



Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Determina las longitudes de los lados de un rectángulo de área máxima que está inscrito en una semicircunferencia de 6 cm de radio, teniendo uno de sus lados sobre el diámetro de ella.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \ln(1+x)}{ax^2 - x + e^x - \cos(2x)} = -\frac{1}{7}$, calcula a (\ln denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Calcula $\int_6^{12} \frac{1}{9-x^2} dx$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 1$.

- [0,75 puntos]** Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y = 4x - 3$.
- [1,75 puntos]** Haz un esbozo del recinto limitado por la gráfica de f , la recta $y = 4x - 3$ y el eje de ordenadas. Calcula el área del recinto indicado.



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Una fábrica dispone de tres líquidos L_1 , L_2 y L_3 , en los que se encuentran disueltas dos sustancias: sodio y magnesio. Cada litro del líquido L_1 contiene 120 mg de sodio y 90 mg de magnesio, cada litro del líquido L_2 contiene 100 mg de sodio y 90 mg de magnesio y cada litro del líquido L_3 contiene 60 mg de sodio y 180 mg de magnesio. ¿Es posible obtener un litro de un líquido mezclando distintas cantidades de L_1 , L_2 y L_3 en el que la cantidad de sodio y de magnesio sea de 100 mg cada una? En caso afirmativo, calcula dichas cantidades.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2m & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ -3m & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

- [1 punto]** Determina los valores de m para que la matriz A tenga inversa.
- [1,5 puntos]** Calcula para $m = 1$, si es posible, la matriz X tal que $AX = B^t$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B .

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera los puntos $A(1, -2, 3)$ y $B(2, 0, -1)$.

- [1,5 puntos]** Halla los puntos que dividen el segmento AB en cuatro partes iguales.
- [1 punto]** Determina la ecuación del plano perpendicular al segmento AB que pasa por el punto medio de dicho segmento.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$ y la recta $r \equiv x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{z + 1}{2}$. Halla la ecuación de un plano π' , paralelo a π , tal que si Q y Q' son respectivamente los puntos de corte de la recta r con los planos π y π' , entonces la distancia entre Q y Q' sea de 2 unidades.