 45^\circ \\ 225^\circ \end{cases} \end{cases} \begin{matrix} A \in III \\ A(-1,-1) \in III \end{matrix} \Rightarrow (-1-i) = \sqrt{2}_{225^\circ}$$

$$[2 \cdot (\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)]^3 \xrightarrow{\text{F. Moivre}} 2^3 \cdot (\cos 3 \cdot 25^\circ + i \sin 3 \cdot 25^\circ) = 8(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) = 8_{75^\circ}$$

$$(*) = \sqrt[4]{\frac{3_{240^\circ} \cdot \sqrt{2}_{225^\circ}}{8_{75^\circ}}} = \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}_{465^\circ}}{8_{75^\circ}}} = \sqrt[4]{\left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)_{390^\circ}} = \sqrt[4]{\left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)_{30^\circ}} = \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{\frac{30^\circ + 360K}{4}} = \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{7,5^\circ + 90K}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } K=0 &\Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{7,5^\circ} & \text{Si } K=1 &\Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{97,5^\circ} & \text{Si } K=2 &\Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{187,5^\circ} \\ \text{Si } K=3 &\Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{277,5^\circ} \end{aligned}$$

b) $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$ Busco divisores t.i. $\{ \pm 1, \pm 5 \}$

$$P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + (-1) + 5 = -1 - 3 - 1 + 5 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ raíz} \Rightarrow x+1 \text{ factor}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 1 & 5 \\ & & -1 & 4 & -5 \\ \hline & 1 & -4 & 5 & 0=R \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(x^2 - 4x + 5) \Rightarrow$$

$$Q(x) = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{4 \pm 2i}{2} =$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 2+i \text{ es raíz} &\Rightarrow (x-2-i) \text{ es factor} \\ \rightarrow 2-i \text{ es raíz} &\Rightarrow (x-2+i) \text{ es factor} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x) = (x+1)(x-2-i)(x-2+i)}$$