1.- Resolver el triángulo siguiente, calculando lado y ángulos que faltan, y también su área, conocidos: b = 8 cm, c = 12 cm y A = 75°. **(2,25 + 0,75 puntos)**

2.- Halla el valor de las siguientes razones trigonométricas, reduciéndolas a ángulos del 1er cuadrante y entonces, utilizar la calculadora. **(1 punto)**

a) $\cos\frac{11\pi}{6}$ b) sec 2295°

3.- a) Resolver la ecuación: $\cos^2 x - 3\,\text{sen}^2\, x = 0$ **(1,5 puntos)**

b) Resolver el sistema en [0°, 360°]: $\begin{cases} sen\, x \cdot \cos y + \cos x \cdot sen\, y = 1 \\ sen\, x \cdot \cos y - \cos x \cdot sen\, y = \frac{1}{2} \end{cases}$

(1,5 puntos)

4.- a) Demostrar la identidad trigonométrica:

$$\frac{1-\cos 2\alpha}{2\, sen\, \alpha} - \frac{sen\, 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = sen\, \alpha - tg\, \alpha$$ **(1,5 puntos)**

b) Simplificar la expresión trigonométrica:

sen 2α · (tg α + cotg α) **(1,5 puntos)**

1.- Resolver el triángulo siguiente, calculando lado y ángulos que faltan, y también su área, conocidos: b = 8 cm, c = 12 cm y A = 75°. **(2,25 + 0,75 puntos)**

Tª Coseno: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$a^2 = 8^2 + 12^2 - 2\cdot 8\cdot 12\cdot \cos 75^\circ$

$a^2 = 158{,}31$

$a = \pm\sqrt{158{,}31} = +12{,}58\ cm$

Tª Sen: $\dfrac{a}{\operatorname{sen} A} = \dfrac{b}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \dfrac{12{,}58}{\operatorname{sen} 75^\circ} = \dfrac{8}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow$

$\operatorname{sen} B = \dfrac{8\cdot \operatorname{sen} 75^\circ}{12{,}58} = 0{,}61 \Rightarrow B = \operatorname{arc\,sen} 0{,}61 = \begin{cases} 37{,}59^\circ \\ \cancel{142{,}41^\circ} \end{cases}$

No vale pues
$B = 75^\circ$

$C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 75^\circ - 37{,}59^\circ = 67{,}41^\circ$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} a > c > b & \Rightarrow & A > C > B \\ 12{,}58 > 12 > 8 & & 75^\circ > 67{,}41^\circ > 37{,}59^\circ \end{array}}$$

¡¡Se cumple!!

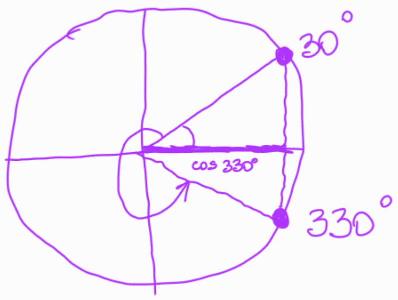
$\boxed{A} = \dfrac{1}{2}\, b\cdot c\cdot \operatorname{sen} A = \dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 12\cdot \operatorname{sen} 75^\circ =$

$= \boxed{46{,}36\ cm^2}$

2.- Halla el valor de las siguientes razones trigonométricas, reduciéndolas a ángulos del 1er cuadrante y entonces, utilizar la calculadora. **(1 punto)**

a) $\cos \frac{11\pi}{6}$ b) sec 2295°

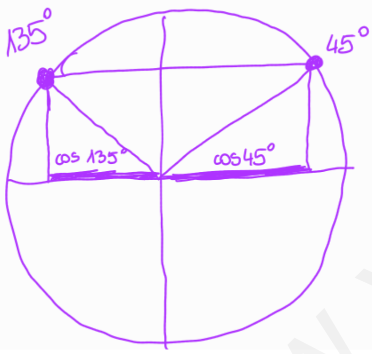
a) $\cos \frac{11\pi}{6} = \cos 11 \cdot 30^\circ = \cos 330^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{0{,}87}}$



b) $\sec 2295^\circ = \sec 135^\circ = \frac{1}{\cos 135^\circ} = \frac{1}{-\cos 45^\circ}$

