

1.- a) Halla el término independiente del desarrollo del binomio: $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{20}$

b) Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{x-2}{6x+6} - \frac{x+2}{2x+2} + \frac{3-x}{4x+4} = 0$

2.- a) Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2$

b) Calcular la intersección de los conjuntos siguientes: (pasarlos a intervalos previamente)

$$\{x \in \mathbb{R} / |3x + 6| \leq 12\} \cap E(-1, 4)$$

3.- a) Resuelve la siguiente ecuación irracional: $\sqrt{x+4} = 3 - \sqrt{x-1}$

b) Resuelve la siguiente ecuación exponencial: $e^x - 5e^{-x} + 4e^{-3x} = 0$

4.- Clasifica y resuelve por el método de Gauss el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ 5x - y + z = 6 \end{cases}$$

① a) T.i. ?? $(x^3 - \frac{2}{x})^{20} \Rightarrow T_k = (-1)^{k-1} \binom{20}{k-1} a^{n-(k-1)} \cdot b^{k-1}$

$$T_k = (-1)^{k-1} \cdot \binom{20}{k-1} \cdot (x^3)^{20-(k-1)} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{k-1} = (-1)^{k-1} \cdot \binom{20}{k-1} \cdot x^{60-3(k-1)} \cdot \frac{2^{k-1}}{x^{k-1}}$$

$$= (-1)^{k-1} \cdot \binom{20}{k-1} \cdot x^{\frac{63-3K}{60-3K+3}} \cdot \frac{2^{k-1}}{x^{k-1}} = (-1)^{k-1} \binom{20}{k-1} \cdot 2^{k-1} \cdot x^{63-3K-(k-1)}$$

$$= (-1)^{k-1} \cdot \binom{20}{k-1} \cdot 2^{k-1} \cdot x^{64-4K}$$

Término independiente $x^0 \Rightarrow 64-4K=0 \Rightarrow 64=4K \Rightarrow K = \frac{64}{4} = 16$

T. indep. = $T_{16} = (-1)^{15} \binom{20}{15} \cdot 2^{15} \cdot x^0 = -15 \cdot 504 \cdot 2^{15}$
 $= \boxed{-508.035.072}$

b) $\frac{x-2}{6x+6} - \frac{x+2}{2x+2} + \frac{3-x}{4x+4} = 0 \Rightarrow \frac{x-2}{6(x+1)} - \frac{x+2}{2(x+1)} + \frac{3-x}{4(x+1)} = 0$

mcm = $12(x+1) \Rightarrow$ Multiplico por el mcm a los dos miembros:

$$2(x-2) - 6(x+2) + 3(3-x) = 0 \Rightarrow 2x-4-6x-12+9-3x=0$$

$$-7x-7=0 \Rightarrow -7=7x \Rightarrow x = \frac{-7}{7} = -1$$

Comprobación: Como $x=-1$ ANULA TODOS LOS DENOMINADORES $\Rightarrow \boxed{x=-1 \text{ NO VALE}}$

② a) $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2 \Rightarrow \log 2 + \log(11-x^2) = 2 \cdot \log(5-x) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \log(2 \cdot (11-x^2)) = \log(5-x)^2 \Rightarrow 2(11-x^2) = (5-x)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22-2x^2 = 25-10x+x^2 \Rightarrow 0 = 3x^2-10x+3$$

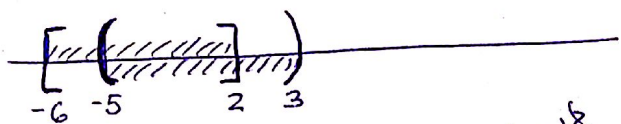
$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN:

Si $x=3$: $\frac{\log 2 + \log 2}{\log 2} = 2 \Rightarrow \underline{2=2} \Rightarrow \boxed{x=3}$ sí es solución

$$\cdot \text{Si } x = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\log 2 + \log(11 - \frac{1}{9})}{\log(5 - \frac{1}{3})} = 2 \Rightarrow \underline{2=2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}} \text{ sí es soluc.}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \{x \in \mathbb{R} / |3x+6| \leq 12\} &\Rightarrow \{x \in \mathbb{R} / |x+2| \leq 4\} = E[-2, 4] = [-2-4, -2+4] = \\ &= [-6, 2] \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} E(-1, 4) &= (-1-4, -1+4) = (-5, 3) \\ [-6, 2] \cap (-5, 3) &= \boxed{(-5, 2]} \end{aligned} \right\}$$



$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ a) } \sqrt{x+4} &= 3 - \sqrt{x-1} \Rightarrow (\sqrt{x+4})^2 = (3 - \sqrt{x-1})^2 \Rightarrow x+4 = 9 - 6\sqrt{x-1} + (\sqrt{x-1})^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x+4 = 8 + x - 6\sqrt{x-1} \Rightarrow 6\sqrt{x-1} = 8-4 \Rightarrow (6\sqrt{x-1})^2 = 4^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 36(\sqrt{x-1})^2 = 16 \Rightarrow 36x - 36 = 16 \Rightarrow 36x = 16 + 36 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 36x = 52 \Rightarrow \underline{x = \frac{52}{36} = \frac{13}{9}} \end{aligned}$$

COMPROBACIÓN:

$$\text{Si } x = \frac{13}{9} \Rightarrow \sqrt{\frac{13}{9} + 4} = 3 - \sqrt{\frac{13}{9} - 1} \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow \boxed{x = \frac{13}{9}} \text{ sí es soluc.}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } e^x - 5e^{-x} + 4e^{-3x} &= 0 \Rightarrow e^x - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{(e^x)^3} = 0 \Rightarrow e^x = t \\ \Rightarrow t - \frac{5}{t} + \frac{4}{t^3} &= 0 \Rightarrow t^4 - 5t^2 + 4 = 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} t^2 &= L \\ t^4 &= L^2 \end{aligned} \right\} L^2 - 5L + 4 = 0 \\ L_1 = 4 \Rightarrow t^2 &= 4 \Rightarrow t = \pm 2 &\begin{cases} e^x = 2 \Rightarrow \ln e^x = \ln 2 \Rightarrow x \cdot \ln e = \ln 2 \\ e^x = -2 \text{ IMPOSIBLE} \end{cases} &\begin{matrix} s=5 \\ p=4 \\ \boxed{x = \ln 2} \end{matrix} \\ L_2 = 1 \Rightarrow t^2 &= 1 \Rightarrow t = \pm 1 &\begin{cases} e^x = 1 \Rightarrow e^x = e^0 \Rightarrow \boxed{x = 0} \\ e^x = -1 \text{ IMPOSIBLE} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y+2z=2 \\ 2x-y+3z=2 \\ 5x-y+z=6 \end{cases} \xrightarrow[E_3-5E_1]{E_2-2E_1} \begin{cases} x+y+2z=2 \\ -3y-z=-2 \\ -6y-9z=-4 \end{cases} \xrightarrow{E_3-2E_2} \begin{cases} x+y+2z=2 \\ -3y-z=-2 \\ -7z=0 \Rightarrow \underline{z=0} \end{cases}$$

$$-3y - 0 = -2 \Rightarrow -3y = -2 \Rightarrow \underline{y = \frac{2}{3}}$$

$$x + \frac{2}{3} + 0 = 2 \Rightarrow \underline{x = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}}$$

$$\boxed{S = \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 0 \right)}$$