$2295^\circ = 6 \cdot 360^\circ + 135^\circ$

$= -\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{-1{,}41}}$



3.- a) Resolver la ecuación: $\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0$

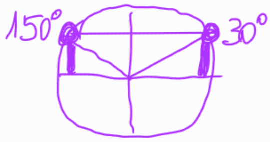
$\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0$

$1 - \operatorname{sen}^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0$

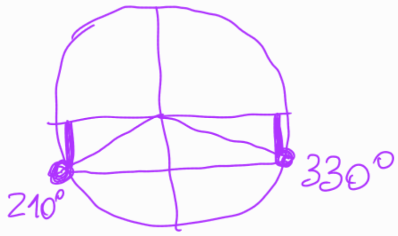
$1 - 4 \operatorname{sen}^2 x = 0$

$1 = 4 \operatorname{sen}^2 x \Rightarrow \operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \operatorname{sen} x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \operatorname{sen} x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{2} = \boxed{\begin{cases} 30^\circ + 360K \\ 150^\circ + 360K \\ \forall K \in \mathbb{Z} \end{cases}}$



$\Rightarrow \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \operatorname{arc\,sen}\left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{\begin{cases} 330^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 210^\circ + 360 k \end{cases} \forall k \in \mathbb{Z}}$



b) Resolver el sistema en [0°, 360°]: $\begin{cases} \operatorname{sen} x \cdot \cos y + \cos x \cdot \operatorname{sen} y = 1 \\ \operatorname{sen} x \cdot \cos y - \cos x \cdot \operatorname{sen} y = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x+y) = 1 \Rightarrow (x+y) = \operatorname{arc\,sen} 1 = 90^\circ \\ \operatorname{sen}(x-y) = \frac{1}{2} \Rightarrow (x-y) = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{2} = \begin{cases} 30^\circ \\ 150^\circ \end{cases} \end{cases}$$

Hay 2 sistemas:

1 $\begin{cases} x+y = 90 \\ x-y = 30 \end{cases}$ $\longrightarrow 60 + y = 90 \Rightarrow \underline{y = 30^\circ}$

$\oplus\ 2x = 120 \Rightarrow \underline{x = 60^\circ}$

$\boxed{S(60^\circ, 30^\circ)}$

2 $\begin{cases} x+y = 90^\circ \\ x-y = 150^\circ \end{cases}$ $\longrightarrow 120^\circ + y = 90^\circ \Rightarrow y = \cancel{-30^\circ}$

$y \in [0, 360^\circ]$

$\oplus\ 2x = 240 \Rightarrow x = \frac{240}{2} = 120^\circ$

¡¡ Luego este sistema no vale !!

4.- a) Demostrar la identidad trigonométrica:

$$\frac{1-\cos 2\alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha} - \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{tg} \alpha$$

$$\boxed{\frac{1-\cos 2\alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha} - \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}} = \frac{1-(\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha)}{2 \operatorname{sen}\alpha} - \frac{2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha}{1+\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha}$$

$$= \frac{1-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{2\,\text{sen}\,\alpha} - \frac{2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha}{1-\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{\text{sen}^2\alpha+\text{sen}^2\alpha}{2\,\text{sen}\,\alpha} - \frac{2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha+\cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{\cancel{2}\,\text{sen}^{\cancel{2}}\alpha}{\cancel{2}\,\cancel{\text{sen}\,\alpha}} - \frac{\cancel{2}\,\text{sen}\,\alpha\,\cancel{\cos\alpha}}{\cancel{2}\cos^{\cancel{2}}\alpha} =$$

$$= \text{sen}\,\alpha - \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \boxed{\text{sen}\,\alpha - \text{tg}\,\alpha}$$

b) Simplificar la expresión trigonométrica:

sen 2α · (tg α + cotg α) $= 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha\cdot\left(\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha}\right) =$

$$= 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha\cdot\left(\frac{\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha}{\text{sen}\,\alpha\cdot\cos\alpha}\right) =$$

$$= 2\,\cancel{\text{sen}\,\alpha}\,\cancel{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{\cancel{\text{sen}\,\alpha}\,\cancel{\cos\alpha}} = \boxed{2}$$